

**UNIVERSIDAD RAFAEL LANDÍVAR**  
FACULTAD DE HUMANIDADES  
LICENCIATURA EN LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA

**"DIFICULTADES QUE SE ENCUENTRAN EN EL CÁLCULO DE LAS OPERACIONES CON NÚMEROS RACIONALES EN ESTUDIANTES DE PRIMERO BÁSICO EN LOS INSTITUTOS NACIONALES DE EDUCACIÓN BÁSICA DE MALACATÁN, SAN MARCOS."**

TESIS DE GRADO

**ELEÁZAR FEDERICO CORONADO OCHOA**  
CARNET 29880-05

COATEPEQUE, FEBRERO DE 2016  
SEDE REGIONAL DE COATEPEQUE

**UNIVERSIDAD RAFAEL LANDÍVAR**  
FACULTAD DE HUMANIDADES  
LICENCIATURA EN LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA

**"DIFICULTADES QUE SE ENCUENTRAN EN EL CÁLCULO DE LAS OPERACIONES CON  
NÚMEROS RACIONALES EN ESTUDIANTES DE PRIMERO BÁSICO EN LOS INSTITUTOS  
NACIONALES DE EDUCACIÓN BÁSICA DE MALACATÁN, SAN MARCOS."**

TESIS DE GRADO

TRABAJO PRESENTADO AL CONSEJO DE LA FACULTAD DE  
HUMANIDADES

POR  
**ELEÁZAR FEDERICO CORONADO OCHOA**

PREVIO A CONFERÍRSELE  
EL TÍTULO Y GRADO ACADÉMICO DE LICENCIADO EN LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA

COATEPEQUE, FEBRERO DE 2016  
SEDE REGIONAL DE COATEPEQUE

## **AUTORIDADES DE LA UNIVERSIDAD RAFAEL LANDÍVAR**

RECTOR: P. EDUARDO VALDES BARRIA, S. J.  
VICERRECTORA ACADÉMICA: DRA. MARTA LUCRECIA MÉNDEZ GONZÁLEZ DE PENEDO  
VICERRECTOR DE INVESTIGACIÓN Y PROYECCIÓN: ING. JOSÉ JUVENTINO GÁLVEZ RUANO  
VICERRECTOR DE INTEGRACIÓN UNIVERSITARIA: P. JULIO ENRIQUE MOREIRA CHAVARRÍA, S. J.  
VICERRECTOR ADMINISTRATIVO: LIC. ARIEL RIVERA IRÍAS  
SECRETARIA GENERAL: LIC. FABIOLA DE LA LUZ PADILLA BELTRANENA DE LORENZANA

## **AUTORIDADES DE LA FACULTAD DE HUMANIDADES**

DECANA: MGTR. MARIA HILDA CABALLEROS ALVARADO DE MAZARIEGOS  
VICEDECANO: MGTR. HOSY BENJAMER OROZCO  
SECRETARIA: MGTR. ROMELIA IRENE RUIZ GODOY  
DIRECTORA DE CARRERA: MGTR. HILDA ELIZABETH DIAZ CASTILLO DE GODOY

## **NOMBRE DEL ASESOR DE TRABAJO DE GRADUACIÓN**

LIC. ABEL ESTUARDO SOLÍS ARRIOLA

## **REVISOR QUE PRACTICÓ LA EVALUACIÓN**

MGTR. NADIA LORENA DIAZ BANEGAS

Coatepeque 5 de septiembre de 2015

Señores consejo:  
Facultad de Humanidades,  
Universidad Rafael Landívar,  
Ciudad.

Respetables Señores:

Tengo el agrado de dirigirme a ustedes para someter a su consideración el informe final de tesis: **"Dificultades que se encuentran en el cálculo de las operaciones con números racionales en estudiantes de primero básico en los Institutos Nacionales de Educación Básica de Malacatán, San Marcos"** del estudiante Eleázar Federico Coronado Ochoa, carne 2988005 de la Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática y la física.

He revisado el mismo y considero que llena los requisitos exigidos por la facultad de Humanidades para trabajos de esta naturaleza por lo que solicito nombren al revisor, para la evaluación respectiva.

Atentamente,



Ing. Abel Estuardo Solis Ariola  
Asesor (21417)



### Orden de Impresión

De acuerdo a la aprobación de la Evaluación del Trabajo de Graduación en la variante Tesis de Grado del estudiante ELEÁZAR FEDERICO CORONADO OCHOA, Carnet 29880-05 en la carrera LICENCIATURA EN LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA, de la Sede de Coatepeque, que consta en el Acta No. 05669-2016 de fecha 23 de enero de 2016, se autoriza la impresión digital del trabajo titulado:

**"DIFICULTADES QUE SE ENCUENTRAN EN EL CÁLCULO DE LAS OPERACIONES CON NÚMEROS RACIONALES EN ESTUDIANTES DE PRIMERO BÁSICO EN LOS INSTITUTOS NACIONALES DE EDUCACIÓN BÁSICA DE MALACATÁN, SAN MARCOS."**

Previo a conferírsele el título y grado académico de LICENCIADO EN LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA.

Dado en la ciudad de Guatemala de la Asunción, a los 26 días del mes de febrero del año 2016.



*Irene Ruiz Godoy.*  
\_\_\_\_\_  
MGTR. ROMELIA IRENE RUIZ GODOY, SECRETARIA  
HUMANIDADES  
Universidad Rafael Landívar

## RESUMEN

En la presente tesis se planteó la pregunta de investigación ¿Cuáles son las principales dificultades que tienen los estudiantes del primer grado básico cuando operan con números racionales? La investigación tuvo carácter cuasi-experimental donde se organizó un grupo experimental y un grupo control, utilizando los métodos gráfico y tradicional para la resolución de problemas con números racionales. La recolección de información de fuentes primarias se hizo mediante una guía de preguntas previamente diseñadas. Se realizó un análisis estadístico inferencial, con validación de puntajes  $t$  comparando las medias de los grupos sujetos del proceso de investigación, el nivel de confianza de la prueba fue de  $\alpha = 0.05$ , nivel que permitió validar las hipótesis planteadas. Los resultados obtenidos aluden que la problemática en el cálculo de operaciones de números racionales están asociadas fundamentalmente al alumno y al medio: falta de interés de los alumnos y a la falta de recursos. La complejidad de la problemática de comprensión y el uso del conocimiento matemático no se dimensiona. Por lo que la complejidad de los números racionales da lugar a que se presenten numerosos errores en las respuestas de los alumnos, y que sean la causa de muchas rupturas con el conocimiento matemático, reconociéndolos como la base de su desesperación. Los estudiantes en general: No identifican las múltiples representaciones que tiene un número racional, no distinguen una fracción como una razón, como la cantidad de veces que “está” una cantidad en otra, y por consiguiente para relacionar fracciones equivalentes con proporciones, verificar procedimientos y/o propiedades, y en consecuencia justificar sus respuestas. Todas estas dificultades actúan como obstáculos cognitivos para la comprensión de los números racionales como objeto de estudio y por consiguiente de los números reales. Se recomienda el uso de los métodos: grupal, descriptivo y ejercitado para la enseñanza en la solución de operaciones con números racionales ya que estos permiten que el alumno consiga puntajes arriba de 85, el uso de diferentes métodos facilita el dominio de metodologías para la solución de los problemas, esto queda demostrado al formarse 3 subgrupos en función de los resultados del test de Tukey.

## ÍNDICE

	Página.
I. INTRODUCCIÓN	1
1.1 Origen de los números racionales	10
1.2.1 Conceptos básicos de los números racionales	10
1.2.1.1 Fenomenología del número racional	10
1.2.1.2 Definición	11
1.3 Fracción	12
1.3.1 Tipos de fracciones	13
1.3.2 Adición de números racionales	14
1.3.3 Propiedades de la multiplicación de números racionales	17
1.3.4 División de números racionales	18
II. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	21
2.1. OBJETIVOS	22
2.1.1 General	22
2.1.2 Específicos	22
2.2 Variables de estudio	22
2.3 Definición de Variables	23
2.3.1 Definición conceptual de las variables	24
2.4 Definición operacional de las variables o elementos de estudio	24
2.5 Alcances y límites	25
2.6 Aportes	25
III. MÉTODO	27
3.1 Sujeto	27
3.2 Instrumentos	28
3.3 Procedimiento	29
3.4 Tipo de investigación, diseño y metodología estadística	30
IV. PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS	31

4.1 Comparación del nivel de conocimiento mediante prueba pre-test	31
4.2 Análisis de dificultades en el cálculo de operaciones con números racionales en alumnos del primero básico	34
4.2.1 Identificación de las dificultades en los estudiantes	34
4.2.2 Identificación de las dificultades por parte de los docentes	36
4.2.3 Análisis de los resultados del grupo control	37
4.2.4 Análisis de los resultados del grupo experimental	37
4.2.5 Comparación de resultados de la prueba post-test del grupo control y grupo experimental	39
4.3 Determinación del mejor método para realizar cálculos de operaciones matemáticas con números racionales	40
4.4 Test de Tukey	41
V. DISCUSIÓN DE RESULTADOS	43
5.1 Objetivos propuestos	43
5.2 Dificultades que se encuentran en el cálculo de las operaciones con números racionales en estudiantes de primero básico en los institutos nacionales de educación básica de Malacatán, San Marcos	43
5.3 Propósitos del estudio	44
5.4 Prueba diagnóstica o Pre-test	45
5.5 Validación de la problemática	45
5.6 Complejidad del concepto de número racional	46
5.7 Utilización de métodos para la enseñanza de números racionales	47
5.8 Los alcances obtenidos y los aportes realizados	47
VI. CONCLUSIONES	49
VII RECOMENDACIONES	51
VIII. BLIOGRAFIA.	52
IX. ANEXOS.	54



## ÍNDICE DE CUADROS

Cuadro No.	Página
1. Definición operacional de variables	24
2. Sujetos, población y muestra objeto de este estudio	27
3. Instrumentos utilizados en la presente evaluación	28
4. Lista de cotejo de los resultados de la prueba pre-test, para el grupo control y experimental para la operaciones con números racionales en estudiantes de primero básico	32
5. Prueba t-student para los resultados de la prueba pre-test para el grupo control y experimental, para determinar su conocimiento en el cálculo de operaciones con números racionales	33
6. Resultados de la prueba a estudiantes	35
7. Resultados de la encuesta de docentes	36
8. Método de enseñanza empleado en la enseñanza	36
9. Lista de cotejo donde se muestran los resultados obtenidos por el grupo control quienes recibieron el proceso de aprendizaje de la matemática y realizar cálculo de operaciones de números racionales mediante el método tradicional	37
10. Prueba T-student aplicada a los resultados del grupo control en la prueba pre-test y prueba post-test, quienes recibieron el proceso de aprendizaje de operaciones con números racionales mediante el método tradicional	38
11. Lista de cotejo de los resultados obtenidos por el grupo experimental quienes recibieron el proceso de aprendizaje de operaciones con números racionales mediante el uso de siete métodos de enseñanza	39
12. Prueba T-student aplicada a los resultados del grupo experimental en la prueba pre-test y prueba post-test, en el proceso de aprendizaje para realizar cálculos de operaciones matemáticas con números racionales	40
13. Prueba T-student aplicada a los resultados post-test, tanto del grupo experimental como del grupo control	41

14. Prueba t-student para los resultados obtenidos al aplicar siete métodos matemáticos para realizar cálculos de operaciones con números racionales	42
15. Análisis de varianza para los siete métodos matemáticos para realizar cálculos de operaciones con números racionales	43
16. Tabla de medias y agrupación por orden de importancia de los juegos matemáticos de acuerdo a la prueba de Tukey	43

### ÍNDICE DE FIGURAS

Figura No.	Página.
1. Representación gráfica de fracciones	12
2. Gráfica de distribución de los valores obtenidos en la prueba t-Student, en alumnos del primer grado básico, al realizar prueba pre-test, para determinar su conocimiento en el cálculo de operaciones con números racionales	38
3. Prueba pre-test a estudiantes del grupo control	59
4. Prueba pos-test a estudiantes del grupo experimental	59
5. Prueba pos-test a estudiantes del grupo control	60

## I. INTRODUCCIÓN

En los Institutos Nacionales del nivel medio del municipio de Malacatán departamento de San Marcos se ha observado que los estudiantes tienen un bajo rendimiento académico al momento realizar operaciones básicas de números racionales; es por ello ha interesado hacer el estudio respectivo sobre este tema, para ayudar al mejoramiento de la calidad académica de los jóvenes estudiantes guatemaltecos que por distintas razones no logran captar la información de los conceptos primordiales necesarios para poder resolver las operaciones básicas de números racionales.

El tema a tratar en este documento se denomina: "Dificultades que se encuentran en el cálculo de las operaciones con números racionales en estudiantes de primero básico en los institutos nacionales de educación básica de Malacatán, San Marcos" para poder comprender este estudio es necesario indagar en diferentes fuentes bibliográficas que nos proporcionara la información adecuada para enriquecer los conocimientos sobre el tema de estudio.

El objetivo de la investigación es conocer si los estudiantes del primer grado básico tienen dificultades en el cálculo de las operaciones con números racionales dificultades; partiendo de la poca promoción y poca inclinación de los estudiantes hacia el estudio de la matemática. El punto de partida para este proceso es la consideración; en primera instancia, que el docente no actualiza sus procesos ni transforma su visión personal, profesional, regional y social y ello incide de manera determinante para que no se obtengan los resultados esperados o deseables en la promoción y el desarrollo de la enseñanza de la matemática. En segunda instancia, la poca o nula valoración o evaluación que el docente hace de su trabajo, ni de las herramientas que utiliza, de tal manera que no revisa el método empleado; es más, quizá no tenga la mínima conciencia en relación con un método determinado ni conozca su estructura interna, como consecuencia su enseñanza no tenga la estructuración adecuada perdiéndose en laberintos oscuros de su propio academicismo y perdiendo; por ende, en esa misma obscuridad a los estudiantes que reciben de él la guía, la teoría, el ejemplo y la inspiración para el aprendizaje de los números racionales.

