

UNIVERSIDAD RAFAEL LANDÍVAR
FACULTAD DE HUMANIDADES
LICENCIATURA EN LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA

**ÁREAS GEOMÉTRICAS Y SU INCIDENCIA EN EL APRENDIZAJE DE LOS PRODUCTOS
NOTABLES**

(Estudio realizado en cuarto grado, sección "A", de la carrera de Bachillerato en Ciencias y Letras con Orientación en Educación, del Instituto Normal "Rafael Landívar", de la ciudad de Mazatenango, del departamento de Suchitepéquez)

TESIS DE GRADO

JUAN CARLOS OROZCO PINEDA

CARNET 990524-01

QUETZALTENANGO, SEPTIEMBRE DE 2017

CAMPUS DE QUETZALTENANGO

UNIVERSIDAD RAFAEL LANDÍVAR
FACULTAD DE HUMANIDADES
LICENCIATURA EN LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA

ÁREAS GEOMÉTRICAS Y SU INCIDENCIA EN EL APRENDIZAJE DE LOS PRODUCTOS
NOTABLES

(Estudio realizado en cuarto grado, sección "A", de la carrera de Bachillerato en Ciencias y Letras
con Orientación en Educación, del Instituto Normal "Rafael Landívar", de la ciudad de Mazatenango,
del departamento de Suchitepéquez)

TESIS DE GRADO

TRABAJO PRESENTADO AL CONSEJO DE LA FACULTAD DE
HUMANIDADES

POR

JUAN CARLOS OROZCO PINEDA

PREVIO A CONFERÍRSELE

TÍTULO Y GRADO ACADÉMICO DE LICENCIADO EN LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA

QUETZALTENANGO, SEPTIEMBRE DE 2017
CAMPUS DE QUETZALTENANGO

AUTORIDADES DE LA UNIVERSIDAD RAFAEL LANDÍVAR

RECTOR: P. MARCO TULIO MARTINEZ SALAZAR, S. J.
VICERRECTORA ACADÉMICA: DRA. MARTA LUCRECIA MÉNDEZ GONZÁLEZ DE PENEDO
VICERRECTOR DE INVESTIGACIÓN Y PROYECCIÓN: ING. JOSÉ JUVENTINO GÁLVEZ RUANO
VICERRECTOR DE INTEGRACIÓN UNIVERSITARIA: P. JULIO ENRIQUE MOREIRA CHAVARRÍA, S. J.
VICERRECTOR ADMINISTRATIVO: LIC. ARIEL RIVERA IRÍAS
SECRETARIA GENERAL: LIC. FABIOLA DE LA LUZ PADILLA BELTRANENA DE LORENZANA

AUTORIDADES DE LA FACULTAD DE HUMANIDADES

DECANO: MGTR. HÉCTOR ANTONIO ESTRELLA LÓPEZ, S. J.
VICEDECANO: DR. JUAN PABLO ESCOBAR GALO
SECRETARIA: MGTR. ROMELIA IRENE RUIZ GODOY

NOMBRE DEL ASESOR DE TRABAJO DE GRADUACIÓN
LIC. JOSÉ CARLOS QUEMÉ DOMÍNGUEZ

REVISOR QUE PRACTICÓ LA EVALUACIÓN
MGTR. HERBERTH BENEDICTO PACAJÁ CUPIL

AUTORIDADES DEL CAMPUS DE QUETZALTENANGO

DIRECTOR DE CAMPUS:	P. MYNOR RODOLFO PINTO SOLIS, S.J.
SUBDIRECTORA ACADÉMICA:	MGTR. NIVIA DEL ROSARIO CALDERÓN
SUBDIRECTORA DE INTEGRACIÓN UNIVERSITARIA:	MGTR. MAGALY MARIA SAENZ GUTIERREZ
SUBDIRECTOR ADMINISTRATIVO:	MGTR. ALBERTO AXT RODRÍGUEZ
SUBDIRECTOR DE GESTIÓN GENERAL:	MGTR. CÉSAR RICARDO BARRERA LÓPEZ

Quetzaltenango, 30 de agosto de 2017

Ingeniera:

Nivia del Rosario Calderón de León

Sub directora Académica

Universidad Rafael Landívar.

Campus de Quetzaltenango.

Apreciable Ingeniera Nivia, por medio de la presente deseo hacer de su conocimiento que he revisado el anteproyecto de tesis titulado: "**ÁREAS GEOMÉTRICAS Y SU INCIDENCIA EN EL APRENDIZAJE DE LOS PRODUCTOS NOTABLES**", del estudiante Juan Carlos Orozco Pineda, quien se identifica con carné 99052401, de la carrera de Licenciatura de la enseñanza de matemática y física, del cual considero llena los aspectos requeridos por la universidad.

Por lo anterior, Emito Dictamen Favorable ante usted, para que dicho trabajo continúe el trámite administrativo previo a la defensa del mismo.

Sin otro particular me suscribo atentamente,



Lic. José Carlos Quemé Domínguez
Licenciado en Pedagogía con Orientación en
Administración y Evaluación Educativas.
Colegiado 21,570



Orden de Impresión

De acuerdo a la aprobación de la Evaluación del Trabajo de Graduación en la variante Tesis de Grado del estudiante JUAN CARLOS OROZCO PINEDA, Carnet 990524-01 en la carrera LICENCIATURA EN LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA, del Campus de Quetzaltenango, que consta en el Acta No. 051369-2017 de fecha 18 de septiembre de 2017, se autoriza la impresión digital del trabajo titulado:

ÁREAS GEOMÉTRICAS Y SU INCIDENCIA EN EL APRENDIZAJE DE LOS PRODUCTOS NOTABLES

(Estudio realizado en cuarto grado, sección "A", de la carrera de Bachillerato en Ciencias y Letras con Orientación en Educación, del Instituto Normal "Rafael Landívar", de la ciudad de Mazatenango, del departamento de Suchitepéquez)

Previo a conferirsele título y grado académico de LICENCIADO EN LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA.

Dado en la ciudad de Guatemala de la Asunción, a los 21 días del mes de septiembre del año 2017.



Irene Ruiz Godoy

**MGTR. ROMELIA IRENE RUIZ GODOY, SECRETARIA
HUMANIDADES
Universidad Rafael Landívar**

Agradecimientos

A mi Asesor

de Tesis:

Lic. José Carlos Quemé Domínguez, el amigo, maestro, excelente profesional y ser humano, quien a través de sus sabias enseñanzas y consejos, fue posible lograr hacer realidad este sueño.

A mi Revisor:

Mgtr. Herbet Benedicto Pacajá Cupil, por sus sabios consejos y por romper a cada momento el paradigma de la evaluación tradicional con su ejemplo como profesional.

A la Coordinadora

Mgtr. Bessy Yohanna Ruiz Barrios de Tebalán, por su compromiso para con la Universidad, para con nuestra Facultad y en especial con los estudiantes. “Gracias por todo su apoyo moral e incondicional”

A los Docentes:

Equipo profesional de la Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática y Física, por sus sabias enseñanzas compartidas en mi formación profesional.

A la Universidad

“Rafael Landívar” Campus de Quetzaltenango, Alma Mater que a través de sus aulas, adquirí el pan del saber.

A mis Compañeros

Andrea Alejandra, Joseline Analí, Karen Ketzaly, Ricardo Salvador, Luis Rodolfo y Juan Danny. Con quienes disfruté del aprender a aprender. “Gracias por su amistad y cariño”.

Dedicatoria

- A Dios** Fuente inagotable de sabiduría que me ha permitido lograr esta meta. Porque Jehová da la sabiduría y de su boca viene el conocimiento y la inteligencia.
- A mis Padres:** Marcelo Orozco Gómez y Bárbara de Jesús Pineda Cruz de Orozco por su apoyo incondicional, siendo mi fuente de inspiración y uno de los pilares de mi existencia.
- A mi Esposa:** Nancy Elizabeth Barrera Castañeda de Orozco, por su amor incondicional, por su apoyo moral y su acompañamiento en esta aventura académica.
- A mis Hijos:** Edgar Carlos Miguel y Edmer Carlos José, seres maravillosos que iluminan mi vida, espero que mi triunfo sea un ejemplo a seguir.
- A mis Hermanos:** Byron Haroldo, Ana Marleni, Martha Lorena y Elio Salvador, agradecido por su apoyo incondicional.
- A mi Familia:** Tíos, tías, sobrinos, sobrinas, cuñados, cuñadas, suegros, primos y primas, con especial respeto y afecto.
- A mis Estudiantes:** Porque son la fuente de mi inspiración docente y uno de los motivos de mi superación profesional.

Índice

	Pág.
I. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 Áreas Geométricas.....	9
1.1.1 Geometría.....	9
1.1.2 Áreas.....	9
1.1.3 Figuras regulares.....	10
1.1.4 Figuras irregulares.....	10
1.1.5 Fórmulas para el cálculo de áreas.....	11
1.1.6 Problemas al Obtener áreas.....	14
1.1.7 Las letras representan áreas (La multiplicación de dos letras).....	15
1.2 Productos notables.....	16
1.2.1 Niveles de aprendizaje de los productos Notables.....	16
1.2.2 Multiplicación de polinomios.....	16
1.2.3 La multiplicación de dos binomios es un producto notable.....	17
1.2.4 Desarrollo de la multiplicación de dos binomios y el coeficiente de la variable es uno.....	17
1.2.5 Potencia de un binomio.....	18
1.2.6 Demostración geométrica de la suma de un binomio al cuadrado.....	20
1.2.7 Demostración geométrica de la diferencia de un binomio al cuadrado.....	21
1.2.8 Identificación de cada caso.....	22
II. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	24
2.1 Objetivos.....	25
2.1.2 Objetivos específicos.....	25
2.2 Hipótesis.....	25
2.3 Variables.....	25
2.4 Definición de variables.....	25
2.4.1 Definición conceptual de las variables de estudio.....	25
2.4.2 Definición operacional de las variables de estudio.....	26
2.5 Alcances y límites.....	26

2.6	Aporte.....	27
III.	MÉTODO.....	28
3.1	Sujetos.....	28
3.2	Instrumentos.....	28
3.3	Procedimiento.....	29
3.4	Tipo de investigación, diseño y metodología estadística.....	30
IV.	PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	33
V.	ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	36
VI.	CONCLUSIONES.....	39
VII.	RECOMENDACIONES.....	40
VIII.	REFERENCIAS.....	41
IX.	ANEXOS.....	44

Resumen

La presente investigación tiene como objetivo el determinar la incidencia de las áreas geométricas en el aprendizaje de los productos notables, realizada en el cuarto grado sección “A” de la carrera de Bachillerato en Ciencias y Letras con Orientación en Educación del Instituto Normal “Rafael Landívar” de la ciudad de Mazatenango, en el Departamento de Suchitepéquez.

Se utilizó como base la investigación cuasi-experimental, en ella se utilizó un pretest y un postest a través de los cuales se pudo evidenciar de forma significativa el proceso de mejora continua entre el antes y el después de la aplicación de las áreas geométricas para aprender productos notables.

Se aplicó la metodología estadística Prueba t student la cual permitió evidenciar el rechazo de la hipótesis H_0 y la aceptación de la hipótesis H_1 resultados que dan lugar al objetivo general. Los resultados obtenidos, demuestran que la aplicación de las áreas geométricas incide de forma positiva, permite una mejor comprensión y desenvolvimiento en el aprendizaje de los productos notables, logrando una mejor fijación del contenido y poder resolver problemas en la vida cotidiana.

Se concluyó que la herramienta es novedosa para los estudiantes y a pesar de que muchos desconocían el contenido, el mismo fue más fácil de aprender gracias a la aplicación de la misma.

Se recomendó que la utilización de las áreas geométricas para el aprendizaje de los productos notables, ello fomenta la imaginación, la inventiva, la creatividad y sobre todo la comprensión de los conceptos, logra la construcción de su propio conocimiento y poder resolver situaciones de la vida cotidiana.

I. INTRODUCCIÓN

El aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, ha sido una de las tareas más difíciles de cumplir a lo largo de la historia. En estos tiempos la situación ha variado en muy poco, a pesar de que en pleno Siglo XXI se puede contar con avances tecnológicos que se llevan al aula, el acceder a los mismos es muy complicado, como productos de las infraestructuras y/o condiciones precarias en las que se sirve la educación en la actualidad.

Para que pueda hablarse de un verdadero aprendizaje significativo y que se alcancen las competencias propuestas, los docentes deben agenciarse de materiales, técnicas, métodos y recursos innovadores, para enriquecer su labor y hacer su enseñanza un verdadero deleite.

Es importante resaltar que la matemática tiene como uno de sus principales objetivos, el ayudar al estudiante a desarrollar su mente, sus potencialidades intelectuales, sensitivas, afectivas y físicas de modo armonioso.

De igual manera es la aplicación en concreto que tiene el ser humano para poder comprobar, aplicar, demostrar, crear y jugar en todo momento, además de constituirse en la base de todas las ciencias y los avances tecnológicos.

La presente investigación hace referencia a que la aplicación constante de la metodología tradicional, repetitiva y memorística en el aprendizaje y la enseñanza de la matemática ha generado como producto estudiantes con poco desarrollo en las habilidades algebraicas y de la matemática en general. Ello es lo que ha motivado para la elaboración del presente estudio de tesis, el cual centra su atención en los productos notables y su aprendizaje mediante la aplicación de las áreas geométricas.

De igual manera se ha planteado como objetivo determinar la incidencia de la aplicación de las áreas geométricas en el aprendizaje de los productos notables.

Se presenta una propuesta metodológica basada en teorías dinámicas, las cuales exigen un cambio de actitud en los docentes de matemática y de igual manera en los estudiantes, para que puedan construir su propio aprendizaje, que el mismo sea significativo y el docente se constituya únicamente en un mediador.

Con la construcción de las figuras (cuadrados y rectángulos), el estudiante los podrá aplicar como un material concreto para resolver productos notables, que pase a la etapa de lo semiconcreto, para finalmente llegar a la abstracción.