En una investigación realizada por Escolano y Gairín (2005), de la Universidad de Zaragoza sobre los “Modelos de medida para la enseñanza del número racional en Educación Primaria”, se propone en primer lugar observar los obstáculos didácticos provocados al priorizar la enseñanza de la fracción como relación parte-todo. En segundo lugar, presentar una propuesta didáctica alternativa para alumnos de 4º, 5º y 6º de educación básica. Esta propuesta se apoya en el uso de tres modelos de aprendizaje: medida, cociente y razón. A partir de esta investigación, se pueden reconocer los obstáculos didácticos que ocurren al priorizar la enseñanza de la fracción como relación parte-todo. Además, es interesante observar la propuesta con base en tres modelos de aprendizaje: medida, cociente y razón, que hacen parte de las siete interpretaciones que proporciona Kieren (1980) para los números fraccionarios, por lo cual, es de interés para esta investigación, puesto que los tres constructos, más los otros cuatro que se mencionarán más adelante, son subcategorías para el análisis.

Pego (2012), afirma que las dificultades de aprendizaje plantean una problemática que se ha delimitado en la construcción del concepto de fracción con los siguientes objetivos: Comparar los aprendizajes curriculares esperados (nivel primario) con los desempeños de los alumnos de 1º año de secundaria. Analizar los errores como medio de conocer el pensamiento matemático desarrollado. Establecer las relaciones entre las actividades escolares y los aprendizajes logrados. A partir de una metodología de perspectiva cualitativa, evaluamos el aprendizaje de cuatrocientos treinta y tres estudiantes y realizamos el análisis documental de manuales, cuadernos y diseño curricular. Numerosos alumnos no logran representar números fraccionarios, operar con ellos o establecer equivalencias. Los errores post instruccionales analizados señalan que no han construido el concepto de “fracción” centrado en las relaciones “parte-todo”. Quedan comprometidos, así, todos los aprendizajes sobre números racionales subsiguientes. Los errores, se vinculan con actividades que presentan las fracciones, tanto vinculadas a la medida como con el reparto, alejadas de las acciones y centradas en *configuraciones perceptivas* de materiales continuos y discretos que no toman cuenta ni peso, ni volumen. Denominamos “enseñanza irrelevante” a la que estanca a los alumnos en el “no aprendizaje” -lagunas de aprendizaje- o inducen errores post instruccionales, que pasan inadvertidos en las evaluaciones.

Para Escolano y Gairín (2005), las dificultades en el aprendizaje de los números racionales son básicamente conceptuales y procedimentales en lo referente a las relaciones y operaciones de la propia estructura numérica de los números racionales; y en parte, son el resultado de procesos instructivos inadecuados. Asumen el supuesto que en el sistema educativo la enseñanza de las fracciones prioriza el significado parte-todo, y pretenden demostrar que el significado parte-todo provoca dificultades en su aprendizaje. Cabe destacar que proponen resolver tres cuestiones: ¿El significado parte-todo es un significado diferenciado o está incluido en otros? ¿Por qué se prioriza su utilización? ¿Qué efectos provocan en el aprendizaje? Según Escolano y Gairín, el significado parte-todo no tiene significado de medida, cociente, razón y operador. Ellos arribaron a las siguientes conclusiones: primero, la fracción como significado parte-todo no surge de las necesidades humanas, puesto que la génesis histórica del número racional se encuentra en la medida de cantidades de magnitudes o en la comparación de dos cantidades de magnitud que da sentido a la idea de razón. Segundo, el “significado parte-todo habría que situarlo en la práctica educativa, y ubicarlo entre los recursos didácticos creados por necesidades del proceso de la enseñanza y del aprendizaje de las matemáticas” (Escolano y Gairín, 2005).

Woerle (2010), en su tesis: Representación de los números racionales y la medida de segmentos: Posibilidades con tecnologías informáticas”, buscó contribuir con las investigaciones sobre aprendizaje y enseñanza de los números racionales, proponer alternativas para la enseñanza de las fracciones, por medio de análisis de una propuesta metodológica que explore los números racionales vía la medición de segmentos usando un software de geometría dinámica, buscando indicios de cómo esa propuesta puede contribuir en la comprensión de los racionales. La interrogante que orientó la investigación fue: ¿Cómo la exploración de fracciones como medida y el proceso de medición de segmentos, explorados vía software de geometría dinámica, contribuye al entendimiento de los números racionales en sus múltiples representaciones? Además de sustentar la teoría relativa a las tecnologías de la informática, el investigador desarrolló la teoría de las representaciones según Lesh, Post y Behr (1987, citado por Woerle (2010).

Rodríguez (2005) estudió las concepciones del número racional haciendo énfasis en el diagnóstico de los significados parte – todo y cociente. La investigación se desarrolló en el ámbito de los estudiantes de diferentes niveles educativos. Tomándose en cuenta que a pesar que los números racionales están presentes en casi toda la educación escolarizada, se observó que el dominio que adquieren entraña algunas incongruencias, así un alumno puede dominar los algoritmos y puede tener éxito en el contexto escolar y mostrar dificultades para resolver situaciones de la vida cotidiana o a la inversa. El objetivo de la investigación fue: “Identificar aspectos del concepto de número racional cuya construcción no se estudió eficazmente en el periodo de educación básica, cuando fueron trabajados en el aula y que permanecen sin ser aprendidos por los alumnos por largo tiempo, durante el proceso de escolarización” (Rodríguez, 2005). La interrogante fue: “¿Qué aspectos del concepto de fracción en los significados parte – todo y cociente permanecen sin ser aprendidos, por los alumnos de octavo grado de enseñanza fundamental, tercer grado de enseñanza media y enseñanza superior, en el área de exactas?”. La hipótesis fue: la enseñanza formal de fracciones no ha sido capaz de proveer situaciones a los alumnos para que el concepto sea plenamente aprendido como se observara en niveles avanzados de escolaridad.

Los fundamentos teóricos del estudio se sustentaron básicamente en tres autores: Primero, Caraça (1952), en su libro *Conceptos fundamentales de matemática*, postula que el surgimiento del campo de los números racionales es a partir de las necesidades humanas de comparar magnitudes, lo que da lugar al surgimiento de la unidad de medida y del manejo de los principios básicos de la matemática. Segundo, el aporte de Vygotsky respecto a la construcción del concepto en la interacción entre la vida escolar y cotidiana. Según este psicólogo ruso existen dos tipos de conceptos; los cotidianos (espontáneos) y científicos, y estos últimos se forman en situaciones de educación formal y no son aprendidos en forma definitiva. Y tercero, la teoría de los campos conceptuales de Vergnaud.

La investigación fue de naturaleza causal comparativa y de carácter diagnóstico. En una muestra de 29 alumnos de enseñanza superior, 31 alumnos de enseñanza media y

13 alumnos de octavo grado de escuela, se aplicó un cuestionario que evalúa la comprensión de dos significados parte – todo y cociente, considerados como los más ligados a la idea de construcción del número racional; además, se sostuvo que por medio de estos significados se introduce el concepto de fracción en el inicio de la escolaridad. En la medida que la formación de un concepto puede durar largo tiempo se escogió una muestra de tres diferentes niveles educativos. A igual que Bher, Rodríguez (2005) concluyó que la correcta construcción del concepto de número racional es un factor fundamental para el aprendizaje de otros conceptos más sofisticados, y que el estudio del número racional es particularmente adecuado para desarrollar estructuras cognitivas para el tránsito del pensamiento concreto al operatorio formal.

En una investigación realizada por Escolano y Gairín (2005), en la Universidad de Zaragoza, sobre los “Modelos de medida para la enseñanza del número racional en Educación Primaria”, se propone en primer lugar observar los obstáculos didácticos provocados al priorizar la enseñanza de la fracción como relación parte-todo. En segundo lugar, presentar una propuesta didáctica alternativa para alumnos de 4°, 5° y 6° de educación básica. Esta propuesta se apoya en el uso de tres modelos de aprendizaje: medida, cociente y razón. A partir de esta investigación, se pueden reconocer los obstáculos didácticos que ocurren al priorizar la enseñanza de la fracción como relación parte-todo. Además, es interesante observar la propuesta con base en tres modelos de aprendizaje: medida, cociente y razón, que hacen parte de las siete interpretaciones que proporciona Kieren (1980) para los números fraccionarios, por lo cual, es de interés para esta investigación, puesto que los tres constructos, más los otros cuatro que se mencionarán más adelante, son subcategorías para el análisis.

La propuesta toma como referente el paradigma constructivista del aprendizaje: prioriza el trabajo personal y en grupo de los alumnos y potencia el aula como espacio para la construcción del conocimiento. Respecto a lo metodológico, se refiere al paradigma constructivista del aprendizaje, pero en este caso es relevante la valoración del aula como espacio para la construcción del conocimiento.

En un estudio doctoral realizado Perera y Valdemoros (2007), cuyo título es “Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado de Educación Primaria”, se desarrolló una enseñanza experimental aplicada a un grupo de cuarto grado de primaria, con niños de nueve años de edad de una escuela pública. El programa de enseñanza estuvo integrado por tareas vinculadas a la vida real de los niños. Dichas actividades fueron diseñadas para promover soluciones que favorecieran en el estudiante el desarrollo de significados (medida, cociente intuitivo y rudimentos de operador multiplicativo). Se pretendió propiciar con ello la construcción de la noción de fracción. Así mismo, fueron aplicados dos cuestionarios, uno anterior y otro posterior al programa de enseñanza. Además, se efectuaron entrevistas individuales a tres niños que fueron previamente seleccionados para el estudio, con el propósito de comprender los procesos como resultado de la enseñanza impartida. Se identificaron significados respecto a la construcción de la noción de fracción y se utilizaron los tres constructos de Kieren (1976), dos de ellos, medida y cociente, son utilizados en el mencionado trabajo y el otro es el operador multiplicativo.

La investigación se inició con un cuestionario exploratorio aplicado a 30 estudiantes, con el propósito de obtener información sobre los conocimientos con que contaban los niños sobre las fracciones. El examen permitió seleccionar a tres alumnos para el estudio y facilitó la organización de la enseñanza. El examen inicial estuvo conformado por trece tareas organizadas en tres bloques. En el primer bloque, se presentaron tareas relacionadas con el significado de medida; en el segundo bloque, se incluyen situaciones de reparto; y en el tercero, actividades relacionadas con el significado de operador multiplicativo. Es interesante la aplicación de un pre-test y luego de un post-test, dividido en bloques, cada uno de ellos aplicado al significado de interés del estudio. Además, se incluyeron entrevistas individuales para detectar diferencias.

En una investigación llevada a cabo por Flores y Martínez (2009), cuyo título es “Una construcción de significado de la operatividad de los números fraccionarios”, citan a Perera y Valdemoros (2007), quienes consideran que algunos investigadores han reconocido que las fracciones son uno de los contenidos de las matemáticas que



presentan dificultades para su enseñanza y para su aprendizaje, en los niveles básicos de educación. Las dificultades señaladas por estos trabajos son puntos clave en este trabajo.

Al respecto, Fandiño (2009), identifica varios errores típicos en los estudiantes, entre los que están las dificultades con las operaciones entre números racionales, al manejar el adjetivo igual, al reconocer los diagramas más comunes y al manipular equivalencias. La investigación considera la perspectiva socioepistemológica como el aparato teórico que le permite presentar las ideas en torno a una primera exploración realizada con estudiantes de nivel secundaria del Estado de México. Éstas incluyen la idea de fracción y a algunos de sus significados. Uno de los objetivos de este trabajo fue determinar los significados de la noción de fracción que trascienden en su operatividad, por lo cual se desarrolló un primer acercamiento exploratorio mediante un cuestionario a estudiantes de una escuela secundaria del Estado de México, que pudiera dar cuenta de algunos de esos significados.

En la investigación de Luelmo (2004), de la Escuela de Ciencias de la Educación de la Universidad de La Salle de México, sobre las “Concepciones matemáticas de los docentes de primaria en relación con la fracción como razón y como operador multiplicativo”, se observa que las matemáticas han presentado en el currículo oficial una diversidad de problemas de enseñanza y de aprendizaje. Uno de los contenidos centrales de esta materia son las fracciones, que presentan más dificultades que otros. El estudio hace un análisis de la enseñanza de ese contenido a partir de una de las teorías actuales que rigen a la enseñanza de las matemáticas que es la teoría de los campos conceptuales. Esta teoría plantea que una estructura matemática puede adquirir diferentes significados de acuerdo con el contexto en el que se utilice. Considera que un conocimiento adecuado de dicha estructura requiere conocer todos los significados que puede tener. En la fracción, por ejemplo, los significados son cuatro: como medida, como cociente, como razón y como operador multiplicativo. De estos, los dos últimos son los más difíciles de comprender. Al analizar los datos, se encontró que los docentes no han construido estos dos significados de la fracción, por

lo cual su conocimiento de ésta es incompleto y la enseñanza que puedan ofrecer de ella será deficiente. Con esto, se identificaron las implicaciones educativas de los resultados encontrados en los alumnos de primaria.

El instrumento para la recolección de datos es un cuestionario que consta de cinco reactivos. Cada uno de estos contiene dieciséis sub-reactivos, de los cuales ocho sub-reactivos (dos reactivos) pertenecen a la variable “Fracción como operador multiplicativo” y los ocho restantes (tres reactivos) a la variable “Fracción como razón”.

La encuesta se realizó de acuerdo con la disposición de los docentes y con el tiempo que podían dedicar a la solución del cuestionario. Se realizó durante tres visitas a la escuela, en las que se entregó individualmente el instrumento a los docentes, después de explicarles el objetivo de la investigación. Se les pidió que fueran comentando el proceso de solución de cada problema. Les hicieron preguntas como ¿Cómo lo resolvió? ¿Por qué lo resolvió así?