La presente investigación se sustentará en el tipo cuantitativo y en el diseño cuasi – experimental, se aplicará un pretest y un postest y en cuanto al proceso estadístico se utilizarán las fórmulas que proporciona la estadística descriptiva.

Para poder dejar constancia y/o registro de los avances por parte de los estudiantes, se elaboraron guías de observación, mismas que permitieron verificar en qué medida se fueron produciendo los cambios cualitativos en los estudiantes.

El tema es de mucha trascendencia en el hecho educativo, puesto que han sido varios los autores que se han interesado en indagar y efectuar estudios al respecto, para atenuar sus aportes y conclusiones del mismo, se pueden citar:

Rodríguez (2011) en la investigación de tipo mixto (cualitativo y cuantitativo) y alcanzó un nivel descriptivo titulado: Construcción de polígonos regulares y cálculo de áreas de superficies planas utiliza el programa geogebra: una estrategia metodológica para la construcción de aprendizajes significativos en estudiantes de grado séptimo, cuyo objetivo es: Describir el impacto de la implementación del software geogebra en los procesos de enseñanza – aprendizaje de la construcción de figuras geométricas y el concepto de área en los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Normal Superior Fabio Lozano Torrijos, la población fue constituida por 84 estudiantes inscritos en grado séptimo, los cuales se encuentran distribuidos en dos grupos, grado 701 con 43 y grado 702 con 41. Los integrantes del grupo 701 habitan en el casco urbano de Falan, mientras que el grupo 702 está

conformado por estudiantes del sector rural del municipio, los núcleos familiares de estos estudiantes pertenecen a los estratos socioeconómicos cuyo sustento económico se deriva de la producción agrícola (café, cacao, aguacate, caña, árboles frutales y ganadería), algunas actividades comerciales (mini mercados, papelerías y misceláneas) y oficios varios. Para este estudio se elaboró una prueba diagnóstica, una propuesta con la estrategia, misma que se aplicó y finalmente fue evaluada. Se concluye que el desarrollo de esta estrategia de enseñanza permitió evidenciar en los estudiantes un aumento en el grado de interés hacia el área de matemáticas, lo cual resulta muy importante, considera que la forma de enseñanza tradicional ha hecho que las matemáticas se constituyan en un área de difícil aprendizaje desde la mirada de muchos jóvenes, recomienda que el diseño de estrategias de enseñanza basadas en el uso de herramientas tecnológicas cuyo propósito sea la construcción de aprendizajes significativos, requiere de la acción comprometida del docente, ya que le implica reconocimiento de fortalezas y debilidades en los estudiantes y la planeación estratégica del uso de los recursos de que disponga, el uso de dichas herramientas sin un horizonte bien definido no aportan de forma positiva en el proceso de aprendizaje de los estudiantes.

Arenas (2012) en la investigación de tipo descriptivo cualitativo y diseño cuasi-experimental titulado: Propuesta didáctica para la enseñanza de áreas y perímetros en figuras planas, cuyo objetivo planteado es Diseñar e implementar una estrategia didáctica en los estudiantes del grado sexto, aplicado en la enseñanza de la geometría en la temática de área y perímetro en figuras planas, con el uso de herramientas TIC (moodle) y material concreto tangram, la población para la aplicación de esta estrategia desarrollada en la institución educativa Barrio Santander Sección estado de Israel, fue constituida por los estudiantes de grado sexto, conformada por 27 estudiantes, cuyas edades oscilan entre 11 y 15 años, para el estudio se utilizó una prueba inicial y una prueba de contraste mismas que permitieron evidenciar los resultados obtenidos con la aplicación de la estrategia, para finalmente concluir que el desarrollo de esta estrategia, permitió identificar las concepciones iniciales de los estudiantes frente a las temáticas de áreas y perímetros en figuras planas en la geometría básica y se recomienda que al implementar este tipo de estrategias, es conveniente una retroalimentación constante a través de la evaluación de las actividades, que permita identificar los avances en los procesos cognitivos de los estudiantes, al igual que establecer estrategias de mejoramiento

para aquellos que no alcanzan las competencias y los conocimientos propuestos en cada una de las actividades.

Barreto (2014) en el artículo Dinamización Matemática: Deducción geométrica de los productos notables en el espacio tridimensional como recurso didáctico en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática extraído de la revista Iberoamericana de educación matemática en www.fisem.org/web/union, ISSN: 1815-0640 número 38 del mes junio, destaca que en este artículo se deducirá geoméricamente los productos notables que se construyen y se visualizan en el espacio tridimensional, los cuales generan un volumen por integración o suma de diversas áreas de figuras geométricas planas, forma un sólido en el espacio. Esto se realiza al partir de conceptos y proposiciones de la geometría plana, en donde se parten de figuras geométricas básicas como son algunos polígonos regulares o irregulares. Dentro de estos productos notables se deducirá el cuadrinomio, cubo perfecto que se genera del cubo de una suma y de una diferencia de un binomio, además se deducirá geoméricamente los productos notables que generan la suma y la diferencia de cubos. Concluye que en esta experiencia de aula trabajada con los estudiantes, se evidenció la importancia que tiene el trabajo en equipo, y sobre todo se construye el aprendizaje a partir de figuras geométricas elaboradas en foami o con cartulinas decolores y se manipulan como si fueran piezas de un rompecabezas, les permite a los integrantes del grupo configurar y reconfigurar los procedimientos a través de procesos constructivos llegan luego a razonamientos que les permiten crear un aprendizaje significativo. Pero se debe tener una buena comunicación en el aula de matemática, lo cual es muy importante, y que sean de diversos modos que no se restringen únicamente a la verbal. Recomienda también que aunque la actividad fundamental en las clases de matemática sea el razonamiento que efectúen los estudiantes, la enseñanza será tanto más activa cuanto más haga funcionar la imaginación, creatividad y la inventiva de los mismos. Que se pueda mantenerlos entretenidos, interesados, que ellos descubran conceptos no tan triviales ni obvios.

López (2015) en el estudio de tesis de tipo cuantitativo y diseño experimental, titulado Tangram y su incidencia en el aprendizaje de áreas de figuras planas, estudio realizado en el grado de primero básico, secciones "A" y "B", del Instituto Nacional de Educación Básica, La

Esperanza, departamento de Quetzaltenango, Guatemala, C. A., cuyo objetivo planteado es: Determinar la incidencia del tangram en el aprendizaje de áreas de figuras planas. La población la constituyeron 72 estudiantes, formaron parte del análisis 37 estudiantes de la sección “A” y 35 estudiantes de la sección “B”; entre ellos 37 hombres y 35 mujeres en las edades de 12 y 13 años de la jornada vespertina, los estudiantes que proceden del área rural tienen que trabajar para sufragar los gastos para educación, en el estudio se utilizó dos evaluaciones objetivas, pretest y postest, se aplicó una lista de cotejo para dejar registro al inspeccionar el desarrollo del aprendizaje, se concluye que el tangram es una estrategia didáctica que promueve en el estudiante la imaginación, la creatividad, el desarrollo de destrezas y habilidades en la construcción del conocimiento y el logro del aprendizaje de áreas de figuras planas, también que existe una diferencia estadísticamente significativa entre la estrategia tangram y la metodología tradicional, la cual incide en el aprendizaje de áreas de figuras planas, recomienda que al utilizar el tangram, se colabora con los estudiantes a que ellos puedan construir de mejor manera las figuras geométricas y procesar de una forma distinta la información, también que los docentes manejen estrategias prácticas, creativas e innovadoras para facilitar el aprendizaje de los estudiantes en los conceptos matemáticos y generar un aprendizaje significativo.

Yax (2016) en el estudio de tesis de tipo cuantitativo y diseño experimental, titulado Método geoplano y su incidencia en el aprendizaje del cálculo del perímetro y área de las figuras geométricas, estudio realizado con estudiantes de primero básico secciones B y C, del Instituto Nacional Jacobo Árbenz Guzmán en la ciudad de Quetzaltenango, cuyo objetivo planteado es: Determinar la incidencia del método geoplano en el aprendizaje del cálculo del perímetro y área de las figuras geométricas. La población la constituyeron estudiantes la sección “B” quien es el grupo experimental, mismo que cuenta con 42 estudiantes y la sección “C” el grupo control que está conformado por 39 estudiantes, ambos grupos comprendidos entre las edades de 12 a 14 años, procedentes de los municipios cercanos a la cabecera departamental: La Esperanza, San Juan, Olintepeque y zonas aledañas al departamento, los cuales en su mayoría pertenecen a familias de escasos recursos, para el estudio se utilizó dos evaluaciones objetivas, una de tipo diagnóstica y otra final, llega a concluir que al comparar los resultados del grupo control con el grupo experimental mediante la prueba t-Student se determinó que

existe diferencia estadística significativa entre uso del método geoplano y la clase tradicional, por lo que el uso del método geoplano permitió al alumno incrementar su nivel de conocimientos y facilita el aprendizaje, resultados que se reflejan en los puntos obtenidos de las pruebas finales. De igual manera recomienda que los docentes puedan cambiar la forma de impartir sus clases, que dejen la educación tradicional por un lado, y que busquen nuevas metodologías educativas y estrategias que sean aplicables en la vida, ya que todos los estudiantes piensan diferente y captan la información de manera distinta atiende a sus diferencias personales.

Méndez (2008) en el artículo Dificultades en la práctica de productos notables y factorización, de la revista del Instituto de matemática y física del mes de diciembre, extraído de la página atesup.otalca.cl/portal/revista/2008/8.pdf indica que el estudio de las nociones matemáticas en juego en la factorización y productos notables contribuye a identificar el campo de problemas en los que el concepto interviene, genera categorías para cada contenido que destaca tareas cognitivas y matemáticas a las que se deberá enfrentar el alumno al desarrollar estos ejercicios. Estas categorías surgen del análisis de los ejercicios propuestos en textos escolares y de las propiedades del anillo de polinomio estudiado. Estas tipifican los ejercicios y los desglosan en tareas y sub-tareas evidencia que las tareas matemáticas, para los alumnos, se dificultan por la tarea cognitiva implícita en su ejecución. Concluye que el análisis de producciones de los alumnos deja ver que los modelos de acción espontáneos y persistentes de algunos alumnos tienen relación, en el caso del cuadrado de binomio, con el doble producto del primero por el segundo; ellos no pueden establecer el cambio de registro pertinente, de lo verbal a lo algebraico, por ello es que lo escriben y lo dicen de formas variadas, o simplemente lo omiten en sus desarrollos. Así, los modelos de acción espontáneo puesto en obra son: “el primer término al cuadrado más el segundo término al cuadrado”, “reducir términos después de elevar el primero al cuadrado más el segundo al cuadrado,” “el coeficiente del primer término al cuadrado más el coeficiente del segundo término al cuadrado”, “el doble producto del primero por el segundo término se expresa como el doble producto de la suma del primer y segundo término”. Estas dificultades se agudizan aún más si los coeficientes de los términos del binomio son raíces, decimales o fracciones, ya que la operatoria en estos sistemas

numéricos no es completamente dominada por los alumnos. De esta manera ellos recurren a modelos propios de acción, y operan, con estos números, como creen y pueden.

López (2008) en el estudio de tipo cuantitativo cuasi experimental pretest-postest titulado Productos notables, factorización y ecuaciones de segundo grado con una incógnita, una propuesta didáctica para el bachillerato del Colegio de Ciencias y Humanidades, cuyo objetivo planteado es Mejorar el aprendizaje de los alumnos en un tema crucial como son los productos notables y la solución de ecuaciones de segundo grado con una incógnita. La población la constituyen la totalidad de estudiantes del grado noveno de la institución, la cual cuenta con 25 estudiantes en edades de 14 y 15 años. Para la investigación se elaboró un examen diagnóstico con un total de 15 reactivos, un cuestionario para los profesores y finalmente el material didáctico sobre los temas objeto de investigación. Concluye que las actividades de enseñanza-aprendizaje, específicamente las de productos notables permitió el gusto del estudiante por el tema y pudo vincularse el álgebra con la geometría ya que por lo general únicamente se enseña de manera algebraica, observa que esta vinculación ayudó a los alumnos a comprender mejor las reglas de los productos notables. Recomienda que se trabaje de forma cooperativa, las clases no se vuelvan aburridas faciliten el aprendizaje y son espacios para que los estudiantes puedan expresar sus ideas de una forma libre.

Valencia (2012) en el estudio de tipo experimental titulado Aplicación de la estrategia didáctica de organizadores gráficos en el aprendizaje de productos notables y factorización de los estudiantes del noveno año de educación general básica del colegio nacional Veracruz del cantón Pastaza, cuyo objetivo fue determinar si la aplicación de la estrategia didáctica de organizadores gráficos influye en el aprendizaje de productos notables y factorización en los estudiantes de noveno año de Educación General Básica mediante el diseño de una guía didáctica. Realizó una encuesta con el uso de la herramienta del cuestionario con preguntas cerradas de Si y No, dado que la población es menor a 100, la muestra considerada para el estudio fue el total de la población, constituida de la siguiente manera: estudiantes 72 y docentes 4. Donde concluyó que se ha observado que no hay ninguna categorización respecto a las estrategias didácticas, puesto que la única es la clase magistral, en la que no hay participación activa de los estudiantes, ellos son meros espectadores de lo que el profesor

explica. Por lo que recomienda que se debe adoptar una actitud de cambio por parte de los docentes, para que sean los entes responsables de mejorar la calidad educativa, transmite conocimientos comprensibles que proporcionen entusiasmo por aprender la matemática.