En el aspecto metodológico, conviene notar que la muestra fue no probabilística, tomando en consideración el tiempo y la disponibilidad de los docentes para la aplicación del instrumento, que fue un cuestionario respondido en forma individual. Lo más interesante aquí fue la forma como se aplicó, pues no se limitó a responder las preguntas, sino que se les pidió que fueran comentando el proceso de solución de cada uno de los problemas planteados.

Franco (2012), en su Propuesta para la enseñanza de los números racionales en primer grado de secundaria a través de una presentación en Prezi, señala que el aprendizaje es un proceso donde el estudiante interactúa con su entorno, concluye que esto se logra después que el proceso le ha permitido organizar sus experiencias, construir el conocimiento, desarrollar sus capacidades y el juego como una actividad lúdica lo apasiona, lo estimula al trabajo. Los números racionales es uno de los temas matemáticos que cuesta aprender la mayoría de veces, dado que todo se hace mecánicamente, para salir de esta costumbre y tener mejores resultados ella propone

el juego que cambiará lo tradicional de la enseñanza. Recomienda que con el juego el estudiante se entusiasma, se emociona y esto le permite construir su propio conocimiento con un enfoque recreativo tomando en cuenta que en las necesidades del diario vivir aparecen los números racionales con sus operaciones, además la Matemática es una ciencia muy importante en las actividades personales y familiares, entonces al aplicar el juego con los materiales adecuados, los resultados del proceso enseñanza aprendizaje mejorarán considerablemente, especialmente lo que a números racionales se refiere. Su aporte es estrategias de juego en el aula y fuera de ella, para cambiar la enseñanza tradicional de los números racionales sugiere aprovechar el entorno para que el proceso de enseñanza-aprendizaje se desarrolle con un enfoque recreativo.

Tamayo (2009) en su taller propuesta para la enseñanza de los racionales y sus propiedades a través del juego, aplicada en el instituto salesiano Pedro Berrio de Medellín Colombia, estableció como objetivo general, generar un alto grado de motivación a través de la enseñanza lúdica y la recreación en el estudiante, para que tenga un mejor acercamiento hacia las matemáticas y mejorar el aprendizaje de los conocimientos. Se trabajó con 1200 estudiantes del nivel primario y ciclo básico, para alcanzar los objetivos se utilizó una investigación cuantitativa.

Concluye que es importante la implementación de juegos y actividades en el aula, con el fin de despertar en los estudiantes interés y motivación a través de materiales didácticos debidamente diseñados y que apliquen las propiedades y operaciones con los números racionales, con esto se busca que el estudiante adquiera los conocimientos que es necesario que aprenda, al mismo tiempo que se esté divirtiendo con los juegos que incluyen tales ideas y conceptos.

El aporte de las anteriores investigaciones sirvió de sustento científico para el desarrollo de este trabajo de tesis. Para enriquecer el desarrollo del marco teórico y desarrollar el contexto de las variables que fueron objeto de investigación se aportan conceptos y definiciones relacionados con las operaciones con números racionales.

## **1.1 Origen de los números racionales**

Los babilónicos utilizaban fracciones cuyo denominador era una potencia de 60, mientras que los egipcios usaron, sobre todo, las fracciones con numerador igual a 1. En la escritura, la fracción la expresaban con un óvalo, que significaba parte o partido, y debajo, o al lado, ponían el denominador; el numerador no se ponía por ser siempre 1 (Romero, 2000).

Los griegos y romanos usaron también las fracciones unitarias, cuya utilización persistió hasta la época medieval.

En el siglo XIII, Leonardo de Pisa, llamado Fibonacci, famoso, entre otras cosas por la serie de Fibonacci, introdujo en Europa la barra horizontal para separar numerador y denominador en las fracciones. A principios del siglo XV, el árabe Al Kashi fue el que generalizó el uso de los números decimales tal y como los conocemos hoy.

A finales del siglo XVI, Simón Stevin desarrolló y divulgó las fracciones decimales que se expresaban por medio de números decimales: décimas, centésimas, milésimas, etc., pero los escribía de una forma complicada; así para  $\frac{456}{765}$  escribía 456 (0) 7(1) 6(2) 5(3).

A principios del siglo XVII, los números decimales ya aparecieron tal y como los escribimos hoy, separando con un punto o una coma la parte entera de la parte decimal. Los números decimales se impusieron, en casi todos los países, al adoptarse el Sistema Métrico Decimal, en el siglo XVIII, concretamente en 1792. (Romero, 2000).

## **1.2.1 Conceptos básicos de los números racionales**

### **1.2.1.1 Fenomenología del número racional**

Según Freudenthal (2001), una fracción es una expresión o representación de un número racional. Así, varias expresiones fraccionarias ( $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{2}{6}$ ,  $\frac{10}{20}$ ,  $\frac{2}{5} + \frac{3}{2}$ ) representan al número racional, el objeto matemático. Cada uno de estas expresiones fraccionarias como dice Freudenthal “tiene una vida propia”, las fracciones son el

recurso fenomenológico del número racional. El término fracción evoca la fractura o quebramiento que hay.

En tanto que el número racional evoca la razón como proporción de medidas. Freudenthal se propone el objetivo de presentar las fracciones en su completa riqueza fenomenológica. En sus observaciones metodológicas busca prestar atención al cien por ciento de los fenómenos y organizarlos demasiado sistemáticamente corriendo el riesgo de llegar a la simplificación con el consiguiente entorpecimiento de la tarea fenomenológica. Para Freudenthal, las fracciones en el lenguaje cotidiano se presentan como:

#### **a. La fracción como fracturador**

Se entiende la acción de dividir, fracturar en forma irreversible o reversible o meramente simbólico y que la igualdad de partes como requisito sea estimada al ojo o por tacto. Dentro de la tarea de dividir en partes iguales es relevante observar la comparación entre las porciones.

#### **b. Las fracciones como comparador**

Las fracciones sirven para comparar objetos que se separan uno de otro. La comparación se realiza de acuerdo con ciertos criterios directos e indirectos. Dentro de los modelos de comparación se pueden distinguir: modelo de la relación razón y modelo del operador razón.

#### **1.2.1.2 Definición**

El conjunto de los números racionales está formado por todos los números que puedan escribirse en la forma  $m/n$  donde  $m$  y  $n$  son enteros y “ $n$ ” no puede ser igual a cero. A este conjunto se le conoce como números fraccionarios y se simboliza con la letra  $Q$ . es necesario aclarar que el conjunto de  $Q$  incluye también a todos los enteros por que estos se pueden escribir de la forma  $m/n$  en donde  $n$  es igual a 1. En consecuencia, en este conjunto está integrado por los números enteros y los números fraccionarios (Romero, 2000).

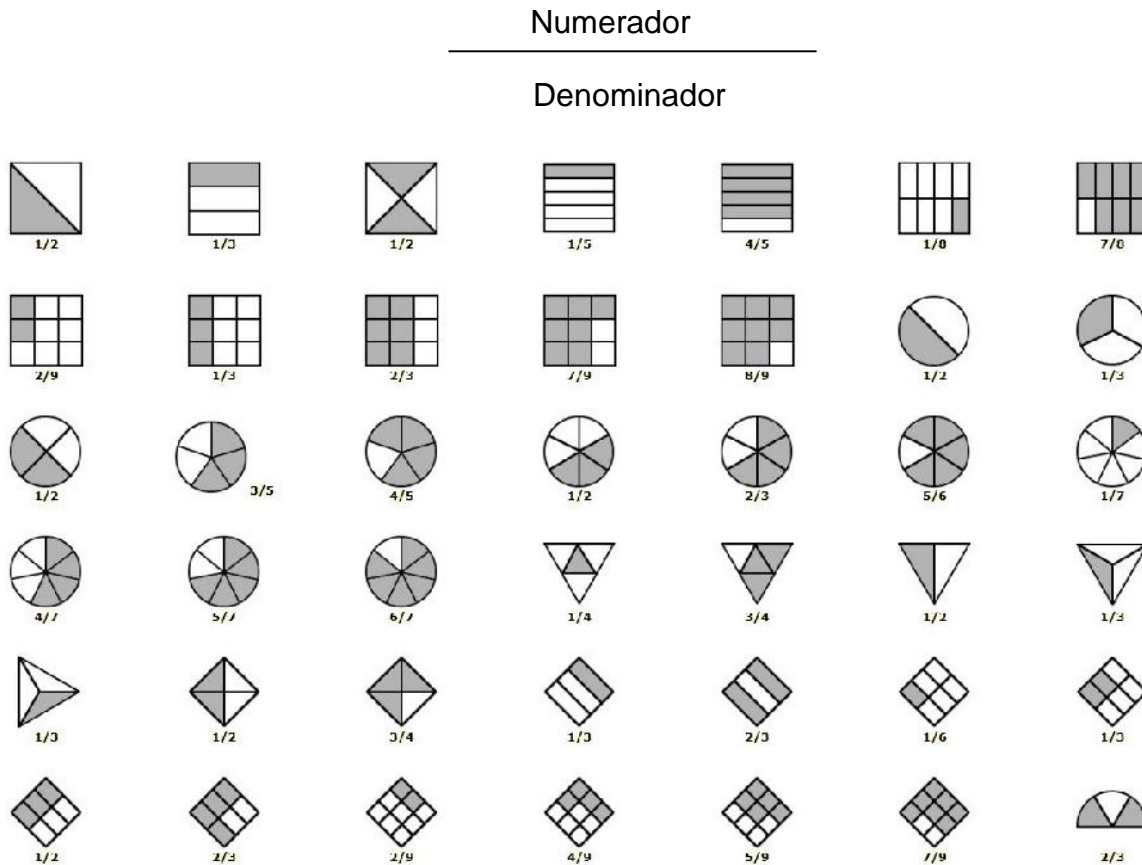
### 1.3 Fracción

Se le llama fracción al cociente indicado de dos números enteros donde el divisor no es 0 (cero).

Por ejemplo:

$$\frac{a}{b} \text{ y } b \neq 0$$

La fracción está formada por dos términos: el numerador y el denominador. El numerador es el número que está sobre la raya fraccionaria y el denominador es el que está bajo la raya fraccionaria.



**Figura 1.** Representación gráfica de fracciones

Analítica:  $\frac{1}{2}$   $\frac{2}{3}$   $\frac{3}{4}$

### 1.3.1 Tipos de fracciones

#### a. Fracciones propias

Las fracciones propias son aquellas cuyo numerador es menor al denominador por ejemplo: (Socas, 1997).

$$\frac{2}{3} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{7}{10}$$

#### b. Fracciones impropias

Las fracciones impropias son aquellas cuyo numerador es mayor que el denominador. Su valor es mayor que 1 (Socas, 1997).

$$\frac{2}{3} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{7}{10}$$

#### c. Fracciones mixtas

El número mixto o fracción mixta está compuesto de una parte entera y otra fraccionaria. Para trasladar de número mixto a fracción impropia, se coloca el mismo denominador y el numerador es la suma del producto del entero por el denominador más el numerador, del número mixto (Socas, 1997).

$$3\frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 5 + 2}{5} = \frac{17}{5}$$

Para convertir una fracción impropia a número mixto, se divide el numerador por el denominador. El cociente es el entero del número mixto y el resto el numerador de la fracción, siendo el denominador el mismo.

$$\begin{array}{r} 13 \overline{) 5} \\ 3 \quad 2 \end{array} \qquad \frac{13}{5} = 2\frac{3}{5}$$

#### d. Fracciones equivalentes

Dos fracciones son equivalentes cuando el producto de extremos es igual al producto de medios (Socas, 1997).

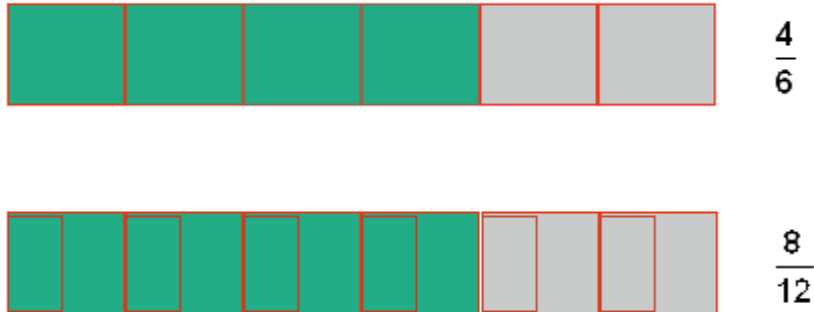
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \implies \text{si } a \cdot d = b \cdot c$$

a y d son los extremos; b y c, los medios.

Calcular si son equivalentes las fracciones:

$$\frac{4}{6} \text{ y } \frac{8}{12}$$

$$(4 \times 12) = (6 \times 8) \quad 48 = 48$$



Al multiplicar o dividir el numerador y denominador de una fracción por un número entero, distinto de cero, se obtiene otra fracción equivalente a la dada (Socas, 1997).

Al primer caso le llamamos ampliar o amplificar.

$$\frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{10}{15} \qquad \frac{2}{3} = \frac{10}{15} \qquad 2 \cdot 15 = 3 \cdot 10 \quad 30 = 30$$

### 1.3.2 Adición de números racionales

#### a. Adición de números racionales de igual denominador

Se suman los numeradores y se mantiene el denominador (Socas, 1997).

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

$$\frac{5}{7} + \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$$

#### b. Adición de números racionales de diferente denominador

En primer lugar se reducen los denominadores a común denominador, y se suman los numeradores de las fracciones equivalentes obtenidas (Luelmo, 2004).

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}$$



Mínimo Común Múltiplo (M.C.M).

$$\frac{5}{4} + \frac{1}{6} = \frac{15+2}{12} = \frac{17}{12}$$

Se multiplican los resultados obtenidos del m. c .m., para obtener el denominador común.

$$2 \times 2 \times 3 = 12$$

### c. Sustracción de números racionales.

Sustracción de números racionales de igual denominador. Se restan los numeradores y se mantiene el denominador (Luelmo, 2004).

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$$

$$\frac{5}{7} - \frac{1}{7} = \frac{4}{7}$$

### d. Sustracción de números racionales de diferente denominador

- Para operar se reducen los denominadores a común denominador:
- Se determina el denominador común, que será el mínimo común múltiplo de los denominadores.
- Este denominador común, se divide por cada uno de los denominadores, multiplicándose el cociente obtenido por el numerador correspondiente.
- Se restan los numeradores de las fracciones equivalentes obtenidas (Fernández, 2009).

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{b \cdot d}$$

$$\frac{5}{4} - \frac{1}{6} = \frac{15-2}{12} = \frac{13}{12}$$

Mínimo Común Múltiplo (M.C.M).

4	6	: 2
2	3	: 2
1	3	: 3
1	1	

Se multiplican los resultados obtenidos del m. c .m., para obtener el denominador común.

$$2 \times 2 \times 3 = 12$$

### f. Multiplicación de números racionales

Hay 3 simples pasos para multiplicar fracciones

- Multiplica los numeradores
- Multiplica los denominadores
- Simplifica la fracción

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{5}$$

Paso 1. Multiplica los números de arriba:

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{1 \times 2}{5} = \frac{2}{5}$$

Paso 2. Multiplica los números de abajo:

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{1 \times 2}{2 \times 5} = \frac{2}{10}$$

Paso 3. Simplifica la fracción:

$$\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

### 1.3.3 Propiedades de la multiplicación de números racionales

#### a. Interna

El resultado de multiplicar dos números racionales es otro número racional (Luelmo, 2004).

$$a \times b \in \mathbb{Q}$$

#### b. Asociativa

El modo de agrupar los factores no varía el resultado.

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}\right) \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5}\right)$$

$$\frac{3}{8} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{20} \qquad \frac{3}{40} = \frac{3}{40}$$

#### c. Conmutativa

El orden de los factores no varía el producto.

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Ejemplo:

$$\frac{3}{8} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{8} \qquad \frac{3}{40} = \frac{3}{40}$$

#### d. Elemento neutro

El 1 es el elemento neutro de la multiplicación, porque todo número multiplicado por él da el mismo número.

$$a \cdot 1 = a$$

Ejemplo:

$$\frac{3}{8} \cdot 1 = \frac{3}{8}$$

#### e. Distributiva

El producto de un número por una suma es igual a la suma de los productos de dicho número por cada uno de los sumandos (Luelmo, 2004).

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

Ejemplo:

$$\frac{1}{2} \cdot \left( \frac{1}{4} + \frac{3}{2} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{7}{4} = \frac{1}{8} + \frac{3}{4} \qquad \frac{7}{8} = \frac{7}{8}$$

### f. Factor común

Es el proceso inverso a la propiedad distributiva. Si varios sumandos tienen un factor común, podemos transformar la suma en producto extrayendo dicho factor.

$$a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$$

Ejemplo:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{1}{4} + \frac{3}{2} \right)$$

### g. Simplificación del producto

Intenta dividir los numerador y el denominador de la fracción a la vez hasta que no puedas seguir más (prueba a dividirlos por 2, 3, 5, 7, ... etc) (Fernández, 2009).

**Ejemplo:**

Simplifica la fracción  $\frac{24}{108}$ :

$$\begin{array}{ccccccc} & \div 2 & & \div 2 & & \div 3 & \\ & \curvearrowright & & \curvearrowright & & \curvearrowright & \\ \underline{24} & & 12 & & 6 & & 2 \\ = & & = & & = & & \\ 108 & & 54 & & 27 & & 9 \end{array}$$

$\div 2 \qquad \div 2 \qquad \div 3$

### 1.3.4 División de números racionales.

#### a. Método cruzado.

Multiplicar de "forma cruzada" las fracciones, es decir, multiplicar numerador por denominador, y denominador por numerador (Luelmo, 2004).

Ejemplo:

$$\frac{2}{5} : \frac{3}{8} = \frac{2 \cdot 8}{5 \cdot 3} = \frac{16}{15}$$

**b. Método inverso.**

"Invertir" la segunda fracción y multiplicar "directamente", es decir, numerador por numerador, y denominador por denominador (Luelmo, 2004).

Ejemplo:

$$\frac{8}{9} : \frac{5}{4} = \frac{8}{9} \cdot \frac{4}{5} = \frac{32}{45}$$

**c. Dificultades operatorias.**

Las dificultad que se encuentra en la división de fracciones es la aceptación por parte del estudiante del porque se invierte la segunda fracción y no la primera.

Al momento de calificar los ejercicios efectuados, algunos estudiantes colocan el numerado en el lugar del denominador y viceversa; esto ocasiona dudas entre los demás estudiantes; esto es causado al no seguir instrucciones al momento de recibir las clases (Luelmo, 2004).

**d. Prioridad en las operaciones combinadas**

- Pasar a fracción los números mixtos y decimales.
- Calcular las potencias y raíces.
- Efectuar las operaciones entre paréntesis, corchetes y llaves.
- Efectuar los productos y cocientes.
- Realizar las sumas y restas.

Ejemplo:

$$\left[ \left( 2 - 1\frac{3}{5} \right)^2 + \left( \frac{5}{8} - \frac{3}{4} \right) - \left( \frac{6}{5} \cdot \frac{1}{3} \right)^4 \cdot \left( 7\frac{1}{2} \right)^3 \right] : \left( 5 - \frac{6}{5} \right) =$$

$$\begin{aligned}
&= \left[ \left(2 - \frac{8}{5}\right)^2 + \left(\frac{5}{8} - \frac{3}{4}\right) - \left(\frac{6}{15}\right)^4 \cdot \left(\frac{15}{2}\right)^3 \right] : \left(5 - \frac{6}{5}\right) = \\
&= \left[ \left(\frac{2}{5}\right)^2 + \frac{5}{8} - \frac{3}{4} - \left(\frac{2}{5}\right)^4 \cdot \left(\frac{15}{2}\right)^3 \right] : \frac{19}{5} = \\
&= \frac{32 + 125 - 150 - 2160}{200} : \frac{19}{5} = \\
&= \left( \frac{4}{25} + \frac{5}{8} - \frac{3}{4} - \frac{54000}{5000} \right) : \frac{19}{5} = \\
&= \frac{-2153}{200} : \frac{19}{5} = -\frac{10765}{3800} = -\frac{2153}{760} \\
&= \left( \frac{4}{25} + \frac{5}{8} - \frac{3}{4} - \frac{54}{5} \right) : \frac{19}{5} =
\end{aligned}$$

## II. LANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La selección de los números racionales como temática, se debió, entre otras razones, a que éstos constituyen un campo numérico de gran importancia, tanto desde el punto de vista matemático, como por su utilidad en el procesamiento e interpretación de situaciones de la vida cotidiana. La importancia de los números racionales en nuestra cultura es indudable: cada día los medios de comunicación nos entregan grandes volúmenes de información, que es cuantificada en términos de porcentajes, probabilidades, razones, fracciones, etc., y una buena comprensión de los números racionales es fundamental para analizarla e interpretarla. Por ejemplo, los números racionales son necesarios para entender: los resultados de las encuestas y poder juzgar su credibilidad, los indicadores económicos y sociales del país, las tasas de interés que ofrece una cuenta de ahorro o que afectan a un crédito hipotecario, los descuentos de los supermercados, la probabilidad de ganar una lotería, la predicción del clima, etc. También son importantes en los procesos escolares dado que los números racionales constituyen una base fundamental, no sólo para el estudio de la matemática, sino también para la formación en otras disciplinas como la física, la química, la biología, etcétera.

A pesar de su marcada importancia y de los grandes esfuerzos en tiempo y dedicación que actualmente se consagran, en nuestro currículo de matemáticas, a desarrollar los procesos de aprendizaje necesarios en los alumnos, éste sigue siendo un tema de alta complejidad y, por supuesto, sus niveles de logro apenas si llegan a la comprensión de los conceptos más básicos y elementales.

En el presente trabajo de investigación se reportan resultados que respondieron a la siguiente pregunta de investigación: ¿Que Dificultades encuentran en el cálculo de las operaciones con números racionales los estudiantes de primero básico en los institutos nacionales de educación básica de Malacatán, San Marcos?

## **2.1 Objetivos**

### **2.1.1 Objetivo general**

Identificar las dificultades que encuentran los estudiantes de primero básico en el cálculo de las operaciones con números racionales, en los Institutos Nacionales de Educación básica del municipio de Malacatán, San Marcos.

### **2.1.2 Objetivos específicos**

Evaluar el conocimiento que tienen los estudiantes en las operaciones básicas de números racionales.

Determinar los métodos utilizados por los docentes en la enseñanza de las operaciones básicas de los números racionales.

Establecer las dificultades con la cual se enfrentan los estudiantes al momento de operar números racionales.

## **2.3 Variables de estudio**

- a) La preparación académica de los docentes
- b) Dificultades en el cálculo de operaciones con números racionales.

## **2.4 Definición de variables**

### **2.4.1 Definición conceptual de las variables**

#### **a. Preparación académica**

La formación académica remite a ese apartado del currículum profesional que describe la trayectoria formativa del candidato (Aponte, 2008).

Refleja una línea temporal a lo largo de la que la persona ha podido cursar unos estudios determinados.

Desde el punto de vista profesional, en una sociedad competitiva a nivel laboral, conviene puntualizar que a mayor nivel de formación académica, existen más



posibilidades de éxito profesional. Es decir, crecen las posibilidades de encontrar un empleo acorde al perfil personal (Aponte, 2008).

Uno de los principales objetivos de la formación académica es capacitar a los profesionales del siglo XXI para el desempeño eficaz de alguna función concreta. En este sentido, existen candidatos que optan por la especialización de ser un referente en su sector (Aponte, 2008).

En el contexto actual, cualquier profesional debe reciclarse constantemente a través de la realización de cursos, la asistencia a congresos y la participación en eventos profesionales (Aponte, 2008).

### **b. Dificultades en el cálculo de operaciones con números racionales**

Las operaciones con números racionales se inician en la enseñanza primaria, se continúan en secundaria y en cursos siguientes, pero generan fracaso escolar por no interpretar las situaciones que las requieren (Contreras, 2012).

La complejidad de los números racionales da lugar a que se presenten numerosos errores en las respuestas de los alumnos, y a que sean la causa de muchas rupturas de los alumnos con el conocimiento matemático, reconociéndolos como la base de su desesperación. La principal razón de esta situación está en su propia complejidad (Contreras, 2012).

Los números racionales arrancan de las relaciones multiplicativas para interpretar comparaciones no enteras, sobretodo en situaciones de medida. Para salvar estas dificultades se han introducido los algoritmos, pero constituyendo procedimientos mnemotécnicos (multiplicar en cruz, diferentes procedimientos para calcular el mínimo común múltiplo, por ejemplo) (Contreras, 2012).

Aprender estos procedimientos, lejos de resolver la dificultad, mantiene a las fracciones y sus operaciones como uno de los contenidos en que se produce mayor fracaso

escolar y terror por las matemáticas de la enseñanza básica. Y es que a la complejidad de las operaciones con racionales se le ha añadido la pretensión de que cuanto antes los alumnos las realicen de manera simbólica, de manera alejada de problemas de enunciado (que, por otra parte, no siempre son fáciles de encontrar). Esto da lugar a que en la enseñanza secundaria se repitan los mismos ejercicios y explicaciones que se han expuesto en primaria, pese a que supuestamente los alumnos ya los habían aprendido. Los profesores de bachillerato observan que no se han salvado todas las dificultades que acarrearán, por lo que parece que esta repetición no ha sido muy útil (Contreras, 2012).

## 2.4 Definición operacional de las variables o elementos de estudio

**Cuadro 1.** Definición operacional de variables

Variable	Indicador	Índice	Sub-índice
Variable dependiente:  La preparación académica de los docentes del área de matemáticas en los institutos nacionales de educación básica del municipio de Malacatán, San Marcos.	Preparación académica  Docentes  Área	Capacidad  Profesor  Matemáticas  Sistema educativo	Habilidades destrezas  Tipos de profesores  Números racionales  Ciclo básico
Variable Independiente:  Dificultades en el cálculo de operaciones con números	Comprensión  Números racionales	Razón  Calculo de las Operaciones básicas con números racionales	Instrucciones  Adición Sustracción Multiplicación División Operaciones

racionales.			combinadas Dificultades operatorias
	Estudiantes	Educando	Aprendizaje

## 2.5 Alcances y límites

Este estudio se realizó con los estudiantes de primer grado en los institutos nacionales del municipio de Malacatán, San Marcos. Su objetivo principal fue determinar las dificultades que los alumnos encuentran en el cálculo de las operaciones con números racionales.

Los resultados o efectos de la presente investigación se orientan hacia el primer grado de educación básica, los aportes de la misma se harán extensivos hacia todo el sistema educativo en general, porque mejorar la educación no es tarea o responsabilidad de un solo establecimiento educativo, sino de todos los que deseen hacer un buen aporte al desarrollo intelectual e integral de nuestro país.

Sin embargo es importante aclarar que los resultados de la presente investigación solo reflejan la situación de los establecimientos investigados, y podrían ser aplicados a otro establecimiento con similares características.

## 2.6 Aportes

Entrega de herramientas a los institutos nacionales del nivel medio ciclo básico que servirán para mejorar la enseñanza de los números racionales; que se utilizaran con los estudiantes de primer grado básico.

Mejoramiento de la calidad educativa en la enseñanza de los números racionales en los estudiantes de primer grado básico de los institutos nacionales, del nivel medio, del municipio de Malacatán, departamento de San Marcos.

Entrega de informe a la Universidad Rafael Landívar en donde se detalla el proceso que se siguió durante la investigación objeto de estudio, que servirá de guía a los futuros profesionales.