Morán (2013) en el estudio de tipo cualitativo denominado Material didáctico para el fortalecimiento de los procesos de aprendizaje de la factorización en grado octavo del colegio San Francisco de la ciudad de Tuluá, cuyo objetivo fue Fortalecer la enseñanza de la factorización a través de material didáctico en los estudiantes del grado octavo del colegio San Francisco de Tuluá. Realizó un cuestionario y un pretest- postest aplicado a una muestra de 34 estudiantes de la institución objeto de estudio quienes constituyen la población total por contar con una sola sección, donde concluyó que los estudiantes se apropian del conocimiento mucho más fácil, y las estrategias utilizadas en el aula de clase son dinámicas. El juego en las matemáticas son la base para desarrollar procesos de investigación y de la construcción del análisis y razonamiento matemático; muchos estudiantes han utilizado el razonamiento matemático para resolver juegos estratégicos, de allí la importancia que adquiere la dinamización de las clases dentro y fuera del aula para aplicarlos con los estudiantes. Estudiantes motivados con el juego y la lúdica arrojan mejores resultados en pruebas evaluativas y con mayor razón en evaluaciones por competencias, por lo que recomienda la implementación de la lúdica debe ser esencial en todas las asignaturas del plan curricular, ya que el juego genera en todos los individuos, sensaciones de libertad y de goce, lo cual puede generar un gusto por diferentes asignaturas.

Sánchez (2010) en el estudio de tipo descriptivo titulado la comprensión matemática de los productos notables, cocientes notables y descomposición factorial en el décimo año de los colegios “Víctor Mideros” y “Daniel Reyes” de la parroquia de San Antonio de Ibarra, propuesta de metodología lúdica a través de software, cuyo objetivo fue determinar las falencias en la comprensión matemática de los productos notables y descomposición factorial en los estudiantes de los décimos años de los Colegios “Víctor Mideros” y “Daniel Reyes” de la parroquia de San Antonio. Elaboró para la investigación cuestionarios y entrevistas, mismos que fueron aplicados a 153 estudiantes del décimo año y a cinco docentes de las instituciones mencionadas, concluye que los estudiantes que llegan al décimo año de educación básica, en

un alto porcentaje, tienen mucha dificultad en cuanto a conocimientos algebraicos se refiere, lo cual es fundamental en la práctica de esta asignatura de estudio y recomienda que como los estudiantes demuestran mucha dificultad en el aprendizaje algebraico, que también se evidencia en el escaso dominio de habilidades algebraicas en el conocimiento matemático y que los docentes aplican muy poco métodos y técnicas activas que generen un aprendizaje dinámico y autónomo, razón por la cual se tiene muy pocos estudiantes analíticos, críticos, reflexivos, que sean capaces de emitir juicios de valor, inferir ideas, interpretar mensajes y por sobre todo, que apliquen sus conocimientos en el momento ideal en que la vida diaria lo requiera con creatividad.

A través de indagar y conocer los distintos aportes que los estudiosos del área de matemática ha realizado, puede evidenciarse que existe una enorme necesidad de hacer cambios en la enseñanza del área de matemática y en particular en el tema objeto de estudio (Productos notables)

1.1 Áreas Geométricas

1.1.1 Geometría

Rojas (2015) redacta que el término geometría proviene del latín *geometreïn*, y este del griego *γεωμετρία*, es una palabra compuesta que al separarla tiene cada uno su propio significado, *γεω* o *ggeo*, que significa ‘tierra’, y *μετρία* o *metría*, que significa ‘medida’, por su etimología entonces se refiere a la medida de la tierra, la geometría es una rama de la matemáticas y que se ocupa del estudio de las propiedades de las figuras en el plano o el espacio, mismas que incluyen: puntos, rectas, planos, polítopos (que incluyen paralelas, perpendiculares, curvas, superficies, polígonos, poliedros, entre otros).

1.1.2 Áreas

Barbero, Doménech, Jiménez, Navarro, Ruiz, Sacau y Santamaría (2012) definen que el área es una magnitud fundamental en la determinación de un polígono o una figura geométrica; el área se utiliza cuando se desea obtener la superficie interior de un perímetro, tal como césped

o a un espacio de tierra que se encuentra comprendido entre ciertos límites, como en una cancha de futbol. Para el cálculo del área se recurre a diferentes fórmulas matemáticas.

Chávez y León (2010) indican que para poder calcular las áreas en las diferentes figuras planas se deben de realizar mediciones, y saber que es el cuadrado un mecanismo de medida. Estos cálculos pueden ser expresados en tres formas diferentes:

- Centímetro cuadrado (cm^2),
- Metro cuadrado (m^2),
- Decímetro cuadrado (dm^2).

1.1.3 Figuras regulares

Ibañez (2010) describe que una figura regular es un polígono en el cual todos sus lados son de la misma longitud o que poseen igual tamaño y todos sus vértices están circunscritos en una circunferencia, los mismos se clasifican en:

- Triángulo equilátero: mismo que se define como un polígono regular de tres lados.
- Cuadrado: se define como un polígono regular de cuatro lados.
- Pentágono regular: es definido como un polígono regular de cinco lados
- Hexágono regular: es el polígono regular de seis lados.
- Heptágono regular: definido como el polígono regular de siete lados.
- Octágono regular: polígono regular de ocho lados, entre otros.

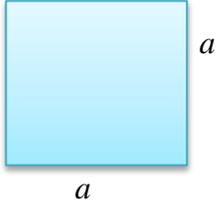
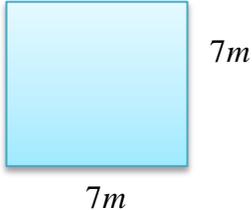
1.1.4 Figuras irregulares

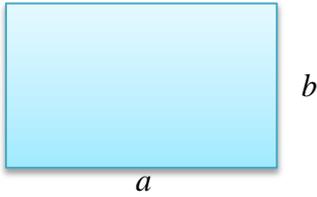
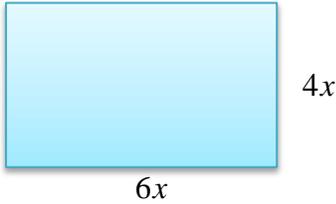
Ibañez (2010) indica que son los polígonos cuyos lados no son de igual tamaño y/o longitud y que sus vértices no están circunscritos en una circunferencia. Con respecto al número de sus lados, se pueden nombrar como:

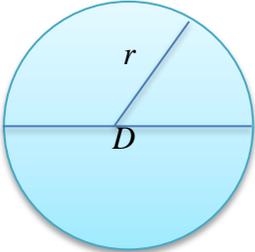
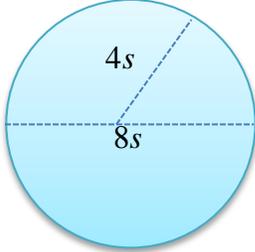
- Triángulo: quien se define como un polígono de tres lados.
- Cuadrilátero: se define como un polígono de cuatro lados.
- Pentágono: es definido como un polígono de cinco lados
- Hexágono: es el polígono de seis lados.
- Heptágono: definido como el polígono de siete lados.
- Octágono: polígono de ocho lados, entre otros.

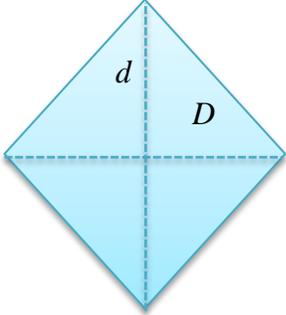
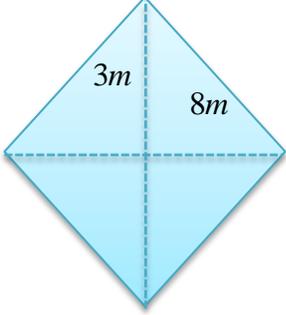
1.1.5 Fórmulas para el cálculo de áreas

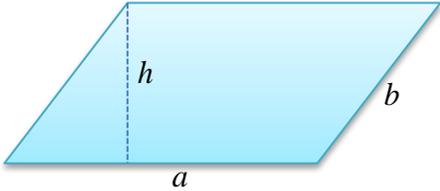
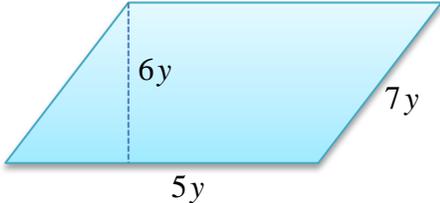
Para el cálculo de las áreas se hace uso de las siguientes ecuaciones.

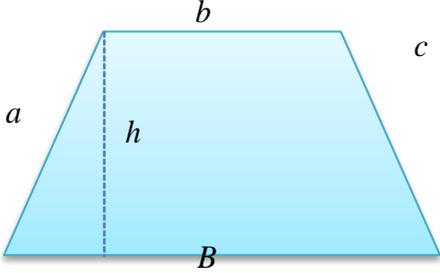
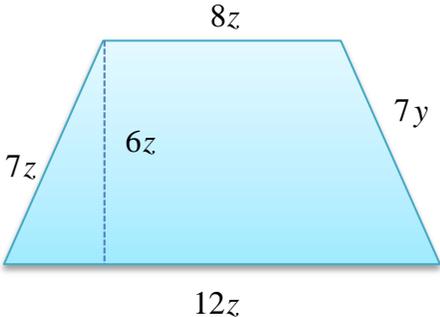
Formulario Necesario			
No.	Figura	Ecuación	Elementos
01.		$A = a^2$	$a = \text{lado}$
		$A = a^2$ $A = (7m)^2$ $A = 49m^2$	

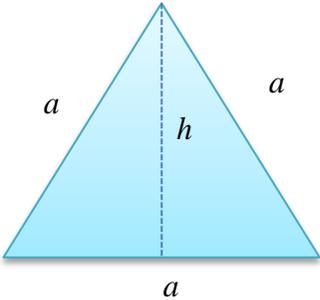
No.	Figura	Ecuación	Elementos
02		$A = a * b$	$a = \text{base}$ $b = \text{altura}$
		$A = a * b$ $A = 6x * 4x$ $A = 24x^2$	

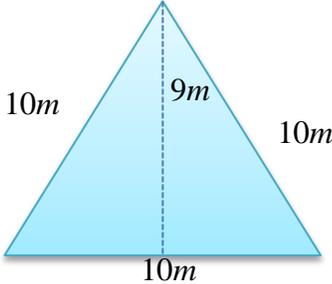
No.	Figura	Ecuación	Elementos
03		$A = \pi * r^2$ $A = \pi \frac{D^2}{4}$	$r = \text{radio}$ $D = \text{diametro}$ $\pi = \text{const. ante igual } 3.1416$
		$A = \pi * r^2$ $A = 3.1416 * (4s)^2$ $A = 3.1416 * 16s^2$ $A = 50.27s^2$	$A = \pi \frac{D^2}{4}$ $A = 3.1416 \frac{(8s)^2}{4}$ $A = 3.1416 \frac{64s^2}{4}$ $A = 3.1416 * 16s^2$ $A = 50.27s^2$

No.	Figura	Ecuación	Elementos
04.		$A = \frac{d * D}{2}$	$d = \text{diagonal menor}$ $D = \text{diagonal mayor}$
		$A = \frac{3m * 8m}{2}$ $A = \frac{24m^2}{2}$ $A = 12m^2$	

No.	Figura	Ecuación	Elementos
05.		$A = a * h$	$a = base$ $h = altura$
		$A = a * h$ $A = 5y * 6y$ $A = 30y^2$	

No.	Figura	Ecuación	Elementos
06.		$A = h \frac{(b+B)}{2}$	$a = lado$ $c = lado$ $b = base menor$ $B = base mayor$ $h = altura$
		$A = h \frac{(b+B)}{2}$ $A = 6z \frac{(8z+12z)}{2}$ $A = 6z \frac{(20z)}{2}$ $A = 6z(10z) \quad A = 60z^2$	

No.	Figura	Ecuación	Elementos
07.		$A = \frac{a * h}{2}$	$a = lado$ $h = altura$

		$A = \frac{a * h}{2}$ $A = \frac{10m * 9m}{2}$ $A = \frac{90m^2}{2} \quad A = 45m^2$
--	---	--

1.1.6 Problemas al Obtener áreas

Algar, Gómez, Gutiérrez, Molina y Pérez (2009) plantean que las dificultades y errores más frecuentes que aparecen acerca del tópico cálculo del área son:

- Confusión de perímetro con área
- Dificultades y errores de medida,
- Uso equivocado de los sentidos
- Uso inadecuado de instrumentos
- Resolución de problemas que contiene datos erróneos o no reales

De los cuales puede destacarse el de confundir área con perímetro siendo un error bastante frecuente, en ocasiones se calcula el área y el perímetro de una figura y se le asigna al dato mayor como área y al menor al perímetro. La frecuencia con la que se presenta este error se puede entender si revisamos la metodología que generalmente se utiliza. A los niños se les presentan las mismas actividades, basadas en dibujos que se presentan para determinar el área y el perímetro.

En cuanto a las dificultades y errores de medida se refiere a que generalmente los docentes trabajan cantidades enteras y cuando los estudiantes se encuentran con ejercicios y/o aplicaciones que conllevan cantidades decimales y/o números racionales el nivel de dificultad se incrementa y no poseen la competencia para dar solución. La situación es mucho más complicada si los estudiantes reciben ejercicios cuyas magnitudes no son homogéneas y convertir dichas unidades es un verdadero dolor de cabeza.

Al reflexionar en cuanto al uso de los sentidos, la mayoría de los docentes realizan la docencia de forma abstracta y vedan a los estudiantes de la posibilidad de poder utilizar los sentidos al aplicar la observación, el manipular objetos, cubrir espacios de algunas figuras, entre otros. La inclusión de los sentidos permiten que el aprendizaje sea más significativo.

Otro de los grandes problemas es la inadecuada aplicación de los instrumentos puesto que una mala apreciación sensorial provoca que los estudiantes quieran encontrar el área de un círculo haciendo uso de la regla.

Otro cuidado fundamental que debe tener el docente, es que sus problemas de aplicación y/o ejemplificación, no contengan datos equivocados o no reales. Puesto que ello no permite que el estudiante sea el artífice de su propio aprendizaje.

1.1.7 Las letras representan áreas (La multiplicación de dos letras)

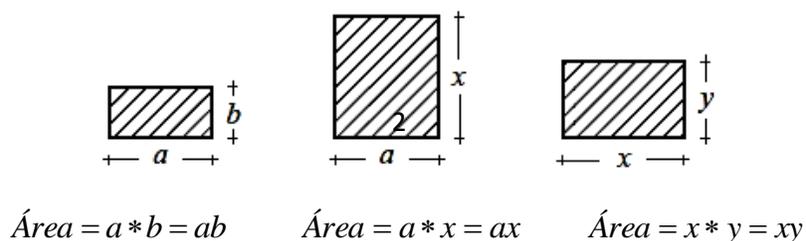
(Moreno 2016) Indica que el área de un cuadrado o de un rectángulo la conocemos al multiplicar la longitud de la base por la longitud de la altura, o sea: $a * b$. Por lo tanto, la representación geométrica del producto de dos letras –es decir la operación inversa– es el área de un cuadrado o de un rectángulo.

Multiplicación de una letra por sí misma

Si multiplicamos una letra por sí misma generamos el área de un cuadrado.



Al multiplicar dos letras diferentes, indicaos el área asignada a un rectángulo.



1.2 Productos notables

Lehman (2015) Indica que son aquellos resultados que se obtienen con un simple desarrollo, sin necesidad de efectuar el producto.

Fernández (2014) Afirma que algunos productos con binomios tienen formas notables que se presentan con frecuencia en álgebra. No es necesario memorizar estas fórmulas porque se puede usar la propiedad distributiva para multiplicar, pero familiarizarse con ellas hace posible que se manipule el álgebra con rapidez.

1.2.1 Niveles de aprendizaje de los productos Notables

Swokowski y Cole (2012) sugiere que para el aprendizaje de los productos notables podrían utilizarse los siguientes niveles:

Cuadrado de un binomio imperfecto (binomio con término común)	$(x \pm a)(x \pm b)$	$(4x + 5)(3x - 2)$ $(4x)(3x) + (4x)(-2) + (5)(3x) + (5)(-2)$
Suma por la diferencia de un binomio	$(x + y)(x - y)$	$12x^2 - 8x + 15x - 10$ $12x^2 + 7x - 10$ $(2a + 3)(2a - 3)$ $(2a)^2 - (3)^2$ $4a^2 - 9$
Cuadrado de un Binomio	$(x \pm y)^2 = x^2 \pm 2xy + y^2$	$(3x + 2y)^2 = (3x)^2 + 2(3x)(2y) + (2y)^2$ $= 9x^2 + 12xy + 4y^2$ $(3x - 2y)^2 = (3x)^2 - 2(3x)(2y) + (2y)^2$ $= 9x^2 - 12xy + 4y^2$

1.2.2 Multiplicación de polinomios

Moreno (2016) indica que un polinomio es una expresión algebraica que contiene la suma de varios términos. Ejemplo:

$$5x + 2y - 3z \qquad 12a^3b - 3ab^2 + 2a^2b^4c^6 - 17abc$$

$$7x^5 + 4y^4 - z^7 - 31x^2y + 13xy^5 - 8xz^4$$

Para la multiplicación de polinomios aplicamos la ley distributiva tantas veces como sea necesario. Sabemos que aplicar la ley distributiva es equivalente a hacer la multiplicación término a término.

Debemos recordar que el signo menos le pertenece al término que lo tiene ya que lo identifica como una imagen.

$$P = (a + b - c)(d - e) = d(a + b - c) - e(a + b - c)$$

$$P = ad + bd - cd - ae - be + ce = ad - ae + bd - be - cd + ce$$

1.2.3 La multiplicación de dos binomios es un producto notable

Moreno (2016) afirma que la multiplicación de dos binomios también es un producto notable –una multiplicación importante– porque con mucha frecuencia la usamos, especialmente en la solución de ecuaciones de segundo grado.

Existen dos casos: el coeficiente de la variable en ambos binomios es uno y en donde no lo es.

$$(x + a)(x + b) \qquad (ax + b)(cx + d)$$

1.2.4 Desarrollo de la multiplicación de dos binomios y el coeficiente de la variable es uno

Moreno (2016) indica que cuando resolvemos la multiplicación se debe aplicar la ley distributiva dos veces.

$$(x + a)(x + b) = x(x + b) + a(x + b)$$

Se factoriza la variable x

$$(x + a)(x + b) = x^2 + bx + ax + ab$$

a la potencia uno.

$$(x + a)(x + b) = x^2 + x(a + b) + ab$$

Si llamamos a a el primero y a b el segundo, es posible decir que $(x + a)(x + b)$, es igual a: el cuadrado de la variable x^2 , más la suma del primero más el segundo $(a + b)$ y esta suma multiplicada por la variable $x(a + b)$ más la multiplicación del primero por el segundo (ab) .

Factorización de la multiplicación de dos binomios y el coeficiente de la variable no es uno.

Otro caso que es de gran utilidad para la factorización de ecuaciones cuadráticas, es la multiplicación de dos binomios y la variable está a la potencia uno y sus coeficientes no son uno. Desarrollamos la multiplicación de los binomios aplica la ley distributiva dos veces.

$$(ax+b)(cx+d) = ax(cx+d) + b(cx+d)$$

$$(ax+b)(cx+d) = acx^2 + adx + bcx + bd$$

Al factorizar la variable x a la potencia uno: $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + x(ad+bc) + bd$

Si a a y d les llamamos los extremos y a b y c los medios, el desarrollo del producto notable $(ax+b)(cx+d)$ es igual a: el producto de los coeficientes de la variable (ac) por la variable al cuadrado $(ax)^2$, más el producto de los extremos, más el producto de los medios $(ac+bc)$ y esta suma multiplicada por la variable $x(ac+bc)$, más el producto de los términos independientes (bd) .

$$\begin{array}{c} \text{Medios} \\ \swarrow \quad \searrow \\ (ax+b)(cx+d) \\ \nwarrow \quad \nearrow \\ \text{Extremos} \end{array}$$

$$(ax+b)(cx+d) = acx^2 + x(ad+bc) + bd$$

1.2.5 Potencia de un binomio

Moreno (2016) indica que un binomio es una expresión algebraica que contiene la suma o diferencia de dos términos.

$$a+b$$

$$3x-2y$$

$$9x^3y^2z^6 - 2x^7yz^3$$

$$5a^2b+17ab^2$$

Elevar un binomio a una potencia cualquiera, consiste en multiplicar el binomio por sí mismo tantas veces como sea el valor de la potencia.

$$(12a^5 + 37b^3)^2 = (12a^5 + 37b^3)(12a^5 + 37b^3)$$

$$(2x^2 - 5y^4)^4 = (2x^2 - 5y^4)(2x^2 - 5y^4)(2x^2 - 5y^4)(2x^2 - 5y^4)$$

Binomio al cuadrado

Un binomio al cuadrado puede ser de dos formas, suma o diferencia.

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$$

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b)$$

Suma de un binomio al cuadrado

Para efectuar la multiplicación del binomio por sí mismo aplicamos la ley distributiva dos veces.

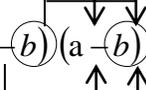
$$(a + b)^2 = (a + b)(\cancel{a+b}) = aa + ab + ab + bb = a^2 + 2ab + b^2$$


También podemos aplicar la ley distributiva dos veces de la siguiente forma:

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a(a + b) + b(a + b) + a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Diferencia de un binomio al cuadrado

Para efectuar la multiplicación del binomio por sí mismo aplicamos la ley distributiva dos veces.

$$(a - b)^2 = (a - b)(\cancel{a-b}) = aa - ab - ab + bb = a^2 - 2ab + b^2$$


Al multiplicar $-b$ debemos recordar que el signo menos le pertenece a b ya que la califica como una imagen.

También podemos aplicar la ley distributiva dos veces de la siguiente forma:

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a(a - b) + b(a - b) + a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

El binomio al cuadrado es un producto notable

Elevar un binomio al cuadrado es una operación algebraica que utilizamos frecuentemente. Le llamamos a esta operación un producto notable, o sea una multiplicación importante.

Debido a que con frecuencia elevamos un binomio al cuadrado hemos desarrollado un algoritmo para hacerlo. Es importante recordarlo para facilitar nuestro trabajo.

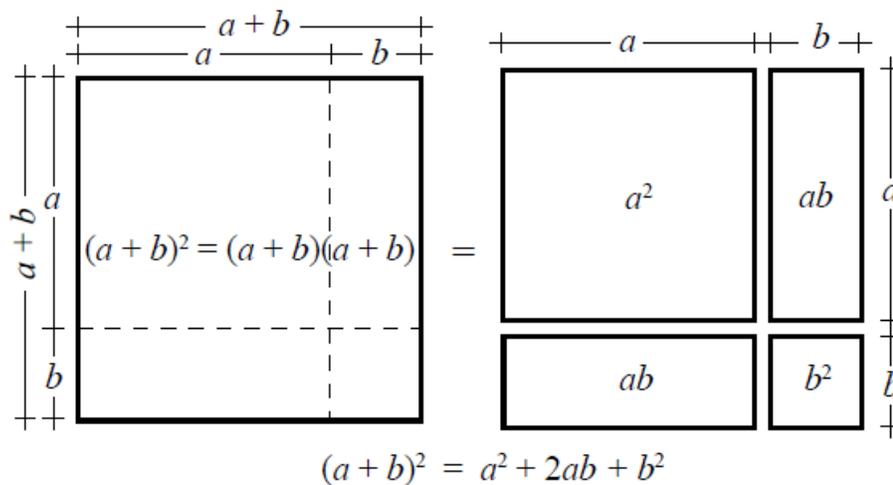
Desarrollo de la suma de un binomio al cuadrado

Si llamamos a a el primero y a b el segundo, podemos decir que $(a+b)^2$ es igual a: el cuadrado del primero más el doble producto del primero por el segundo más el cuadrado del segundo.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

1.2.6 Demostración geométrica de la suma de un binomio al cuadrado

La demostración geométrica del binomio al cuadrado es muy sencilla. Recordemos que $a+b$ es una longitud y que $(a+b)(a+b)$ es un área; a^2 , $2ab$ y b^2 también son áreas. Al utilizar los cuadros y rectángulos del material didáctico realizado, tenemos que verificar que el área $(a+b)^2$ o sea $(a+b)(a+b)$ es igual a la suma de las áreas a^2 , $2ab$ y b^2 , como se muestra en la figura.

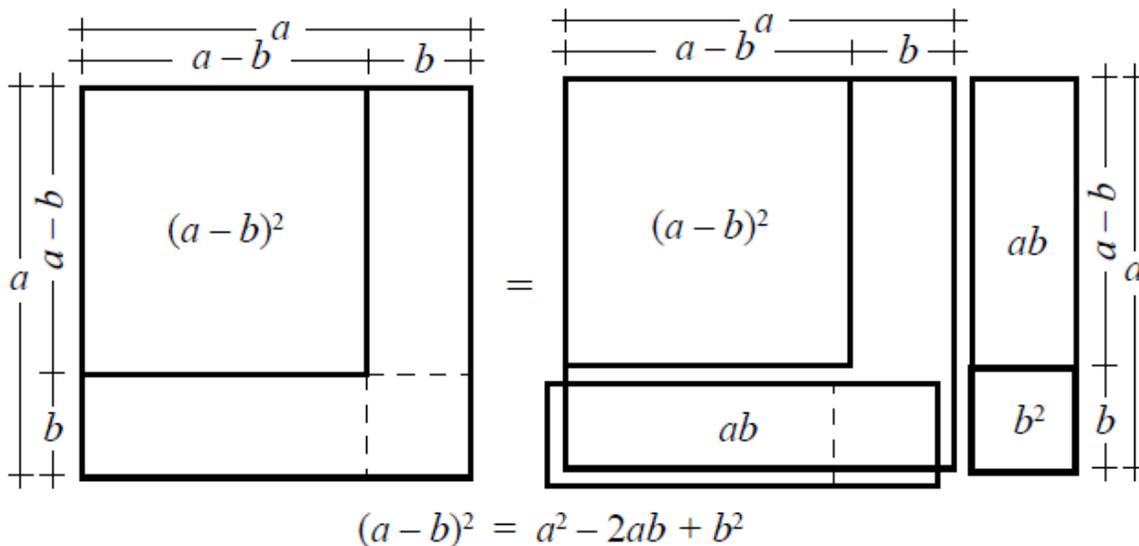


Fuente: Moreno (2016) Algebra 2

1.2.7 Demostración geométrica de la diferencia de un binomio al cuadrado

Tenemos que demostrar que el área formada por $(a-b)(a-b)$, es decir $(a-b)^2$ es igual al área formada por $a^2 + b^2$ menos el área $2ab$.