La investigación determinó las dificultades que los alumnos del primer grado básico encuentran en el cálculo de las operaciones con números racionales. El valor del presente proyecto de investigación radica en el beneficio que trae tanto a estudiantes, docentes, como a autoridades del establecimiento, ya que hace un aporte al identificar las dificultades que los alumnos tienen en solución de problemas con números racionales

El aporte para los estudiantes es ayudarles a implementar una serie de técnicas de estudio, que les ayudará para ser estratégicos e implementar el autoaprendizaje, ya que de acuerdo a las revisiones bibliográficas realizadas las técnicas de estudio son una actividad imprescindible en el proceso de aprendizaje.

A los Padres de los alumnos les ayudará para conocer los puntos débiles en el proceso de aprendizaje que tienen sus hijos y les permitirá tomar conciencia de lo que deben mejorar para que su rendimiento académico sea satisfactorio.

El aporte para los docentes del área de matemáticas consistirá fundamentalmente en que al realizar este estudio se identificaron las dificultades que los alumnos tienen para la solución de números racionales. Es decir que desde este punto de vista, se ayuda al docente para que pueda plantear estrategia que supere esta dificultad.

El aporte para el establecimiento, es la mejora en el rendimiento académico de sus alumnos, lo que habla bien de él. Facilitar a sus docentes el proceso de aprendizaje y mejorar en la enseñanza, realización de tareas y mejorar los resultados de pruebas comprensivas.

Los resultados permitirán conocer las diferencias que existen entre una metodología a seguir y la improvisación característica en la mayoría de estudiantes para querer incrementar su aprendizaje. Problemas que afectan al establecimiento especialmente en la calidad de los servicios educativos que presta. Por lo que conocerse estos se analizaran las causas que lo ocasionan, y se plantearan propuestas de solución al mismo.

### III. MÉTODO

#### 3.1. Sujetos

La población seleccionada estuvo conformada por estudiantes de primer grado del ciclo de educación básica, comprendidos entre los doce y los diecisiete años de edad, de ambos sexos, los cuales proceden tanto del área urbana como del área rural. Para obtener mejores resultados en la presente investigación no se realizó ninguna separación o distinción de los estudiantes, es decir que se tomaron indistintamente del área geográfica de donde procedían, siendo indispensable únicamente que estuvieran legalmente inscritos en el establecimiento y que cursaran el primer grado del ciclo básico.

Las fuentes fundamentales de la información sustentadora de esta investigación, tuvieron carácter primario. Se cuestionó a los 5 directores de los Institutos nacionales de educación básica del municipio de Malacatán, San Marcos, de igual manera la encuesta que se desarrolló estuvo dirigida a los 10 profesores que comparten conocimientos en el área de matemática en el ciclo de cultura general, especialmente a quienes lo hacen en primer grado básico. Fueron abordadas también las expectativas que poseen los estudiantes del segundo grado del ciclo básico en el Instituto citado.

La población estuvo constituida por todos los 100 estudiantes del primer grado del ciclo básico.

**Cuadro 2.** Sujetos, población y muestra objeto de este estudio

<b>Sujeto</b>	<b>población</b>	<b>muestra</b>
Estudiantes	1000	10%
Docentes	10	100%
Directores	5	100%
Supervisores	5	2%

### 3.2 Instrumentos

**Cuadro 3.** Instrumentos utilizados en la presente evaluación

Objetivos	Tipo de Instrumento	Indicador a evaluar
Obtener información del tema a investigar.	Boletas de encuesta	Preparación académica de los docentes
Indagar información verídica y vivencial	Entrevistas	Determinar dificultades en el cálculo con números racionales
Proporcionar datos específicos del tema.	Cuestionarios	Calculo de las operaciones básicas con números racionales

#### a. Evaluación diagnóstica

Se aplicó una batería con diez problemas con números racionales, el instrumento sirvió para determinar la situación real de los estudiantes de ambos grupos en relación al cálculo de operaciones con números racionales, esto se realizó al inicio de la investigación y se denominó prueba pre-test para grupo experimental y grupo control.

Se calificó con escala numérica de cero a diez puntos y se extrajeron los porcentajes de los estudiantes de acuerdo con la nota obtenida.

#### b. Evaluación final

Concretado el proceso de análisis con los grupos experimental y de control, se midieron los aprendizajes con una batería evaluativa de diez problemas que fueron resueltos por separado, cada grupo empleó un método diferente, el grupo experimental realizó la prueba a, utilizando el método gráfico y el grupo de control realizó la prueba b, utilizando el método tradicional, los resultados avalaron la eficiencia y eficacia de cada método. Los instrumentos fueron aplicados en sesiones periódicas y contrastados con la realidad de manera objetiva y técnica.

### **3.3 Procedimiento**

Luego de haber analizado varios problemas que enfrentan los alumnos del primer grado básico de los institutos del municipio de Malacatán, en su aprendizaje en el curso de matemáticas. Se priorizó y se definió el tema que se investigó.

- Selección del tema
- Se visitaron los establecimientos donde se realizó la investigación, con el objeto de solicitar la autorización para desarrollar la misma.
- Se realizó la revisión bibliográfica correspondiente a efecto de poder sustentar y fundamentar convenientemente el marco teórico de la investigación.
- Se elaboró el perfil del proyecto de tesis.
- Se presentó el perfil de tesis para su aprobación y autorización.
- Se elaboraron los instrumentos de encuestas y entrevistas.
- Se fotocopiaron los instrumentos de encuestas y entrevistas, luego fueron aprobados.
- Se seleccionaron dos grupos de trabajo, integrados por estudiantes de primero básico, a un grupo se le denominó experimental y el segundo fue el grupo testigo.
- Se pasaron las encuestas y entrevistas a los grupos que conformaron la muestra seleccionada para el efecto de la presente investigación.
- Se elaboraron materiales y recursos didácticos para utilizarlos con el grupo experimental.
- Se impartieron clases magistrales con estudiantes de los dos grupos de trabajo.
- Se tabulo e interpreto la información obtenida con las encuestas y entrevistas.
- Se analizaron estadísticamente los datos e información obtenidos.
- Se elaboró el informe final de la investigación.
- Se presentaron los resultados de la investigación en el establecimiento investigado.
- Se presentó el informe de tesis para su aprobación en la Universidad

### **3.4 Tipo de investigación, diseño y metodología estadística**

La metodología aplicada para la recolección de información de fuentes primarias, permitió captar la opinión de los alumnos para cada uno de los ítems planteados, se elaboró una guía de preguntas previamente diseñadas (un instrumento de encuesta).

Con esta técnica se facilitó la captación de percepciones individuales. Para el análisis de este instrumento se utilizó la técnica de análisis cuantitativo en base a porcentajes.

Según Achaerandio (2010), se ejecuta una revisión correlativa de datos entre los sujetos de la investigación y los resultados que la misma permita. El diseño experimental es concomitante con la perspectiva científica, en consecuencia, se plantea la observación, la experimentación y el análisis de resultados como estructuras elementales del diseño.

Debido a que la investigación cumple con lo propuesto por Achaerandio, esta tiene carácter cuasi-experimental, debido a tener una prueba pre-test para medir el nivel de conocimiento antes de iniciar la fase experimental y una prueba post-test, que sirvió para medir el nivel de conocimientos después de aplicar las técnicas, para ello se organizó un grupo experimental con quienes se utilizó para el proceso de enseñanza el métodos gráfico y un grupo denominado control donde se utilizó el método tradicional para la resolución de problemas con números racionales.

A los resultados de ambos grupos se les realizó una prueba de comparación de medias utilizando la prueba t-Student, el nivel de confianza de la prueba fue de  $\alpha = 0.05$ , con lo cual se dio validez a las hipótesis.

Se ejecutó análisis estadístico inferencial, con validación de puntajes t, esto para demostrar las diferencias entre los grupos experimental y de control en relación con el proceso ejecutado.

Según Pita (2001), se pretende que los resultados porcentuales sean la base para la reconversión metodológica en la enseñanza de los números racionales y, permitan la adopción del método de gráficas en la resolución de problemas con números racionales.



## IV. PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

La investigación se realizó con alumnos del primer año en los institutos de educación del ciclo básico, para ello se formaron dos grupos denominados grupo control y grupo experimental, donde se realizó una prueba pre-test para determinar estadísticamente si las poblaciones se encontraban en igualdad de conocimiento o si existía diferencia entre ellas, de igual manera al finalizar el estudio para medir el nivel de conocimiento y el dominio que tenían los alumnos de ambos grupos para la misma unidad de estudio se realizó una prueba post-test. La prueba fue cuasi-experimental y para medir el nivel de significancia de ambos grupos se utilizó la prueba de comparación de medias, t-Student, la que también permitió la aceptación o rechazo de las hipótesis planteadas para la investigación.

Para evaluar el aprendizaje en los dos grupos, se utilizó un diseño cuasi-experimental, para este caso el diseño un pre y post-test, lo que permitió la medición de la variable dependiente (medición del conocimiento previo y posterior) y la administración de un solo tratamiento (el método), por lo que se asumió que las diferencias entre el pre y post-test son debidos a los efectos del tratamiento que ocurre entre ambas mediciones.

### **4.1 Comparación del nivel de conocimiento mediante prueba pre-test.**

La medición antes de iniciar y después del estudio, permitió evaluar la eficacia que tenía cada uno de los métodos comparados, de manera que ambas evaluaciones demostraron a través de la prueba de significancia t-Student, De manera que los análisis que se presentan están constituidos en base a variaciones sobre un mismo tema

En el cuadro 4 se presentan los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica denominada pre-test, la cual fue aplicada al grupo control y al grupo experimental para determinar estadísticamente si existía o no diferencia de conocimientos para el mismo al inicio de la investigación.

**Cuadro 4.** Lista de cotejo de los resultados de la prueba pre-test, para el grupo control y experimental para la operaciones con números racionales en estudiantes de primero básico.

Prueba Diagnóstica			
Grupo control		Grupo experimental	
No. de Registro.	Resultado	No. de Registro.	Resultado
1	12	1	22
2	22	2	12
3	12	3	12
4	22	4	12
5	12	5	22
6	10	6	30
7	40	7	30
8	30	8	10
9	40	9	10
10	20	10	10
11	10	11	30
12	10	12	20
13	20	13	10
14	30	14	20
15	40	15	20
16	20	16	30
17	50	17	40
18	40	18	40
19	20	19	30
20	20	20	10

Los resultados que se muestran en el cuadro anterior presentan puntajes muy similares, teniendo muy poca variación. Para determinar si existe o no diferencia estadística significativa entre uno y otro grupo se le realizó el análisis estadístico respectivo.

**Cuadro 5.** Prueba t-student para los resultados de la prueba pre-test para el grupo control y experimental, para determinar su conocimiento en el cálculo de operaciones con números racionales.

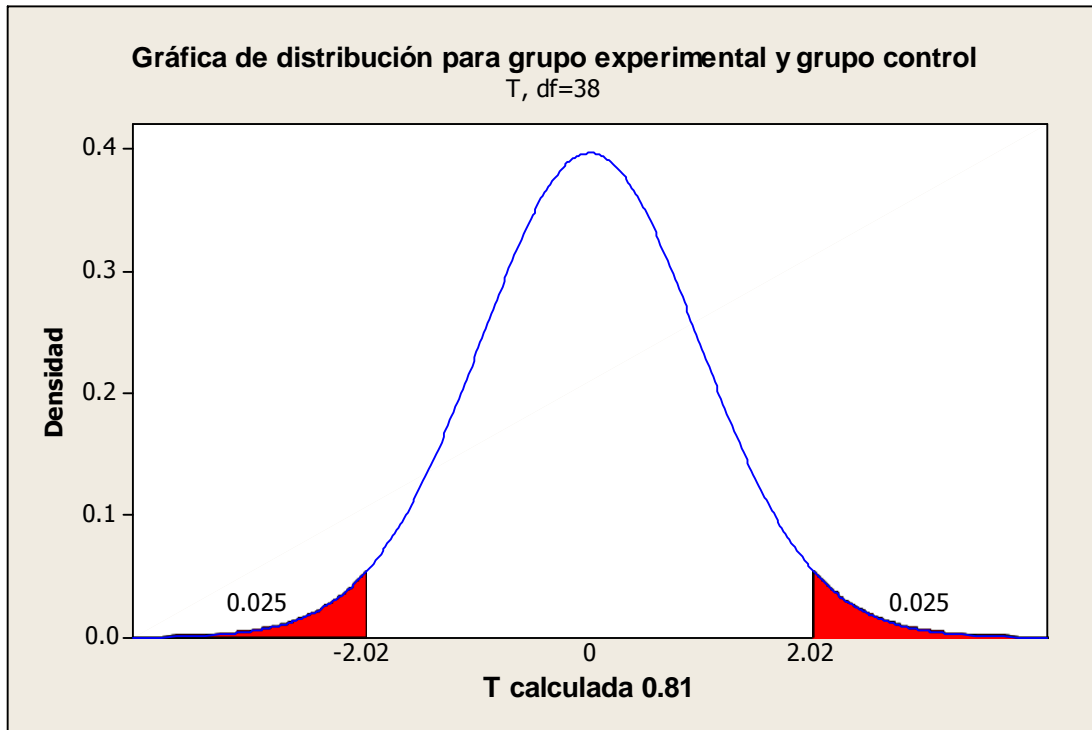
Eventos	Número Mediciones	Media	Desviación estándar	Media del error estándar	P > t 0.05
Pre-test Exp.	50	23.50	12.70	2.8	0.420 <sup>ns</sup>
Pre-test Con.	50	20.50	10.50	2.3	

De acuerdo a la prueba t-Student, no existe diferencia estadística significativa entre los 2 grupos de alumnos, por lo que al inicio estadísticamente se tomaron dos poblaciones con igualdad de conocimientos por lo que los resultados que se obtengan al final de la investigación estarán influenciadas por el aprendizaje que adquieran para definir un procedimiento para la solución de problemas.