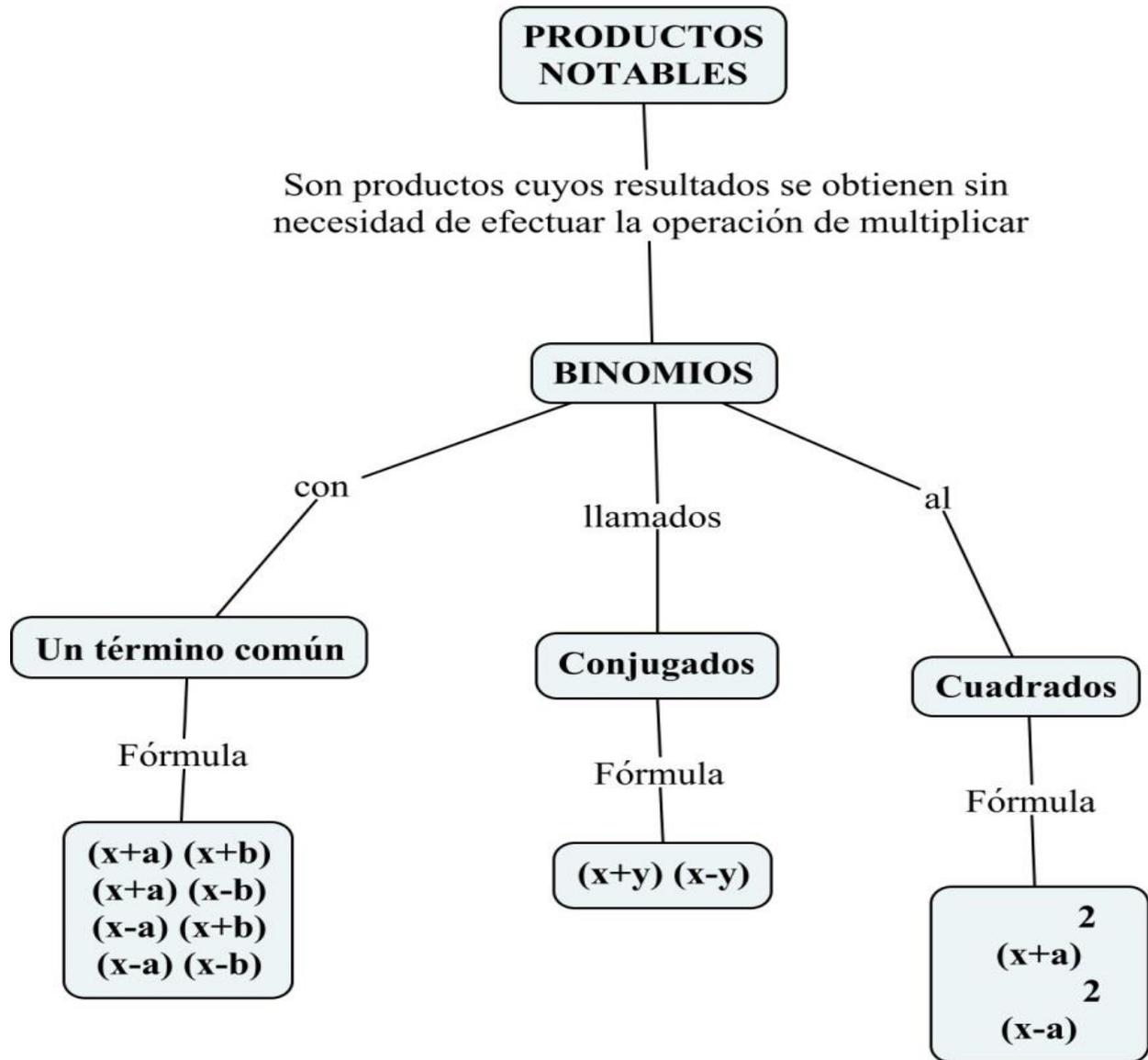
Al usar los cuadros y rectángulos del material didáctico realizado, tenemos que verificarlo, como se muestra en la figura.



Fuente: Moreno (2016) Algebra 2

1.2.8 Identificación de cada caso

Bello (2015) propone las siguientes características:



Productos Notables

Binomio de la Suma al Cuadrado	El cuadrado del primer término del binomio, más el doble producto del primer término por el segundo término más el cuadrado del segundo término del binomio.	Son dos términos separados por el signo más, están encerrados entre paréntesis y están elevados al cuadrado
Binomio de la Diferencia al Cuadrado	El cuadrado del primer término del binomio, menos el doble producto del primer término por el segundo término más el cuadrado del segundo término del binomio.	Son dos términos separados por el signo menos, están encerrados entre paréntesis y están elevados al cuadrado
Binomio Conjugado	El producto de la suma y la diferencia de dos términos es igual al cuadrado del primer término menos el cuadrado del segundo término	Son dos binomios, uno separados por el signo más y el otro por el signo menos o viceversa, cada uno está encerrado entre paréntesis.
Binomio con un término en común	Cuadrado del término común, más el producto de la suma algebraica de los términos no comunes por el término común, más el producto de los términos no comunes	Son dos binomios, uno de los términos es común, están separados por el signo más o por signo menos o ambos, están encerrados entre paréntesis

II. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En el aprendizaje y la enseñanza de la matemática, uno de los principales retos, es el poder buscar y/o diseñar nuevas estrategias que permitan una mayor comprensión de los contenidos que por años se han enseñado de forma mecánica, sin que puedan tener significado alguno para los estudiantes. Los docentes como rectores de proceso de aprendizaje enseñanza deben preocuparse por la identificación de todas aquellas fortalezas y oportunidades de mejora continua de la labor docente.

Año con año puede evidenciarse a través de los resultados de la evaluación diagnóstica a graduandos por parte del Ministerio de Educación como el rendimiento en ésta área ha sido siempre bajo (aunque se evidencia un aumento mínimo, según los resultados publicados por DIGECADE-MINEDUC) . Varios podrían ser los factores, tales como la poca preparación de los docentes en servicio, el desinterés por parte de los estudiantes, quienes consideran a la matemática como una ciencia difícil, el poco apoyo que se recibe por parte de los padres de familia y la falta de compromiso por parte de las autoridades.

Hay temas por los que los estudiantes sienten algún rechazo, tal es el caso de los productos notables, puesto que no logran apropiarse del contenido, no lo comprenden y en muchas ocasiones es el tema tabú, el tema difícil, el complicado, al que no hay que ponerle mucha importancia.

En aras de coadyuvar a la solución de dicha problemática, se considera que solamente a través de la aplicación de herramientas, material concreto como el cálculo de áreas de figuras geométricas y algunos otros recursos, se ha podido romper el paradigma de que matemática es una ciencia solo para inteligentes y en particular los productos notables, actualmente puede considerarse el aprendizaje de la matemática como un juego que permite solucionar situaciones problemáticas de la vida diaria.

Por tal razón se plantea la siguiente interrogante: ¿Inciden las áreas geométricas en el aprendizaje de los productos notables?

2.1 Objetivos

2.1.1 Objetivo General

- Determinar la incidencia de la utilización de áreas geométricas en el aprendizaje de los productos notables.

2.1.2 Objetivos específicos

- Identificar el nivel de aprendizaje del tema Productos Notables de los estudiantes de cuarto bachillerato en ciencias y letras con orientación en Educación sección “A” del Instituto Normal Rafael Landívar.
- Aplicar las áreas geométricas como herramienta para el aprendizaje de los productos notables.
- Verificar el nivel de comprensión como productos de la aplicación de las áreas geométricas en el aprendizaje de los productos notables.

2.2 Hipótesis

H_1 : Las áreas geométricas inciden en el aprendizaje de los productos notables.

H_0 : Las áreas geométricas no inciden en el aprendizaje de los productos notables.

2.3 Variables

- Variable independiente
 - ✓ Áreas geométricas
- Variable dependiente
 - ✓ Aprendizaje de los productos notables

2.4 Definición de variables

2.4.1 Definición conceptual de las variables de estudio

Lehman (2015) Indica que son aquellos resultados que se obtienen con un simple desarrollo, sin necesidad de efectuar el producto.

Fernández (2014) Afirma que algunos productos con binomios tienen formas notables que se presentan con frecuencia en álgebra. No es necesario memorizar estas fórmulas porque se puede usar la propiedad distributiva para multiplicar, pero familiarizarse con ellas hace posible que se manipule el álgebra con rapidez.

Fernández (2007) explica que el aprendizaje de las áreas de figuras planas se construye activamente a través de todo lo que pueda llamar la atención del estudiante, especialmente en su entorno: objetos, formas, colores, tamaños, fenómenos físicos, entre otros. Además afirma que a partir de la experiencia y el conocimiento que poseen tanto el docente como el estudiante, se promueve un aprendizaje significativo,

2.4.2 Definición operacional de las variables de estudio

Variables	Indicadores	Instrumento	Quien responde	Valoración	Tipo de Media
Variable No. 1 Áreas geométricas	Seguimiento de indicaciones para la construcción de las figuras	Lista de Cotejo	Estudiante	100 Pts.	Cuantitativo.
Variable No. 2 Aprendizaje de los productos notables	Rendimiento académico al resolver correctamente	Prueba Objetiva: Pre test y Post Test	Estudiantes	100 Pts.	Cuantitativo

2.5 Alcances y límites

Esta investigación se realizará con estudiantes del cuarto bachillerato en ciencias y letras con orientación en educación del Instituto Normal “Rafael Landívar” de la ciudad de Mazatenango, del departamento de Suchitepéquez, comprendidos en las edades de 15 a 17 años, la mayoría de los estudiantes pertenecen al área urbana de la ciudad, poseen un nivel económico estable lo que les ha permitido el acceder a una educación de calidad a la que se ingresa luego de aprobar el examen de selección.

Las posibles limitantes que pueden entorpecer la investigación es la falta de interés y participación que se ha constituido en el factor común entre los estudiantes y el poco tiempo que dura cada uno de los períodos.

2.6 Aporte

Con la presente investigación, se pretende que la misma pueda generar un impacto pedagógico en el área de matemática y en el establecimiento en particular, se aplicarán las áreas geométricas en la enseñanza de los Productos Notables, los que van a incidir el lograr un aprendizaje significativo, que pueda generar interés, despierte inquietudes, la curiosidad y desafíos para poder utilizarlas y solucionar problemas de su cotidianidad.

Se espera realizar una propuesta metodológica, que se pueda someter a consideración de los docentes del área de matemática de los establecimientos oficiales, por cooperativa y privados del municipio de Mazatenango, Suchitepéquez a través de talleres de cualificación, para que puedan apropiarse de ella, la apliquen y propongan mejoras continuas.

Finalmente a través de un estudio cuantitativo (estadístico) se podrá dar validez y respaldo a la incidencia de las áreas geométricas en el aprendizaje de los productos notables.

De igual manera se espera que la misma sea un aporte importante para la sociedad guatemalteca, para otros estudiantes de la carrera de licenciatura en la enseñanza de la matemática y la física y de la gloriosa Universidad Rafael Landívar, constituyéndose en una propuesta metodológica para coadyuvar a mejorar la calidad de la educación en área de matemática.

III. MÉTODO

3.1 Sujetos

La investigación será aplicada a un promedio de 47 estudiantes, comprendidos en las edades de 15 a 17 años, de los cuales según la nómina oficial, hay 31 mujer y 16 hombres del cuarto grado sección “A” de la Carrera de Bachillerato en Ciencias y Letras con Orientación en Educación del Instituto Normal “Rafael Landívar” de la ciudad de Mazatenango, en el departamento de Suchitepéquez.

La mayoría de los estudiantes provienen de la cabecera departamental (70% aproximadamente) y muy pocos (30% aproximadamente) de los municipios más cercanos a la cabecera, vale la pena hacer mención que la carrera no es muy atractiva para la mayoría de los estudiantes, lo que ha permitido el mermar la matrícula en la institución.

Un elevado número de estudiantes, provienen de los Institutos Nacionales de Educación Básica que existen en sus municipios, por lo que uno de los primeros paradigmas que les toca romper, es precisamente el hecho de viajar hacia Mazatenango, agregado a ello que el docente que les impartió matemática los años anteriores no contaba con la especialidad para impartirla.

3.2 Instrumentos

Para lograr los objetivos propuestos en la presente investigación se elaborará una guía de trabajo donde se indique el procedimiento para la construcción de los bloques, tales como tamaños, colores, entre otras, misma que será calificada en la escala de 01 a 100 puntos y constará de:

- Trabajo individual: pre saberes y predicciones.
- Habilidades Personales: motricidad fina (trazo y corte de las figuras en foami), comprensión lectora, elaboración de ejemplos y ejercicios.
- Conceptualización: a través de la elaboración de ejercicios en material concreto, semiconcreto y abstracto.

Se aplicará una prueba objetiva diagnóstica (pretest) la cual permitirá establecer el techo de aprendizaje de los estudiantes y una prueba sumativa y/o final (postest) para verificar el logro de las competencias, cada una ponderada con 100 puntos, las mismas constarán de diez ejercicios que abarcarán los contenidos trabajados durante el proceso de investigación.

3.3 Procedimiento

- **Elaboración de perfil:** en cuanto al perfil del tema seleccionado, el mismo fue presentado a finales del décimo ciclo, el cuál fue defendido ante la presencia de una terna integrada por profesionales, todos docentes de la Facultad de Humanidades. El perfil fue enviado a Campus Central en la ciudad capital para la revisión y aprobación respectiva, situación que fue notificada, permite con ello el iniciar con la elaboración del anteproyecto de tesis.
- **Antecedentes:** durante esta etapa se recopiló información sobre cada una de las variables, datos que fueron extraídos de tesis, artículos de revistas, dichos artículos constituyen investigaciones ya realizadas que dan respaldo a los estudios sobre las variables estudiadas.
- **Marco teórico:** en esta etapa se buscó información bibliográfica obtenida de tesis, libros, diccionarios, revistas, enciclopedias y páginas de internet que dan respaldo y validación al tema de forma más verídica.
- **Planteamiento del problema:** en esta etapa se explicaron las razones por las cuales se eligió el presente tema de investigación, se dieron a conocer los objetivos, las hipótesis, la definición de las variables, los alcances, límites y el aporte que se generará al concluir la investigación.
- **Método:** en esta etapa se especificaron todos los datos referentes a la muestra a utilizar, los instrumentos que se aplicarán en la ejecución de la investigación, el proceder que conllevó la elaboración del anteproyecto de tesis y finalmente el tipo y diseño de investigación que se utilizará.

- Referencias: en esta etapa se enlistaron todas las fuentes que permitieron establecer el marco teórico del anteproyecto de tesis, se comienza por el apellido del autor, el año, título de la obra, el lugar de edición y el nombre de la editorial.
- Introducción: en esta etapa se presentó y explicó de forma breve y concisa el tema principal del anteproyecto de tesis.

3.4 Tipo de investigación, diseño y metodología estadística

La presente investigación será de tipo cuantitativa, Achaerandio (2010) define que una investigación de tipo cuantitativo es de carácter objetivo, imparcial y riguroso en la recolección de datos y la interpretación de los mismos.

Lima (2014) cita a Hernández, Fernández y Baptista indica que en este enfoque se utiliza la recolección de datos para comprobar o rechazar la hipótesis, con base en cálculo numérico y en las observaciones estadísticas, para establecer patrones de comportamiento e inferir, analizar y experimentar las variables de estudio.

De igual manera se apoyará en el diseño cuasi – experimental para trabajar con la población descrita anteriormente, lo que permitirá la manipulación de las variables, se trabajará con la población total lo que permitirá que los datos obtenidos sean más confiables y verídicos, ya que se aplicará un pretest y un postest, medición que permitirá determinar la incidencia de la aplicación de los bloques de Dienes en el aprendizaje de los productos notables.

Morales (2012) indica que los diseños cuasi – experimentales, son aquellos en los cuales no existe un grupo control o no hay asignaciones aleatorias de los sujetos a otros grupos. Se investiga con grupos establecidos.

En cuanto a la metodología estadística se aplicará la estadística descriptiva, el proceso de diferencia de medias y de análisis de datos pares o t-student, por medio del análisis de datos, en el programa Excel.

Lima (2012) presentó las siguientes fórmulas estadísticas para la aplicación de la estadística descriptiva, las cuales consisten en calcular las medidas de tendencia central, de posición y de variabilidad o dispersión.

Medidas de tendencia central:

$$\text{Media aritmética: } \bar{X} = \frac{\sum f * x_i}{N}$$

$$\text{Mediana: } Md = \frac{N}{2} \Rightarrow F \Rightarrow X_i$$

$$\text{Moda: } Mo = f > \Rightarrow X_i$$

Medidas de posición o distribución

$$\text{Percentil } x: P_x = \frac{x * N}{100} \Rightarrow F \Rightarrow X_i$$

Medida de Variabilidad:

$$\text{Desviación típica o estándar: } \sigma = \sqrt{\left(\left(\frac{\sum f * d^2}{n} \right) - \left(\frac{\sum f * d^i}{n} \right)^2 \right)}$$

Lima (2012) presenta las siguientes fórmulas estadísticas para el análisis de datos pares o t-student, que consiste en realizar una comparación entre las evaluaciones diagnósticas (pretest) y sumativa y/o final (postest) del grupo, de esta manera se puede medir la diferencia entre ambos momentos.

$$\text{Se establece el nivel de confianza: } NC = 95\% \quad Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$$

$$\text{Media aritmética de las diferencias: } \bar{d} = \frac{\sum d_i}{N}$$

Desviación típica o estándar para la diferencia entre la evaluación diagnóstica (pretest) antes de su aplicación y la evaluación sumativa y/o final (postest) después de su aplicación;

$$Sd = \sqrt{\frac{\sum (d_i - \bar{d})^2}{N - 1}}$$

Estadístico t:
$$t = \frac{\bar{d} - \Delta_0}{\frac{Sd}{\sqrt{N}}}$$

Grados de libertad: $N - 1$

Finalmente hay que encontrar el valor T en la tabla, a los niveles de confianza del 95%.

IV. PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

Tabla 1

Notas obtenidas con los estudiantes en el pre test y pos test.

PRE EXPERIMENTO					
Nº	Pre test	Pos test	Nº	Pre test	Post test
1	21	87	26	35	100
2	35	95	27	23	84
3	27	93	28	26	80
4	23	83	29	23	94
5	35	93	30	32	81
6	30	82	31	41	100
7	35	100	32	28	89
8	22	87	33	21	89
9	38	100	34	37	100
10	35	100	35	36	100
11	31	100	36	34	83
12	32	100	37	29	88
13	18	75	38	22	100
14	31	97	39	21	100
15	30	85	40	23	94
16	21	87	41	35	92
17	25	95	42	21	90
18	24	97	43	35	100
19	31	93	44	32	100
20	27	87	45	17	82
21	24	88	46	34	100
22	32	96	47	21	83
23	18	81			
24	32	94			
25	34	83			

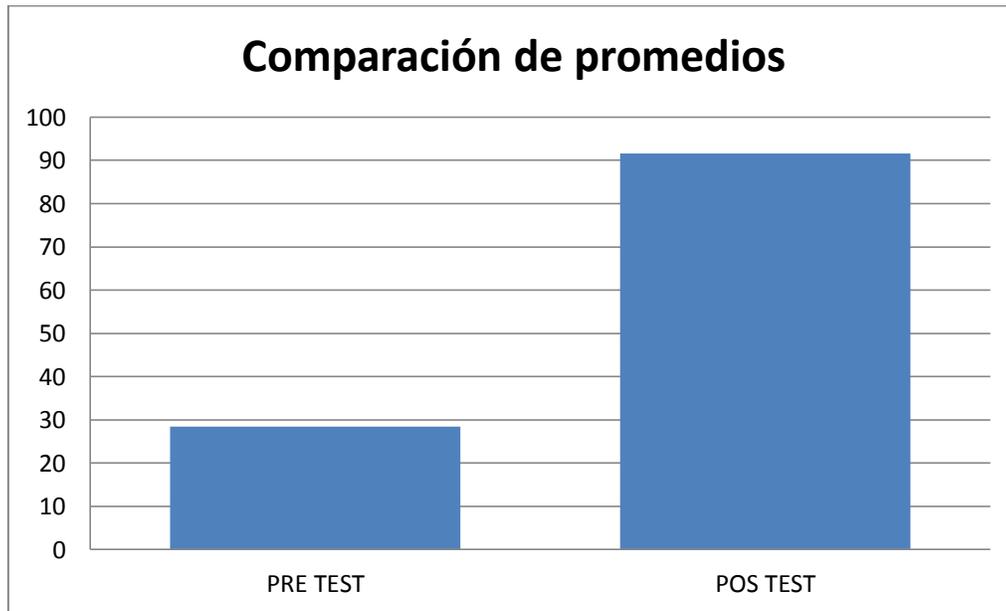
Fuente: Trabajo de campo

Tabla 2
Resumen Estadístico

Prueba t para dos muestras supone varianzas iguales		
	<i>Pre test</i>	<i>Pos test</i>
Media	28.45	91.64
Varianza	39.25	53.37
Observaciones	47	47
Grados de libertad	46	
Estadístico t	-65.75	
Valor crítico de t (una cola)	1.68	

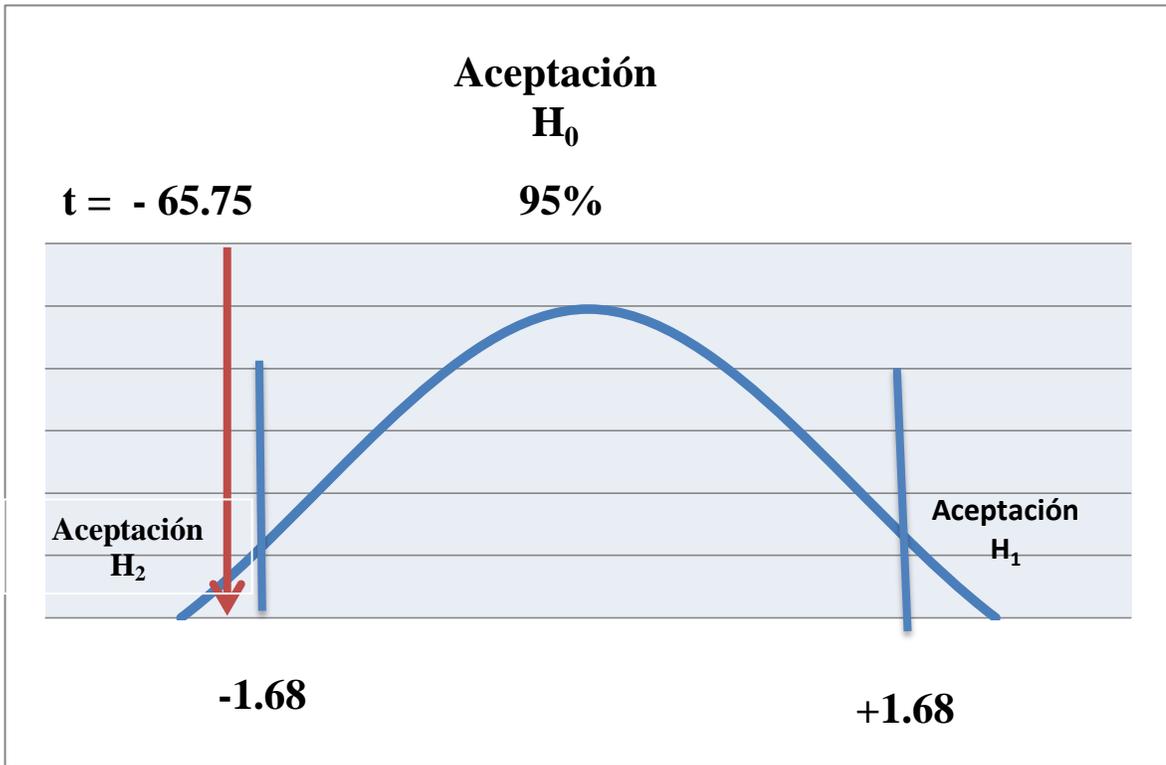
Fuente: Trabajo de campo datos obtenido en el experimento

Grafica 1
Promedios Obtenidos



Fuente: Trabajo de campo datos obtenido en el experimento

Grafica 2
Campana de Gauss



Fuente: Trabajo de campo datos obtenido en el experimento

V. ANÁLISIS DE RESULTADOS

En el proceso del trabajo de campo de la tesis se analizó la incidencia que tienen las áreas geométricas en el aprendizaje de los productos notables y después de un análisis se obtuvo la siguiente información: en la tabla 1, se encuentran las notas obtenidas en el pre test y pos test. En la tabla 2, se presenta un resumen estadístico compuesto por los promedios obtenidos, titulado prueba t para dos muestras supone varianzas iguales,

En la gráfica núm. 1, puede observarse el resultado de la comparación de los promedios obtenidos en el pre test y el pos test y finalmente en la gráfica núm. 2, a través de la campana de Gauss puede evidenciarse el nivel de aceptación de las hipótesis H_1 y H_2 , el valor estadístico $t = -65.75$ y el valor crítico de $t = \pm 1.68$.

Durante el lapso que duró el experimento se aplicó una guía de observación por cada semana, la misma consta de siete aspectos que se desarrollan de la siguiente manera: Se verificó si los estudiantes contaban con todos los materiales necesarios para trabajar y se encontró que en la primera semana un 82% de los estudiantes contaban con todo los materiales, mientras que durante las semanas dos y tres el aumento fue mucho más grande porque se incrementó hasta un 100% de la totalidad de alumnos con los materiales necesarios, como menciona Moreno (2016) que el material didáctico ayuda a los estudiantes a aplicar sus sentidos para que de una forma sencilla, amena y divertida, puedan entender y demostrar el concepto; y contar con todos los materiales favorece a la correcta interpretación de las figuras geométricas y desarrollar la habilidad espacial, misma que es muy difícil de conceptualizar.

En cuanto a que sigue indicaciones correctamente, se pudo verificar que en la primera semana el 73% no tiene problemas para poder seguir indicaciones proporcionadas por el docente, en el trabajo coordinado por Martínez (2015) afirma que el no seguir indicaciones genera no lograr los resultados esperados, una pérdida de tiempo en la clase y no hay avance en el contenido,

La comprensión de los contenidos al aplicar las áreas geométricas se puso de manifiesto en la medida en que avanzó el tiempo, por cuanto que al finalizar la tercera semana en un 93% de

los estudiantes logra comprender el concepto de productos notables al aplicar las áreas geométricas, tal como lo afirma Barreto (2009) el proceso cognitivo de visualización está íntimamente relacionado con la forma geométrica de las figuras, es decir que la configuración y el razonamiento tiene como base el aplicar las afirmaciones matemáticas que les corresponde algebraicamente, toma la noción de área en consideración.

Utilizar las figuras para resolver productos notables fue uno de los paradigmas más difíciles de romper, puede evidenciarse cómo a medida que el tiempo transcurre el porcentaje de alumnos que las utilizan fue en aumento, llega a concluir que es la parte concreta de la enseñanza en dicho proceso. Al inicio de la observación se pone de manifiesto como un 60% de los estudiantes no utilizaban las figuras, preferían hacerlo en forma abstracta, hasta llegar a un 93% en donde se aceptó, se comprendió y ahora se procede a la aplicación de lo aprendido. Barreto (2014) indica que los estudiantes a través de los procesos constructivos llegan al razonamiento, mismo que les permite el crear un auténtico aprendizaje significativo.

Al romper el paradigma de la estrecha relación existente entre las áreas geométricas y los productos notables, los estudiantes logran relacionar las definiciones, ponerlas a su servicio y lograr las competencias planteadas por el docente, según Moreno (2016) manifiesta que a través del uso continuo de juegos o representaciones como estas. Se le posibilita al estudiante el desarrollo de habilidades y comprensión en la aplicación de los conceptos. Dicha situación se pone de manifiesto a través de las guías de observación, se evidencia el aumento significativo porcentual hasta de un 100%, de cómo los estudiantes relacionan las definiciones objeto de estudio.

Para poder llegar a concluir si realmente inciden las áreas geométricas en la enseñanza de los productos notables, las distintas aplicaciones y/o ejercicios permiten dicha comprobación, se evidencia a través de la guía de observación, específicamente en la tercera semana, como en un 100% los estudiantes resuelven los ejercicios en forma correcta, tal como lo afirma Moreno (2016) al decir que la estrategia pedagógica de aplicar el conocimiento adquirido y el desarrollar la habilidad de utilización al solucionar diferentes tipos de problemas evidencia que la misma es funcional puesto que el estudiante desarrolla o logra crear el algoritmo que le

permitirá realizar operaciones o resolver problemas en forma ordenada y eficiente, es indispensable que el alumno desarrolle la habilidad y acumule la experiencia necesaria para el planteamiento y resolución de problemas.

Finalmente para evaluar la participación de los estudiantes en la ejecución del método aprendido para con otros compañeros, se evidencia en la primera semana que dado el desconocimiento de esta propuesta metodológica, la mayoría de los estudiantes tenía cierto temor a compartirlo por el miedo a estar equivocados, pero una vez se logró comprender el tema en la tercera semana, un 86 % de los estudiantes compartían con sus demás compañeros el método, orientándolos y explicar todas aquellas lagunas existentes, resolver y plantear ejercicios para poder asimilar de una mejor manera y evidenciar que el método es funcional.

Al finalizar el experimento se realizó un pos-test donde se obtuvo un promedio de 91.64 mismo que al ser comparado con el pre-test evidencia una enorme mejoría. Como producto de ello, la prueba T-student posee un valor crítico de ± 1.68 y el valor $t = -65.75$ por lo que se aprueba la hipótesis H_1 la que literalmente dice: las áreas geométricas inciden en el aprendizaje de los productos notables, con lo que estadísticamente se demuestra el experimento.