Con los resultados obtenidos se realizó el contraste de hipótesis en términos estadísticos, donde  $H_0 = \mu_1 - \mu_2 = 0$ , por lo que  $P > 0.05$ , encontrando que no se tiene diferencia estadística significativa en conocimientos para realizar cálculos con operaciones de números racionales entre ambos grupos. Por lo que se acepta la hipótesis nula y se rechaza la alterna.

Al ubicar el valor de t calculada en la gráfica de distribución de la figura 1, el valor crítico se ubica en la región de aceptación de la hipótesis nula lo que nuevamente nos permite decir que estadísticamente los dos grupos tomados al inicio de esta evaluación se

encontraban en igualdad de conocimientos, pues no existe diferencia estadística entre los grupos en la solución de problemas con números racionales.



**Figura 1.** Gráfica de distribución de los valores obtenidos en la prueba t-Student, en alumnos del primer grado básico, al realizar prueba pre-test, para determinar su conocimiento en el cálculo de operaciones con números racionales.

#### **4.2 Análisis de dificultades en el cálculo de operaciones con números racionales en alumnos del primero básico**

##### **4.2.1 Identificación de las dificultades en los estudiantes**

Al evaluar las dificultades mencionadas anteriormente, se aplicó una prueba a 100 estudiantes del primer grado básico seleccionados aleatoriamente, la prueba consistió de 5 ítems (ver anexo1), y habiendo analizado las dificultades de estos estudiantes de acuerdo a los resultados de la prueba.

Se aplicó una encuesta a 10 docentes de matemáticas de la institución para indagar las posibles causas de estas dificultades.

**Cuadro 6.** Resultados en base a porcentajes de la prueba realizada a estudiantes

ITEM	Respuestas acertadas (%)	Respuestas incorrectas (%)
Conceptualiza sobre la fracción	32	68
Representa una fracción y dada la representación escribe la fracción	40	60
Ubica fracciones en la recta numérica	0	100
Identifica y halla fracciones equivalentes	6	94
Adiciona fracciones	10	90

Aunque la prueba es muy escueta en la forma de indagar sobre algunos aspectos puntuales de las fracciones y racionales, cada pregunta tenía una intencionalidad particular y precisa, así:

**Primera pregunta:** el estudiante debía reconocer el significado de la fracción como operador con un todo discreto, el 68% de los estudiantes no reconoce el significado.

**Segunda pregunta:** el estudiante Identificará elementos fundamentales de la representación geométrica que posibilitan el proceso de conversión a la fraccionaria y viceversa, el 60% de los alumnos demostraron no identificar estos elementos fundamentales.

**Tercera pregunta:** Los estudiantes debían mostrar la habilidad para representar en un registro unidimensional, como la recta numérica, algunos racionales. Actividad en la cual interviene la comprensión del patrón de medida dado, la posibilidad de partición de las unidades y la de asociación a esa partición de un racional, mediado todo esto por la relación parte todo, el 100% de los alumnos no ubica fracciones en la recta numérica.

**Cuarta pregunta:** El estudiante debía encontrar las fracciones equivalentes solicitadas debe reconocer el concepto de equivalencia, ya sea procedimentalmente (Amplificación o complicación), o conceptualmente en relación a su significación en diferentes registros y a través de diferentes formas operatorias de cálculo, el 94% de los estudiantes no identifica o encuentra fracciones equivalentes.

**Quinta pregunta:** indaga sobre la estrategia que usa el estudiante para adicionar racionales, el 90% de las respuestas para esta interrogativa fue negativa.

#### 4.2.2 Identificación de las dificultades por parte de los docentes

**Cuadro 7.** Resultados de la encuesta de docentes

No. De pregunta	Promedio %	Causas más frecuentes de la dificultad
1	22	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Confunden la noción de unidad</li> <li>• Falta de interés</li> </ul>
2	30	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Pocas situaciones que involucran la cotidianidad permiten su profundización</li> <li>• Falta de material didáctico</li> </ul>
3	20	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Confunde la noción de unidad</li> </ul>
4	28	<ul style="list-style-type: none"> <li>• en el manejo de los métodos</li> <li>• Falta de interés</li> </ul>

**Cuadro 8.** Método de enseñanza empleado en la enseñanza

Métodos empleados para la enseñanza de suma de números racionales.	%
$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$	100
Hallando mínimo común múltiplo	100
Homogenizando las fracciones	50
Otro	0

Los docentes reconocen que una tercera parte de sus estudiantes tienen dificultades en el manejo y uso de las fracciones y los números racionales, sin embargo, al analizar las

causas de estas dificultades, trivializan el problema puesto que aluden a causas asociadas fundamentalmente al alumno y al medio: falta de interés de los alumnos y deficientes recursos. Lo que quiere decir, que la complejidad de la problemática de comprensión y uso del conocimiento matemático no se dimensiona.

#### 4.2.3 Análisis de los resultados del grupo control

Con la finalidad de conocer las dificultades que tienen los alumnos para realizar cálculos de operaciones matemáticas con números racionales, luego de recibir el proceso de enseñanza de la forma tradicional, se llevó un cuadro de registro de las actividades que el alumno desarrollo durante en esta unidad, los resultados obtenidos se presentan el cuadro 9.

**Cuadro 9.** Lista de cotejo donde se muestran los resultados obtenidos por el grupo control.

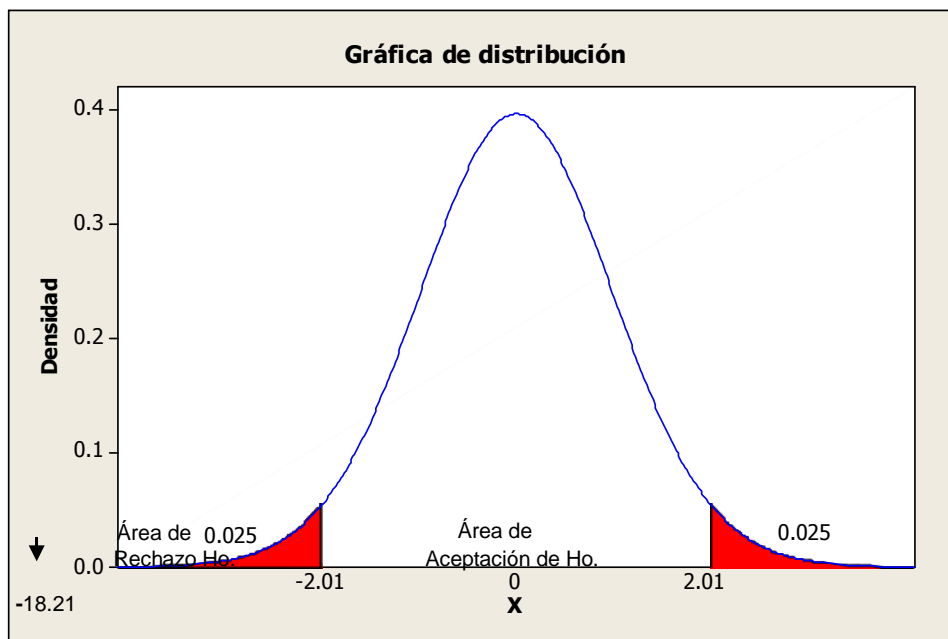
Reg.	Prueba Corta 1	Prueba Corta 2	Examen Parcial 1	Cuaderno y tareas	Examen Parcial 2	Total Zona	Examen Final	Total
1	4	6	12	10	17	49	12	61
2	6	8	18	10	18	60	20	80
3	7	5	12	10	17	51	12	63
4	3	2	10	8	16	39	18	57
5	6	6	14	8	17	51	16	67
6	8	8	17	9	19	61	24	85
7	8	4	16	10	18	56	20	76
8	4	6	12	10	17	49	16	65
9	2	1	8	6	14	31	20	51
10	10	6	18	10	18	62	18	80
11	5	2	12	8	17	44	18	62
12	5	6	15	10	17	53	10	63
13	4	3	10	8	16	41	14	55
14	2	0	12	8	14	36	18	54
15	6	4	12	8	16	46	22	68
16	7	7	14	7	14	49	24	73
17	5	6	11	7	12	41	21	62
18	6	6	10	6	13	41	21	62
19	9	5	14	5	14	47	23	70
20	10	7	14	7	15	53	24	77

Los resultados obtenidos por el grupo control al final de la evaluación se compararon con los resultados de la prueba pre-test, para determinar si existe diferencia estadística significativa entre ambas pruebas. Los resultados del análisis se presentan en el cuadro 10.

**Cuadro 10.** Prueba T-student aplicada a los resultados del grupo control en la prueba pre-test y prueba post-test.

Prueba	N	Media	Desviación Estándar	Media del error estándar	P > t
Pre-test	20	23.54	7.71	1.60	0.0001*
Post- test	20	67.04	8.80	1.80	

De acuerdo al análisis realizado, mediante la prueba t-student existe diferencia estadística significativa entre los resultados en las pruebas pre-test al compararla con los resultados de la prueba post-test, para el grupo de alumnos control, por lo que se asume que existió avance de conocimientos en el proceso de aprendizaje de la matemática y el cálculo con operaciones de números racionales.



**Figura 2.** Gráfica de distribución de los valores obtenidos en la prueba t-Student, al comparar los resultados en la prueba pre-test y post-test del grupo control.



La figura 2, muestra la distribución de los resultados de la prueba pre-test y post-test para el grupo control. El valor T calculado es de  $\pm 18.21$  y el valor crítico a un nivel de confianza del 0.05 es de  $\pm 2.01$ ; por lo que sus valores al ubicarlos en la gráfica de distribución, se localizan en la zona de rechazo de la hipótesis nula, por lo que su ubicación nos permite determinar que existe diferencia estadística significativa.

#### 4.2.4 Análisis de los resultados del grupo experimental

Se realizó una lista de cotejo donde se registraron los resultados obtenidos en promedio por los diferentes grupos de alumnos, cada método tuvo una ponderación de 10 puntos y un examen final de 30 puntos.

**Cuadro 11.** Resultados obtenidos por el grupo experimental quienes recibieron el proceso de aprendizaje de operaciones con números racionales mediante el uso de siete métodos de enseñanza.

Reg.	Métodos utilizados							Total Zona	Examen Final	Total
	Analítico	Descriptivo	Grafico	Grupal	Ejercitado	Heurístico	Practico Teórico			
1	6	9	6	8	8	7	8	52	22	74
2	4	7	10	10	10	9	7	55	20	75
3	3	5	9	10	8	6	7	47	18	65
4	9	10	7	10	10	6	7	59	28	87
5	8	8	10	9	8	5	7	54	25	79
6	7	9	7	10	8	6	5	52	15	67
7	2	8	7	10	7	6	8	48	18	66
8	9	9	9	10	8	7	8	59	26	85
9	4	9	9	8	6	7	6	48	20	68
10	6	10	8	8	8	7	6	53	15	68
11	7	10	7	10	7	8	7	56	10	66
12	6	5	7	8	6	4	6	42	9	51
13	9	6	7	10	8	6	6	52	16	68
14	5	9	8	10	8	6	7	53	25	78
15	4	2	10	8	6	5	7	41	12	53
16	8	10	7	6	10	6	7	54	20	74
17	8	9	10	4	10	7	7	54	18	72
18	6	9	7	6	7	4	5	43	20	63
19	6	10	7	9	10	5	7	53	23	76
20	6	7	5	10	5	7	5	45	28	73

Resultados obtenidos en la prueba post-test, por el grupo experimental conformado por alumnos del primer grado básico de los institutos de Malacatán, quienes recibieron el proceso de aprendizaje para realizar cálculos de operaciones matemáticas con números racionales, mediante el uso de siete diferentes métodos de enseñanza.

Con la finalidad de determinar si existe diferencia estadística significativa se compararon con los resultados de la prueba pre-test y se analizaron mediante la prueba T-student para determinar si existe diferencia estadística significativa entre ambas pruebas.

**Cuadro 12.** Prueba T-student aplicada a los resultados del grupo experimental en la prueba pre-test y prueba post-test, en el proceso de aprendizaje para realizar cálculos de operaciones matemáticas con números racionales.

Prueba	N	Media	Desviación Estándar	Media del error estándar	P > t 0.05
Pre-test	20	24.00	11.60	2.40	0.00*
Post- test	20	73.16	8.44	1.70	

Al comparar los resultados de la prueba pre-test y la prueba post-test, de los estudiantes del grupo control, estadísticamente se tuvo diferencia estadística significativa en los resultados, por lo que el uso de diferentes métodos de enseñanza de la realización de cálculo de operaciones con números racionales, influye para la mejora de obtención de resultados por parte de los alumnos.

Con los resultados obtenidos mediante el estadístico t-student, se realizó el contraste de hipótesis, en términos estadísticos, donde la diferencia =  $\mu$  (Pre-test) -  $\mu$  (Post-test)  $\neq$  0 por lo que  $P < 0.05$ , confirmando la existencia de diferencia estadística significativa en conocimientos para realizar claculos con operaciones de números racionales entre ambos grupos. Por lo que se acepta la hipótesis alterna y se rechaza la nula.

#### 4.2.6 Comparación de resultados de la prueba post-test del grupo control y grupo experimental.

En el cuadro 13 se presentan los resultados del análisis estadístico realizado a los resultados de la prueba post-test del grupo control y el grupo experimental.

**Cuadro 13.** Prueba T-student aplicada a los resultados post-test, tanto del grupo experimental como del grupo control.

Grupo	N	Media	Desviación Estándar	Media del error estándar	P > t 0.05
Experimental	24	73.17	8.44	1.70	0.018
Control	24	67.04	8.80	1.80	

Al analizar los resultados obtenidos por el grupo experimental y el grupo control la prueba t-student, muestra que existe diferencia estadística significativa en las medias de los resultados obtenidos por cada uno de los grupos, por lo que el uso de métodos para en el proceso de enseñanza-aprendizaje para realizar cálculos de operaciones matemáticas con números racionales, facilita y permite mejorar el rendimiento académico de los alumnos.