VI. CONCLUSIONES

- Hay una incidencia en la aplicación de las áreas geométricas en el aprendizaje de los productos notables al ser verificado estadísticamente, dado que se alcanzó un promedio de 91.64, al ser el valor $t = -65.75$ y la prueba T-student posee un valor crítico de ± 1.68 .
- La herramienta es novedosa para los estudiantes y a pesar de que muchos desconocían el contenido, el mismo fue más fácil de aprender gracias a la aplicación de la misma.
- Se logró evidenciar la importancia de construir el aprendizaje de los productos notables a partir de figuras geométricas realizadas en cartulinas de colores, manipulándolas como piezas de un rompecabezas permitieron un razonamiento que coadyuvó a crear un aprendizaje significativo.
- Se comprobó que el uso de material concreto aplicado a la enseñanza de los productos notables conlleva a tener aulas motivadas, constructoras de aprendizajes significativos y permite procesos de socialización e interacción entre los estudiantes y el docente.
- Los resultados obtenidos a través de las guías de observación aplicadas durante el experimento constituyen una prueba clara de cómo se produce la mejora continua en el aprendizaje de los productos notables utiliza el concepto de áreas geométricas.
- Aunque uno de los objetivos de la matemática sea el fomentar el razonamiento, la enseñanza será mucho más activa y el docente utilice la creatividad, la imaginación y la inventiva de los estudiantes para que estén interesados, entretenidos y puedan descubrir conceptos que no son tan obvios y/o triviales.
- La aplicación de las áreas geométricas para el aprendizaje de los productos notables permitió la ejercitación de procedimientos y desarrollo de habilidades necesarias para obtener un buen desempeño en el área de matemática.

VII. RECOMENDACIONES

- Se recomienda a todos los docentes que participen en procesos de actualización, mismos que coadyuvarán a mejorar la calidad de la educación y en particular del área de matemática para dejar por un lado la enseñanza tradicional.
- Se recomienda la utilización de las áreas geométricas para el aprendizaje de los productos notables, ello fomenta la imaginación, la inventiva, la creatividad y sobre todo la comprensión de los conceptos, logra la construcción de su propio conocimiento y poder resolver situaciones de la vida cotidiana.
- Es importante que las actividades de enseñanza que se realizan en el área de matemática permitan la mejora continua en cuanto a los procesos de razonamiento y comprensión para lograr un verdadero aprendizaje significativo.
- Dar la importancia necesaria al estudio de la geometría y en particular a las áreas geométricas para poder descubrir las distintas aplicaciones, evidencia que el álgebra no es la excepción.
- Inducir a los estudiantes para que puedan implementar las representaciones de las figuras geométricas como un elemento necesario para la enseñanza de algunos contenidos algebraicos y en particular de los productos notables como se ve reflejado en la presente investigación.

VIII. REFERENCIAS

- Achaerandio, L. (2010). Iniciación a la práctica de la investigación. Guatemala: Universidad Rafael Landívar.
- Arenas, M. (2012). Propuesta didáctica para la enseñanza de áreas y perímetros en figuras planas. Medellín, Colombia.
- Barbero, E. D. (2012). Libro digital de matemática para 1ro. ESO. . Madrid, España: Cidead.
- Barreto, J. (2014). Dinamización matemática: deducción geométrica de los productos notables en el espacio tridimensional como recurso didáctico eb el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática. *Revista Iberoamericana de educación matemática*: 200. 115-133.
- Beyer, W. (2013). Dienes, Brousseau y Alson: contraste de tres visiones acerca del aprendizaje de las matemáticas. *Revista Informe de investigaciones educativas* Vol. XXVIII No. 2: 87, 25-57.
- Chávez, C. y. (2010). La biblia de las matemáticas. España: Grafos S. A. Arte sobre papel.
- Cruz, J. (2011). Material didáctico para la enseñanza de factorización eb los décimos años de educación básica del Colegio Nacional San Pablo de la Parroquia San Pablo del Lago, Cantón Otavalo, Provinvia de Imbabura, en el período lectivo 2010-2011. (Tesis de Diplomado Superior en Investigación) Universidad Técnica del Norte: <http://repositorio.utn.edu.ec/handle/123456789/1174>.
- Lima, G. (2012). Cuaderno de trabajo de estadística. Guatemala: Copymax.
- Lima, G. (2014). Guía didáctica y aprendizaje de las leyes de Newton. (Tesis de Licenciatura): Recuperado de <http://biblio3.url.edu.gt/Tesario/2014/05/86/Lima-Alma.pdf>.
- Lobo, W. (2015). Estrategia metodológica basada en la actividad lúdica para el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes del 8o. grado que cursan la asignatura matemática en la institución educativa rural San Joaquín del municipio de Santa María-Huila. (Tesis de Maestría en Educación) Universidad del Tolima: Recuperado de <http://repository.ut.edu.co/bitstream/001/1481/1/RIUT-BHA-spa-2015-Estrategia%20metodol%C3%B3gica%20basad%20en%20la%20actividad%20l%C3%ADica%20para%20el%20desarrollo%20del%20pensamiento%20variacional.pdf>.

- López, E. (2008). Productos notables, factorización y ecuaciones de segundo grado con una incógnita, una propuesta didáctica para el bachillerato del Colegio de Ciencias y Humanidades. (Tesis de Maestría en Docencia) Universidad Nacional Autónoma de México: Recuperado de <http://univirtual.utp.edu.com/pandora/recursos/1000/1966/1966.pdf>.
- López, M. (2015). Tangram y su incidencia en el aprendizaje de áreas de figuras planas. Estudio realizado en el grado de primero básico, secciones "A" y "B", del Instituto Nacional de Educación Básica, La Esperanza, departamento de Quetzaltenango, Guatemala, C.A. (Tesis de Licenciatura) Universidad Rafael Landívar.
- Méndez, T. (2008). Dificultades en la práctica de productos notables y factorización. Revista del Instituto de matemática y física 60 1-11.
- Morales, P. (2012). Investigación experimental, diseños y contraste de medias. Guatemala: Cara Parens.
- Morán, M. (2013). Material didáctico para el fortalecimiento de los procesos de aprendizaje de la factorización en grado octavo del Colegio San Francisco de la Ciudad de Tuluá. (Tesis de Licenciatura) Universidad Católica de Manizales: Recuperado de <http://repositorio.ucm.edu.co:8080/jspui/bitstream/handle/10839/666/Milton%20Javier%20Moran%20Galindo.pdf?sequence=1>.
- Rodríguez, C. (2011). Construcción de polígonos regulares y cálculo de áreas de superficies planas utilizando el programa geogebra: una estrategia metodológica para la construcción de aprendizajes significativos en estudiantes de grado séptimo. Manizales, Colombia.
- Rojas, C. (2015). Introducción a la geometría. Barranquilla, Colombia : Universidad del Norte.
- Salazar, V. (2013). Tabletas algebraicas, una alternativa de enseñanza del proceso de factorización. Santo Domingo, República Dominicana: CEMACYC Recuperado de <http://www.centroedumatematica.com/memorias-icemacyc/356-520-1-DR-T.pdf>.
- Salido, E. y Salido, M. (2013). Materiales Didácticos para la educación infantil. Madrid: Narceo Ediciones.
- Sánchez, R. (2010). La comprensión matemática de los productos notables, cocientes notables y descomposición factorial en el décimo año de los colegios Víctor Mideros y Daniel

Reyes de la parroqui de San Antonio de Ibarra. Propuesta de metodología lúdica a través de softw. Guayaquil, Ecuador. Recuperado de <http://repositorio.utn.edu.ec/handle/123456789/428>: (Tesis de Licenciatura) Universidad Técnica del Norte.

Valencia. (2012). Aplicación de la estrategia didáctica de organizadores gráficos en el aprendizaje de los productos notables y factorización de los estudiantes del noveno año de educación general básica del Colegio Nacional Veracruz del Cantón Pastaza. Ecuador (Tesis de Maestría en Docencia Matemática) Universidad Técnica de Ambato: Recuperada de <http://repositorio.uta.edu.ec/jspui/handle/123456789/6018>.

Yax, E. (2015). Método geoplano y su incidencia en el aprendizaje del cálculo del perímetro y área de las figuras geométricas. Estudio realizado con estudiantes de primero básico secciones B y C, del Instituto Nacional Jacobo Árbenz Guzmán en la ciudad de Quetzaltenango (Tesis de Licenciatura): Universidad Rafael Landívar.

IX. ANEXOS



CRONOGRAMA

No.	Actividad	Semana 1					Semana 2					Semana 3				
		14/08	15/08	16/08	17/08	18/08	21/08	22/08	23/08	24/08	25/08	28/08	29/08	30/08	31/08	01/09
01.	Aplicación de la prueba diagnóstica (Pre-test)	P														
		E														
		R														
02.	Elaboración (Trazo y corte de figuras planas)	P														
		E														
		R														
03.	Aplicación de ficha de Observación No. 1	P														
		E														
		R														
04.	Cálculo de áreas de las figuras recortadas	P														
		E														
		R														
05.	Enseñanza de la Multiplicación de polinomios y producto de un monomio por un polinomio	P														
		E														
		R														
06.	Aplicación de ficha de Observación No. 2	P														
		E														
		R														

REFERENCIA: **P** = Programado **E** = Ejecutado **R** = Reprogramado

CRONOGRAMA

No.	Actividad	Semana 1					Semana 2					Semana 3				
		14/08	15/08	16/08	17/08	18/08	21/08	22/08	23/08	24/08	25/08	28/08	29/08	30/08	31/08	01/09
07.	Enseñanza del Producto de la suma de dos binomios y producto de la diferencia de dos binomios	P														
		E														
		R														
08.	Enseñanza del Producto de la suma por la diferencia de dos binomios y Producto de Binomios Diferente	P														
		E														
		R														
09.	Aplicación de ficha de Observación No. 3	P														
		E														
		R														
10.	Taller de representación de productos notables utilizando áreas geométricas.	P														
		E														
		R														
11.	Aplicación de prueba final (Pos-test)	P														
		E														
		R														

REFERENCIA: P = Programado E = Ejecutado R = Reprogramado

Mazatenango, Such., agosto de 2017.


 Juan Carlos Orozco Pineda
 Docente.


 Lic. Carlos Humberto Rodríguez del Valle
 Director



PRE-TEST

Grado: _____ Sección: _____ Clave: _____
Estudiante: _____
Apellidos Nombres

INDICACIONES GENERALES: la presente prueba consta de tres series cada una con indicaciones específicas, sígalas correctamente, evite copiar a sus compañeros y trabaje en forma ordenada.

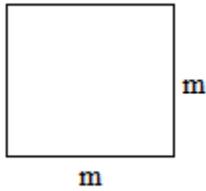
Serie I: (Valor 20 Pts.)

Indicaciones: a continuación encontrará una serie de interrogantes, en la línea de la derecha, escriba la respuesta correcta.

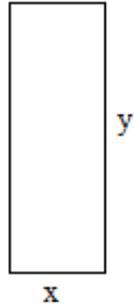
- 01 ¿Qué nombre recibe la cantidad de superficie (región interna) de una figura plana?.....
- 02 ¿Qué nombre recibe la figura plana que se forma de cuatro lados iguales y cuatro ángulos rectos?.....
- 03 ¿Qué nombre recibe el resultado que se obtiene de la operación llamada multiplicación?.....
- 04 ¿Qué nombre recibe la figura plana de cuatro lados, de dos longitudes opuestas distintas y forman cuatro ángulos rectos?.....
- 05 ¿Qué nombre recibe el espacio de tres dimensiones que ocupa una figura plana?.....
- 06 ¿Qué nombre reciben los polígonos cuyos lados y ángulos interiores son iguales entre sí?.....
- 07 ¿Qué nombre recibe la multiplicación cuyo producto puede ser determinado por simple inspección?.....
- 08 ¿Qué nombre recibe la sumatoria del conjunto de líneas que forman el contorno de una figura plana?.....
- 09 ¿Qué nombre recibe la variable A en la siguiente ecuación $A = b * h$?.....
- 10 ¿Qué nombre reciben los polígonos cuyos lados y ángulos interiores no son iguales entre sí?.....

Serie II: (Valor 30 Pts.)

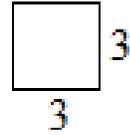
Indicaciones: a continuación encontrará una serie de figuras, calcule el área de cada una de ellas.



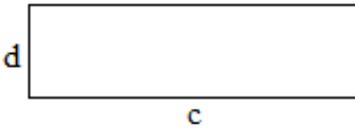
a) _____



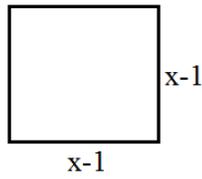
b) _____



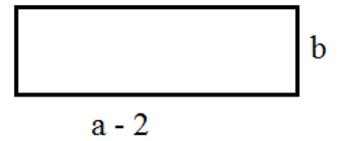
c) _____



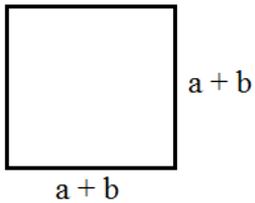
d) _____



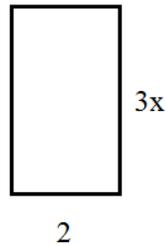
e) _____



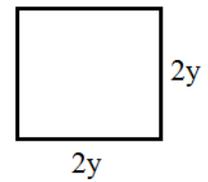
f) _____



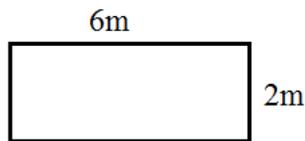
g) _____



h) _____



i) _____



j) _____

Serie III: (Valor 20 Pts.)

Indicaciones: a continuación encontrará una gráfica, cuya intersección ampliada corresponde al producto de $(3a + 2b)(2a + 2b)$ a cuánto asciende el resultado o producto. (7 Pts.)

a ²	ab	ab	ab	ab	ab				
a ²	ab	ab	ab	ab	ab				
a ²	ab	ab	ab	ab	ab				
a ²	ab	ab	ab	ab	ab				
a ²	ab	ab	ab	ab	ab				
ab	ab	ab	ab	ab	b ²				
ab	ab	ab	ab	ab	b ²				
ab	ab	ab	ab	ab	b ²				
ab	ab	ab	ab	ab	b ²				

a ²	a ²	ab	ab
a ²	a ²	ab	ab
a ²	a ²	ab	ab
ab	ab	b ²	b ²
ab	ab	b ²	b ²

R// _____

Serie IV: (Valor 30 Pts.)

Indicaciones: a continuación encontrará una serie de productos notables, resuélvalos correctamente:

- $(4c + 2d)^2$
- $(2a + 3b)(a - b)$
- $(4x + 2y)(4x - 2y)$
- $(m - 3n)(2m - 3n)$
- $(3c - 3d)^2$



POS-TEST

Grado: _____ Sección: _____ Clave: _____
 Estudiante: _____
 Apellidos Nombres

INDICACIONES GENERALES: la presente prueba consta de tres series cada una con indicaciones específicas, sígalas correctamente, evite copiar a sus compañeros y trabaje en forma ordenada.

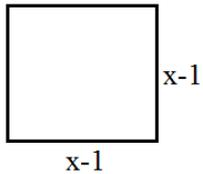
Serie I: (Valor 20 Pts.)

Indicaciones: a continuación encontrará una serie de interrogantes, en la línea de la derecha, escriba la respuesta correcta.

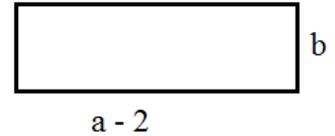
- 01 ¿Qué nombre recibe la cantidad de superficie (región interna) de una figura plana?.....
- 02 ¿Qué nombre recibe la figura plana que se forma de cuatro lados iguales y cuatro ángulos rectos?.....
- 03 ¿Qué nombre recibe variable A en la siguiente ecuación $A = b * h$?.....
- 04 ¿Qué nombre recibe la figura plana de cuatro lados, de dos longitudes opuestas distintas y forman cuatro ángulos rectos?.....
- 05 ¿Qué nombre recibe la operación inversa a los productos notables?.....
- 06 ¿Qué nombre recibe variable h en la siguiente ecuación $A = b * h$?.....
- 07 ¿Qué nombre recibe la multiplicación cuyo producto puede ser determinado por simple inspección?.....
- 08 ¿Qué nombre recibe la operación utilizada con los exponentes al momento de multiplicar potencias de las misma base?.....
- 09 ¿Qué nombre recibe la variable b en la siguiente ecuación $A = b * h$?.....
- 10 ¿Qué nombre recibe el resultado que se obtiene de la operación llamada multiplicación?

Serie II: (Valor 15 Pts.)

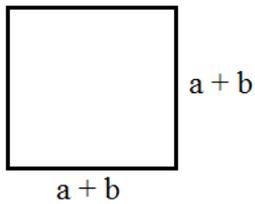
Indicaciones: a continuación encontrará cuatro figuras geométricas regulares, calcule el área de cada una:



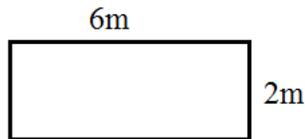
a) _____



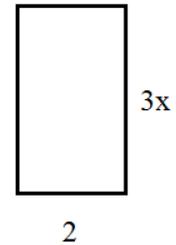
b) _____



c) _____



d) _____



e) _____

Serie III: (Valor 20 Pts.)

Indicaciones: utilizando hojas adicionales de colores represente los siguientes productos notables:

1. $(3x + 2y)^2$

2. $(a + 3b)(3a - 2b)$

3. $(3p + 2q)(2p + 2q)$

4. $(2r + 3s)(3r + 4s)$

Serie IV: (Valor 45 Pts.)

Hoja No. 2 de 3

Indicaciones: a continuación encontrará una serie de productos notables, en el paréntesis deberá escribir la letra que corresponda a la respuesta correcta al resolver cada uno de ellos.

$$(2x - 3y)^2 \quad (\quad)$$

a) $4x^2 + 12xy - 9y^2$

b) $9x^2 + 6xy + y^2$

$$(4x + 2y)(4x - 2y) \quad (\quad)$$

c) $16x^2 + 4y^2$

d) $10x^2 - 17xy + 3y^2$

$$(2x - 3y)(5x - y) \quad (\quad)$$

e) $4x^2 - 12xy + 9y^2$

f) $4x^2 + 12xy + 9y^2$

$$(3x + y)(3x + y) \quad (\quad)$$

g) $10x^2 - 17xy - 3y^2$

h) $4x^2 - 12xy - 9y^2$

$$(2x + 3y)^2 \quad (\quad)$$

i) $9x^2 - 6xy + y^2$

j) $16x^2 - 4y^2$



Del 14 al 16 de agosto de 2017

Fecha: _____

GUÍA DE OBSERVACIÓN No. 1

No.	Cuenta con todos los materiales necesarios para trabajar				Sigue indicaciones correctamente por parte del docente				Manifiesta comprensión de los contenidos aplicando las áreas geométricas				Utiliza las figuras para resolver productos notables				Relaciona las definiciones: áreas y productos notables				Resuelve ejercicios de productos notables en forma correcta				Participa en la ejecución del método aprendido con otros compañeros			
	E	MB	B	R	E	MB	B	R	E	MB	B	R	E	MB	B	R	E	MB	B	R	E	MB	B	R	E	MB	B	R
1	✓				✓					✓					✓					✓						✓		
2	✓				✓					✓						✓						✓					✓	
3	✓				✓					✓						✓						✓					✓	
4		✓				✓						✓				✓						✓					✓	
5		✓			✓					✓					✓			✓				✓				✓		
6	✓				✓					✓					✓							✓				✓		
7			✓			✓						✓				✓							✓				✓	
8		✓						✓					✓					✓					✓				✓	
9		✓				✓						✓				✓						✓				✓		
10		✓				✓						✓				✓						✓				✓		
11		✓			✓					✓					✓				✓			✓				✓		
12	✓		✓		✓					✓					✓							✓				✓		
13		✓				✓						✓				✓						✓				✓		
14			✓			✓				✓					✓							✓				✓		
15		✓				✓						✓				✓							✓			✓		
16	✓					✓						✓				✓							✓			✓		
17	✓				✓							✓				✓							✓			✓		
18	✓				✓					✓					✓							✓				✓		
19	✓	✓			✓					✓					✓			✓				✓				✓		
20			✓			✓						✓				✓							✓				✓	

No.	Cuenta con todos los materiales necesarios para trabajar				Sigue indicaciones correctamente por parte del docente				Manifiesta comprensión de los contenidos aplicando las áreas geométricas				Utiliza las figuras para resolver productos notables				Relaciona las definiciones: áreas y productos notables				Resuelve ejercicios de productos notables en forma correcta				Participa en la ejecución del método aprendido con otros compañeros			
	E	MB	B	R	E	MB	B	R	E	MB	B	R	E	MB	B	R	E	MB	B	R	E	MB	B	R	E	MB	B	R
21		✓				✓					✓							✓							✓			
22		✓				✓							✓				✓									✓		
23				✓			✓					✓							✓						✓			
24	✓					✓						✓					✓							✓				
25	✓				✓					✓				✓				✓				✓				✓		
26	✓				✓					✓				✓				✓				✓				✓		
27		✓				✓					✓				✓				✓				✓			✓		
28				✓			✓						✓						✓						✓			
29	✓					✓						✓					✓					✓				✓		
30	✓				✓						✓						✓					✓				✓		
31	✓				✓						✓						✓					✓				✓		
32	✓				✓						✓			✓				✓					✓			✓		
33		✓				✓					✓				✓				✓				✓			✓		
34		✓				✓					✓				✓				✓				✓			✓		
35			✓				✓						✓						✓					✓			✓	
36	✓				✓						✓						✓					✓				✓		
37		✓				✓						✓						✓				✓				✓		
38		✓				✓					✓							✓				✓				✓		
39			✓			✓						✓						✓					✓			✓		
40		✓				✓					✓							✓				✓				✓		
41		✓				✓					✓							✓				✓				✓		
42	✓					✓					✓							✓				✓				✓		
43	✓					✓						✓						✓				✓				✓		
44		✓				✓						✓						✓					✓			✓		
45				✓		✓						✓						✓					✓			✓		
46	✓					✓						✓						✓				✓				✓		
47	✓					✓					✓							✓				✓				✓		

Referencia: E= Excelente MB = Muy Bueno B = Bueno R = Regular



Del 16 al 18 de agosto de 2017

Fecha: _____

GUÍA DE OBSERVACIÓN No. 2

No.	Cuenta con todos los materiales necesarios para trabajar				Sigue indicaciones correctamente por parte del docente				Manifiesta comprensión de los contenidos aplicando las áreas geométricas				Utiliza las figuras para resolver productos notables				Relaciona las definiciones: áreas y productos notables				Resuelve ejercicios de productos notables en forma correcta				Participa en la ejecución del método aprendido con otros compañeros			
	E	MB	B	R	E	MB	B	R	E	MB	B	R	E	MB	B	R	E	MB	B	R	E	MB	B	R	E	MB	B	R
1	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
2	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
3	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
4	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
5		✓			✓				✓				✓				✓				✓				✓			
6	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
7		✓				✓			✓				✓				✓				✓				✓			
8	✓					✓				✓		✓				✓				✓				✓				
9	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
10	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
11		✓			✓				✓				✓				✓				✓				✓			
12	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
13	✓					✓			✓				✓				✓				✓				✓			
14		✓			✓				✓				✓				✓				✓				✓			
15		✓			✓					✓		✓				✓				✓				✓				
16	✓					✓				✓		✓				✓				✓				✓			✓	
17	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
18	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
19	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
20		✓			✓				✓				✓				✓				✓				✓			

No.	Cuenta con todos los materiales necesarios para trabajar				Sigue indicaciones correctamente por parte del docente				Manifiesta comprensión de los contenidos aplicando las áreas geométricas				Utiliza las figuras para resolver productos notables				Relaciona las definiciones: áreas y productos notables				Resuelve ejercicios de productos notables en forma correcta				Participa en la ejecución del método aprendido con otros compañeros			
	E	MB	B	R	E	MB	B	R	E	MB	B	R	E	MB	B	R	E	MB	B	R	E	MB	B	R	E	MB	B	R
21	✓				✓					✓				✓					✓				✓					
22	✓				✓					✓				✓				✓				✓						
23		✓				✓						✓					✓					✓						
24	✓				✓					✓				✓					✓				✓					
25	✓				✓				✓				✓						✓				✓					
26	✓				✓				✓				✓						✓				✓					
27		✓				✓				✓				✓					✓				✓					
28		✓			✓					✓				✓								✓						
29	✓				✓				✓				✓						✓				✓					
30	✓				✓				✓				✓						✓				✓					
31	✓				✓				✓				✓						✓				✓					
32	✓				✓				✓				✓						✓				✓					
33	✓				✓				✓				✓						✓				✓					
34		✓			✓				✓				✓						✓				✓					
35		✓				✓				✓				✓				✓					✓					
36	✓				✓				✓				✓						✓				✓					
37	✓				✓				✓				✓						✓				✓					
38	✓				✓				✓				✓						✓				✓					
39		✓			✓				✓				✓						✓				✓					
40	✓				✓				✓				✓						✓				✓					
41	✓				✓				✓				✓						✓				✓					
42	✓				✓				✓				✓						✓				✓					
43	✓				✓				✓				✓						✓				✓					
44		✓			✓				✓				✓									✓						
45		✓				✓				✓				✓				✓				✓						
46	✓				✓				✓				✓						✓				✓					
47	✓				✓				✓				✓					✓				✓						

Referencia: E= Excelente MB = Muy Bueno B = Bueno R = Regular



Del 21 al 23 de agosto de 2017

Fecha: _____

GUÍA DE OBSERVACIÓN No. 3

No.	Cuenta con todos los materiales necesarios para trabajar				Sigue indicaciones correctamente por parte del docente				Manifiesta comprensión de los contenidos aplicando las áreas geométricas				Utiliza las figuras para resolver productos notables				Relaciona las definiciones: áreas y productos notables				Resuelve ejercicios de productos notables en forma correcta				Participa en la ejecución del método aprendido con otros compañeros			
	E	MB	B	R	E	MB	B	R	E	MB	B	R	E	MB	B	R	E	MB	B	R	E	MB	B	R	E	MB	B	R
1	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
2	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
3	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
4	✓				✓				✓				✓				✓				✓					✓		
5	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
6	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
7	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
8	✓				✓				✓				✓				✓				✓					✓		
9	✓					✓				✓				✓				✓			✓				✓			
10	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
11	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
12	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
13	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
14	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
15	✓					✓				✓				✓				✓			✓				✓			
16	✓				✓					✓				✓				✓			✓				✓			
17	✓				✓				✓				✓				✓				✓					✓		
18	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
19	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
20	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			

No.	Cuenta con todos los materiales necesarios para trabajar				Sigue indicaciones correctamente por parte del docente				Manifiesta comprensión de los contenidos aplicando las áreas geométricas				Utiliza las figuras para resolver productos notables				Relaciona las definiciones: áreas y productos notables				Resuelve ejercicios de productos notables en forma correcta				Participa en la ejecución del método aprendido con otros compañeros			
	E	MB	B	R	E	MB	B	R	E	MB	B	R	E	MB	B	R	E	MB	B	R	E	MB	B	R	✓	MB	B	R
21	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
22	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
23	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
24	✓				✓					✓			✓				✓				✓					✓		
25	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
26	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
27	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
28	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
29	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
30	✓				✓				✓				✓				✓				✓					✓		
31	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
32	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
33	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
34	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
35	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
36	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
37	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
38	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
39	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
40	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
41	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
42	✓				✓				✓				✓				✓				✓					✓		
43	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
44	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
45	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
46	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			
47	✓				✓				✓				✓				✓				✓				✓			

Referencia: E= Excelente MB = Muy Bueno B = Bueno R = Regular