El realizar el contraste de hipótesis se tuvo que la diferencia =  $\mu$  (Pre-test) -  $\mu$  (Post-test)  $\neq 0$  por lo que se acepta la hipótesis alternativa, teniendo al menos un método que ayuda a los alumnos para realizar cálculos de operaciones matemáticas con números racionales.

#### 4.3 Determinación del mejor método para realizar cálculos de operaciones matemáticas con números racionales

A partir del análisis de la comparación entre las medias de los resultados post-test del grupo control y el grupo experimental, estadísticamente se encontró diferencia estadística significativa para los resultados del grupo experimental, por lo que se realizó un análisis de varianza para determinar cuál fue el método que permitió obtener los mejores resultados. Los resultados se presentan en el cuadro 14.

**Cuadro 14.** Prueba t-student para los resultados obtenidos al aplicar siete métodos matemáticos para realizar cálculos de operaciones con números racionales.

F	V	Método						
		Analítico	Descriptivo	Grafico	Grupal	Ejercitado	Heurístico	Practico Teórico
N		49	49	49	49	49	49	49
Media		6.58	8.33	7.420	8.750	8.250	6.460	7.130
$\delta$		1.930	1.860	1.020	1.590	1.450	1.280	1.080
Error Standar		0.379	0.365	0.200	0.312	0.284	0.251	0.212
P		0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Los resultados se analizaron al comparar las medias entre cada una de ellas con un intervalo de confianza del 95%. Para determinar si existía o no diferencia estadística significativa se utilizó una media hipotética como comparador, ya que la prueba utilizada tenía un valor de 10 puntos, se partió de la probabilidad de ganar o perder la prueba con 5 puntos.

El contraste de hipótesis en términos estadísticos al utilizar una media hipotética de 5 permitió determinar que en la prueba de  $\mu = 5$  vs.  $\neq 5$ , por lo que el p valor ( $P < \alpha$ ) muestra que tiene significancia. A partir de las observaciones, podemos afirmar con un nivel de confianza del 95% que los resultados que obtuvieron los estudiantes mantienen valores de distribución entre un 58% y un 93%. Por lo que se mejoró el rendimiento académico de los estudiantes. Por lo que los métodos empleados influyen en el rendimiento académico de los estudiantes. El análisis de varianza se presenta en el cuadro 15.

**Cuadro 15.** Análisis de varianza para los siete métodos matemáticos para realizar cálculos de operaciones con números racionales.

Fuente	GL	SC	MC	P <sub>0.05</sub>
Métodos	6	116.82	19.47	0.00 *
Error	161	360.58	2.24	
Total	167	477.40		

Al comparar las medias de los puntajes obtenidos, existe diferencia estadística significativa entre los métodos, por lo que se realizó el test de Tukey para determinar cuál es el mejor método.

#### 4.4 Test de Tukey

**Cuadro 16.** Tabla de medias y agrupación por orden de importancia de los juegos matemáticos de acuerdo a la prueba de Tukey.

Método	Media	Agrupación de literales
Grupal	8.75	A
Descriptivo	8.30	A
Ejercitado	8.25	A
Grafico	7.42	B
Practico - teórico	7.13	B
Analítico	6.60	C
Eurístico	6.46	C

Medias con la misma letra son estadísticamente iguales al  $\alpha = 0.05$  de confiabilidad.

Los resultados del test de Tukey permiten hacer que los métodos formen tres grupos definidos los cuales son: grupal, descriptivo y ejercitado, estos permitieron obtener los mejores resultados. Los alumnos luego de la enseñanza para realizar cálculos de operaciones con números racionales, obtuvieron resultados entre 82 y 87 puntos. El método gráfico y practico teórico forman el segundo grupo con medias en los puntajes

entre 71.3 a 74.2, mientras que los métodos analítico y heurístico, son los que permiten obtener los puntajes más bajos dentro de la tabla de clasificación de medias, aunque el puntaje obtenido permiten al alumno aprobar la unidad.

#### 4.5 Resultado de la Entrevista a docentes

No.	Pregunta	Porcentaje	Discusión
1	¿Qué porcentaje aproximado de sus actuales estudiantes considera que representa correctamente los números fraccionarios y racionales, gráficamente y en la recta? Según su respuesta, indique las causas que considera inciden para que los estudiantes tenga esta dificultad.	40%	“Falta fundamentación y relación con la cotidianidad e interacción lúdica para inducir y afianzar el conocimiento”. La mejor manera es la cotidianidad y la demostración enseñar con ejemplos de la vida diaria”, en cuanto a esta estrategia didáctica es esencial en el sentido de que el estudiante se puede encontrar mucho más motivado e interesado por aprender, puesto que muchos de ellos le preguntan al profesor “¿y eso para qué me sirve en la vida?”.
2	¿Qué porcentaje de sus actuales estudiantes considera que reconoce correctamente la equivalencia entre fracciones? Según su criterio cuáles cree que son las causas para que haya estudiantes con esta dificultad.	60%	<ul style="list-style-type: none"> <li>• No identificar las múltiples representaciones que tiene un número racional</li> <li>• No distinguen, en muchos casos, el campo de problemas de los números racionales, dados en contextos intra o extramatemáticos; lo que se evidencia en la incorrecta interpretación de los enunciados, en la incorrecta interpretación</li> </ul>

			simbólica y por consiguiente en la incorrecta aplicación de procedimientos.
3	¿Sus estudiantes reconocen las unidades discretas como un todo?	70%	Reconocen y utilizan la discretización para buscar modelos y así poder usualmente hacer cálculos más fácilmente utilizando aproximaciones. El análisis numérico es un importante ejemplo.
4	¿Qué porcentaje de sus actuales estudiantes adiciona correctamente los fraccionarios? Según su criterio cuáles cree que son las causas por las cuales hay estudiantes con esta dificultad.	90	Si, lo hacen correctamente, seguro porque es la forma más fácil de operar las fracciones, ya que se conserva el denominador o solo se simplifica.
5	Seleccione el método que utiliza para enseñar la suma de fracciones y racionales. Si utiliza otro diferente explique cuál. Sustente su uso.	100%	Todos utilizan el mínimo común múltiple, ya que es la formas más común de dar solución a este tipo de operaciones, además es el método que se utiliza en los grados siguientes para buscar la solución del problema.

## **V. DISCUSIÓN DE RESULTADOS**

### **5.1 Dificultades que se encuentran en el cálculo de las operaciones con números racionales en estudiantes de primero básico en los institutos nacionales de educación básica de Malacatán, San Marcos.**

Se quiere lograr que los estudiantes comprendan y operen correctamente los números racionales ya que su uso en el ámbito de las matemáticas, otras disciplinas y los contextos cotidianos, es fundamental. Lo que significa que el desarrollo de competencias matemáticas relacionadas con la comprensión de situaciones matemáticas relacionadas con los números racionales es indispensable para la comprensión de fenómenos de diferente naturaleza.

La matemática en general presenta cierta dificultad, tanto para su enseñanza como para su aprendizaje y más concretamente, lo relacionado con los números racionales, como lo mencionan D'Amore, Fandiño, Marazzani y Sbaragli (2008). Las fracciones constituyen un obstáculo notable, dado que la aceptación de este objeto por parte de la comunidad matemática se dio en tiempos remotos (desde el 2000 a. C. en Egipto o tal vez antes), parecería que no existen indicios de obstáculo epistemológico, pero un estudio histórico atento y crítico muestra, por el contrario, que no es así.

### **5.2 Prueba diagnóstica o Pre-test**

Los resultados dejan visualizar la poca apropiación, por parte de los estudiantes, de aspectos conceptuales y operativos relacionados con las fracciones y los números racionales. Los bajos resultados mostrados en esta prueba inicial mostraron que a nivel de fracciones no logran comprender los procesos procedimentales, ni manipular un mismo registro de representación y los procesos de conversión de un registro de representación a otro. Lo anterior permite afirmar que existe un desconocimiento por parte de docentes y autores de textos sobre la complejidad que tiene el estudio, aprendizaje y enseñanza del objeto matemático fracción y número racional, desde una perspectiva epistemológica, didáctica y cognitiva. Como también, el predominio de actividades de enseñanza centradas en un carácter operatorio, que limitan la



construcción y desarrollo de competencias y desempeños relacionados con los procesos de razonamiento matemático, argumentación, resolución de problemas etc.

Los resultados parecen indicar que se hace énfasis en cantidades continuas, dejando de lado las cantidades discretas y el significado alude eminentemente a la relación que parte todo en este tipo de unidades continuas.

El análisis estadístico realizado al comparar los resultados obtenidos en la prueba pre-test realizada por los estudiantes del primer grado básico de los institutos de Malacatán mostró que todos se encontraban en igual de conocimiento y dominio en los cálculos de operaciones de números racionales, por lo que tanto el grupo control como el grupo experimental al iniciar esta investigación estadísticamente no existía diferencia significativa entre ambos.

El bajo desempeño de los estudiantes en matemáticas puede estar relacionado con las necesidades formativas de los docentes que, según Gil, Pessoa, Fortuny y Azcárate (2001), deben responder a preguntas como ¿qué han de saber y saber hacer los profesores de matemáticas? Esta pregunta cuando se les formulan a los docentes en formación o en actividad. Según los autores, “las respuestas son, en general, bastante pobres y no incluyen muchos de los conocimientos que la investigación destaca hoy como fundamentales”

### **5.3 Resultados de la prueba Post-test**

Los resultados post-test al compararlos con la prueba pre-test tanto del grupo control como del grupo experimental muestran diferencia estadística significativa, por lo que ambos grupos tienen avances en su conocimiento sobre los números racionales.

Al comparar los valores medios de los puntajes de la prueba post-test de los dos grupos se tiene que existe diferencia estadística significativa entre los puntajes del grupo experimental y los del grupo control, por lo que se analizó a través del test de Tukey cuál de los métodos utilizados permite obtener los mejores resultados, por lo que la prueba forma tres grupos definidos, los cuales son: grupal, descriptivo y ejercitado, estos permitieron obtener los mejores resultados. Los alumnos luego de la enseñanza

para realizar cálculos de operaciones con números racionales, obtuvieron resultados entre 82 y 87 puntos. El método gráfico y práctico teórico forman el segundo grupo con medias en los puntajes entre 71.3 a 74.2, mientras que los métodos analítico y heurístico, son los que permiten obtener los puntajes más bajos dentro de la tabla de clasificación de medias, aunque el puntaje obtenido permite al alumno aprobar la unidad.

#### **5.4 Validación de la problemática**

Los docentes reconocen que una tercera parte de sus estudiantes tienen dificultades en el manejo y uso de las fracciones y los números racionales, sin embargo, al analizar las causas de estas dificultades, minimizan el problema puesto que aluden a causas asociadas fundamentalmente al alumno y al medio: falta de interés de los alumnos y deficientes recursos. Lo que quiere decir, que la complejidad de la problemática de comprensión y uso del conocimiento matemático no se dimensiona.

Existe una falta de conciencia sobre dicha complejidad. Complejidad relativa a la naturaleza del objeto matemático puesto en juego, desde lo epistemológico y en una teoría matemática, como también, dada cuando el objeto matemático es objeto de enseñanza y aprendizaje, relacionada con los procesos de didactización y transposición del objeto en la actividad matemática de clase, igualmente, relacionada con los requerimientos cognitivos y las movilizaciones de tipo cognitivo que deben propiciarse en esta misma actividad matemática.

Tanto los resultados obtenidos en la prueba de los alumnos, como las apreciaciones de los docentes posibilitaron que reconociéramos como válida la problemática para abordar en la secuencia didáctica, más aún nos permitió redimensionar la complejidad misma de los problemas en educación matemática e hizo que se empezara a buscar técnicas especializadas en la temática y pensar sobre las actividades que se propusieron a los estudiantes. Inicialmente fue difícil este reto y se considera que la secuencia aún está incipiente y se necesita ser reformulada continuamente.

Los profesores Rafael Escolano y José María Gairín de la Universidad de Zaragoza (2005), sobre los “Modelos de medida para la enseñanza del número racional”, se proponen en primer lugar observar los obstáculos didácticos provocados al priorizar la enseñanza de la fracción como relación parte-todo. En segundo lugar, presentar una propuesta didáctica alternativa para alumnos de educación básica. Esta propuesta se apoya en el uso de tres modelos de aprendizaje: medida, cociente y razón. A partir de esta investigación, se pueden reconocer los obstáculos didácticos que ocurren al priorizar la enseñanza de la fracción como relación parte-todo.

### **5.5 Complejidad del concepto de número racional**

La complejidad conceptual, según los Estándares básicos de calidad, hace referencia a la articulación entre conocimientos básicos, procesos generales de pensamiento y contextos específicos en los que se presenta la actividad de enseñanza. Aspectos que se deben tener en cuenta a la hora de diseñar actividades de enseñanza. En este caso particular los conocimientos básicos aluden a los conceptos y procedimientos que son imprescindibles en la construcción escolar de los números racionales a partir del concepto de fracción.

Los resultados obtenidos coinciden con la apreciación de Perera y Valdemoros (2007), reconocen a los números racionales, específicamente a las fracciones, como una de las áreas que ofrece mayores dificultades tanto para su enseñanza como para su aprendizaje. En virtud de esto, es evidente que hoy en día en el ámbito de la educación matemática se busca, más que aplicar mecánicamente un algoritmo o procedimiento, la comprensión de los conceptos.

### **5.6 Utilización de métodos para la enseñanza de números racionales**

Ante la problemática encontrada se planteó realizar el proceso de enseñanza-aprendizaje, utilizando 7 métodos diferentes los cuales se compararon estadísticamente para determinar su importancia en el proceso de la enseñanza y realización de cálculos en operaciones con números racionales, los métodos grupal, descriptivo y ejercitado fueron los que permitieron obtener los mejores resultados.

Los métodos empleadas en la enseñanza y resolución de las tareas planteadas de acuerdo a los resultados obtenidos en la prueba post-test para el grupo experimental, dan cuenta que estos permitieron comprender que toda relación parte de la unidad y que su comprensión facilita por la manipulación de diferentes materiales y modelos manipulativos y su expresión numérica. Los estudiantes se enfrentaron a la necesidad de dar argumentos que probaran sus apreciaciones y discutirlos con los compañeros y los docentes. Lo cual dejó de manifiesto que una situación debe permitir estos espacios en los cuales el estudiante toma distancia de lo que hace para pensar en cómo lo hizo.

Al, observar las estrategias empleadas por los estudiantes en la realización de los cálculos se resalta la forma cómo iban construyendo las respuestas de acuerdo a las preguntas planteadas, que los acercó a algoritmos para obtener fracciones equivalentes y se espera que pase lo mismo con la estructura aditiva. Es decir, que se dio un salto cualitativo entre un proceso y su generalización de forma comprensiva.

Es importante resaltar que las situaciones se pueden enriquecer añadiendo nuevas preguntas y otros materiales mediadores, pero que la riqueza de la situaciones radica en el tipo de preguntas que la fundamentan y las apreciaciones que se pueden movilizar para que los estudiantes las den a conocer en la plenaria y así identificar dificultades y posibles soluciones oportunas en los razonamientos de los alumnos.

## **5.7 Los alcances obtenidos y los aportes realizados**

### **a. Desde la perspectiva de los estudiantes**

- La componente de manipulación de materiales y modelos didácticos promovió el interés por las actividades.
- La actividad, a través del trabajo en equipos, promueve la discusión argumentada entre los estudiantes.
- Las actividades promueven la posibilidad de implementar estrategias y procesos no preestablecidos.
- Algunas actividades propiciaron visiones diferentes de las fracciones y sus conceptos fundamentales que tradicionalmente no se abordan de esa manera en los institutos.

- Existe gran dificultad a la hora de escribir los argumentos que se verbalizan y que se hace necesario ponerlos en forma matemática o con un lenguaje más especializado.

### **b. Desde la perspectiva de los docentes**

Los docentes participantes de este proceso de producción y diseño de secuencias didácticas, se apropiaron de:

- Una metodología flexible que aporta elementos para diseñar nuevas propuestas y que se puede resumir en: identificación de la complejidad conceptual del objeto matemático que se pone en juego, articulación con lineamientos y estándares básicos de calidad del propósito que se quiere lograr con la secuencia, identificación de tareas potentes y producción de consignas movilizadoras de conocimiento y desempeños, revisión bibliográfica (textos escolares, investigaciones etc.)
- Reconocer la posibilidad de aprender de las respuestas y estrategias dadas y utilizadas por los estudiantes.
- Advertir que los conceptos fracción y número racional son complejos y su estudio no se limita a los aspectos algorítmicos sino que los conceptos de unidad, equivalencia, homogenización, relación parte todo, operador, y sus múltiples significados son fundamentales en el proceso de apropiación y manipulación operatoria.
- Redimensionar la potencialidad y las dificultades del trabajo en equipo.
- Cualificación de la práctica profesional.

## VI. CONCLUSIONES

- La población de alumnos tomada para realizar la determinación de las dificultades que se encuentran en el cálculo de las operaciones con números racionales en estudiantes de primero básico, en los institutos de Malacatán, San Marcos, evidenciaron en la prueba pre-test que todos tenían dificultades por lo que al iniciar este análisis la muestra seleccionada estaba en igualdad de conocimientos.
- Al analizar los resultados de la prueba post-test, tanto del grupo control como del grupo experimental, se encontró que el 20% de alumnos del grupo control reprobó la unidad, debido a que tuvieron dificultad para aprender a solucionar operaciones con números racionales. El 40% de este grupo aprobó con punteos entre 60 y 67 puntos. En el grupo experimental ningún alumno reprobó la unidad.
- El análisis estadístico tanto para el grupo control como para el grupo experimental, en la prueba pre-test, como para la prueba post-test, mostraron diferencia estadística significativa, por lo que el uso de los métodos permiten tener menos dificultades en la resolución de operaciones con números racionales.
- Al comparar los resultados de cada uno de los métodos utilizados en el grupo experimental, se encontró que el método grupal permite obtener los mejores resultados, esto debido a que los alumnos interactúan durante la aplicación del método, esta convivencia les permite apoyarse en la comprensión y desarrollo de los procesos matemáticos.
- Los docentes reconocen que una tercera parte de sus estudiantes tienen dificultades en el manejo y uso de las fracciones y los números racionales. Aluden esta problemática a causas asociadas fundamentalmente al alumno y al medio: falta de interés y deficientes recursos.

- Entre las causas que tiene el alumno para el cálculo operaciones de números racionales, la complejidad de la problemática de comprensión y uso del conocimiento matemático no se dimensiona.
- Tanto los resultados obtenidos en la prueba de los alumnos, como las apreciaciones de los docentes posibilitaron que reconociéramos como válida la problemática para abordar en la secuencia didáctica.

## VI. RECOMENDACIONES

- Al quedar demostrado estadísticamente que el uso de alternativas para la enseñanza de las diferentes áreas del curso de matemáticas, se recomienda el uso de estas principalmente en alumnos de primer grado básico que están en proceso de transición de un sistema de enseñanza a otro, ya que las dificultades en el aprendizaje se minimizan.
- Se recomienda el uso de los métodos: grupal, descriptivo y ejercitado para la enseñanza en la solución de operaciones con números racionales, ya que estos permiten que el rendimiento académico de los alumnos mejore
- Utilizar el método grupal en la solución de operaciones con números racionales ya que este facilita al docente el proceso de transmisión de los contenidos, debido a que cuando los alumnos se reúnen en grupos para buscar soluciones estos interactúan y los más avanzados ayudan a complementa el aprendizaje, también el método incrementa la convivencia, cumple con sus objetivos procedimentales y actitudinales.
- Se recomienda el uso de diferentes métodos en la enseñanza de la matemática ya que si el alumno no comprende o no desarrolla destreza con un método puede lograrlo con otro, esto queda demostrado al formarse subgrupos debido a los resultados en el test de Tukey, ya que la media obtuvo un buen resultado al combinar varios métodos.



## VII. BIBLIOGRAFÍA

- Achaerandio, L. (2010). Iniciación de la Práctica de la Investigación. Guatemala: Magna Terra editores.
- Aragón, C (2003). Enseñar a aprender, enseñanza y aprendizaje. Editorial Homo Sapiens, Buenos Aires.
- Aponte, E. (2008). Accesibilidad, inclusión y equidad en la educación superior en América Latina y el Caribe: tendencias y retos. Documento presentado en el XXIX Pleno Nacional de Bienestar Universitario, Asociación Colombiana de Universidades, Cali, Colombia: ASCUN.
- Contreras, M. (2012). Problemas multiplicativos relacionados con la división de fracciones. Un estudio sobre su enseñanza y aprendizaje (Tesis doctoral). Valencia, España: Departamento de Didáctica de las Matemáticas.
- Editora Educativa (2003), Texto matemáticas 1, serie educación formal, ciclo de Educación básica, primer curso Guatemala.
- Escolano, R.; Gairín, J. M. (2005). Modelos de medida para la enseñanza del número racional en Educación Primaria. Revista Iberoamericana de Educación Matemática (1), 17-35.
- Díaz B. F; Y Hernández R. G. (2002). Estrategias docentes para un aprendizaje lúdico y significativo. McGraw-Hill. Santa Fe de Bogotá, Colombia.
- Escolano, R. y Gairín, J. (2005). Modelos de medida para la enseñanza de números racionales en educación primaria. Unión, Revista Latinoamericana de Educación Matemática, (1), 17-35.
- Fandiño, M. I. (2009). Las fracciones. Aspectos conceptuales y didácticos. Bogotá: Editorial Magisterio.
- Flores, R.; Martínez, G. (2009). Una construcción de significado de la operatividad de los números fraccionarios. Obtenido de X Congreso Nacional de Investigación Educativa, área 5: educación y conocimientos disciplinares: [http://www.comie.org.mx/congreso/memoria/v10/pdf/area\\_tematica\\_05/ponencias/1594 -F.pdf](http://www.comie.org.mx/congreso/memoria/v10/pdf/area_tematica_05/ponencias/1594-F.pdf)


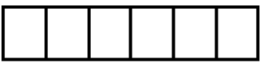
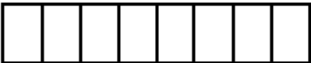

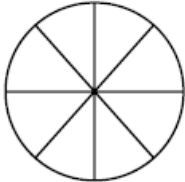
- Franco, D. (2012). Propuesta para la enseñanza de números racionales en primer grado de secundaria. (Tesis de Licenciatura, Escuela Normal de Naucalpan, México). Recuperada de [Prezi.com/nfsqxjem\\_i9/números –racionales](https://prezi.com/nfsqxjem_i9/números-racionales)
- Guzmán, M. (1993). Tendencias innovadoras en educación matemática, Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura. Editorial Popular.
- Luelmo, M (2004). Concepciones Matemáticas de los docentes de primaria en relación con las fracciones como razón y como operador multiplicativo. Universidad Lasalle.
- Pego, V. (2012). Las Fracciones: ¿Problema De Aprendizaje O Problemas De La Enseñanza? Revista Pilquen.
- Perera, P. B; Valdemoros, M. E. (2007). Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado de Educación Primaria (tesis doctoral). México: CINVESTAV.
- Pita, F. (2001). Estadística descriptiva de los datos. La Coruña: Jarpyo Editores, S.A.
- Rego, J. (1998). El rendimiento escolar y sus factores. España: Oveja Negra.
- Rocha, P. (2009). Una educación estadística: para una sociedad que tolere la incertidumbre. Bogotá: Univesidad San francisco de Caldas.
- Rodrigues, W. R. (2005). Números racionais: Um estudo das concepções de alunos após o estudo formal. Tesis de Maestría en Educación Matemática. PUC. São Paulo. Brasil
- Romero, I. (2000). Representación y comprensión en pensamiento numérico. En L. C. Contreras, J. Carrillo, N. Climent y M. Sierra (Eds.) Actas del IV Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática SEIEM (pp. 35-46). Huelva: Universidad de Huelva.
- Tamayo, C. (2009). Enseñanza de los racionales y sus propiedades a través del juego. (Taller realizado en el décimo encuentro colombiano de matemáticas educativas, 8 a 10 de octubre de 2009. Pasto, Universidad de Antioquía, Medellín, Colombia). Recuperado de: [hyttp://funes.uniandes.edu.co/777/](http://funes.uniandes.edu.co/777/)
- Woerle, C. (2010). Representações dos números racionais e a medição de segmentos: Possibilidades com tecnologias informáticas. Tesis de Maestría en Matemática Educativa. UNESP. Río Claro de São Paulo, Brasil.

# **VIII.Anexos**

## Anexo 1. PRUEBA PARA ESTUDIANTES

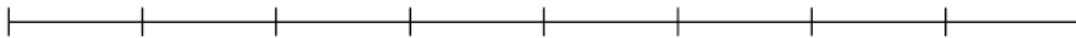
1. Explique con sus palabras que significa “que  $\frac{3}{4}$  de un curso de 40 estudiantes practican baloncesto”

2. Represente o escriba la fracción según el caso:

a)  $\frac{2}{3}$	b) $\frac{4}{5}$
c) $\frac{1}{4}$ 	d) $\frac{5}{12}$ 
e) $\frac{3}{7}$	f)  _____
g) _____ 	

3. Represente las siguientes fracciones en la recta numérica:

a)  $-\frac{2}{3}$       b)  $-\frac{1}{5}$       c)  $\frac{9}{2}$       d)  $\frac{5}{4}$



4. Halle 3 fracciones equivalentes a cada una de las siguientes fracciones:

a)  $\frac{2}{5}$                       b)  $-\frac{3}{8}$

5. Adicione los siguientes fraccionarios:

$\frac{9}{5} + \frac{7}{5}$        $\frac{8}{5} + \frac{7}{2}$        $\frac{9}{12} + \frac{5}{4}$        $\frac{4}{9} + \frac{2}{9}$

## Anexo 2. ENCUESTA PARA DOCENTES DE MATEMÁTICA DE PRIMERO BASICO

1. ¿Qué porcentaje aproximado de sus actuales estudiantes considera que representa correctamente los números fraccionarios y racionales, gráficamente y en la recta? Según su respuesta, indique las causas que considera inciden para que los estudiantes tenga esta dificultad.
  
2. ¿Qué porcentaje de sus actuales estudiantes considera que reconoce correctamente la equivalencia entre fracciones? Según su criterio cuáles cree que son las causas para que haya estudiantes con esta dificultad.
  
3. ¿Sus estudiantes reconocen las unidades discretas como un todo? 4. ¿Qué porcentaje de sus actuales estudiantes adiciona correctamente los fraccionarios? Según su criterio cuáles cree que son las causas por las cuales hay estudiantes con esta dificultad. 5. Seleccione el método que utiliza para enseñar la suma de fracciones y racionales. Si utiliza otro diferente explique cuál. Sustente su uso.
  
4. ¿Qué porcentaje de sus actuales estudiantes adiciona correctamente los fraccionarios? Según su criterio cuáles cree que son las causas por las cuales hay estudiantes con esta dificultad.
  
5. Seleccione el método que utiliza para enseñar la suma de fracciones y racionales. Si utiliza otro diferente explique cual. Sustente su uso.

a)  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + cb}{bd}$

c) Homogenizando las fracciones

b) Hallando mínimo común múltiplo

d) Otro

**Anexo3. Imágenes las actividades realizadas con los alumnos**



**Figura 4.** Prueba pre-test a estudiantes del grupo control



**Figura 5.** Prueba pos-test a estudiantes del grupo experimental



**Figura 6.** Prueba pos-test a estudiantes del grupo control