UNIVERSIDAD RAFAEL LANDÍVAR
FACULTAD DE HUMANIDADES
LICENCIATURA EN LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA

GEOGEBRA Y SU INCIDENCIA EN EL APRENDIZAJE DEL TEOREMA DE PITÁGORAS

(Estudio realizado con estudiantes de tercero básico del Instituto Mixto de Educación Básica por Cooperativa, del municipio de Santa Catarina Ixtahuacán, del departamento de Sololá)

TESIS DE GRADO

MIGUEL ANGEL GUACHIAC Y GUACHIAC
CARNET 15551-12

QUETZALTENANGO, SEPTIEMBRE DE 2018
CAMPUS DE QUETZALTENANGO

UNIVERSIDAD RAFAEL LANDÍVAR

FACULTAD DE HUMANIDADES

LICENCIATURA EN LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA

GEOGEBRA Y SU INCIDENCIA EN EL APRENDIZAJE DEL TEOREMA DE PITÁGORAS

(Estudio realizado con estudiantes de tercero básico del Instituto Mixto de Educación Básica por Cooperativa, del municipio de Santa Catarina Ixtahuacán, del departamento de Sololá)

TESIS DE GRADO

TRABAJO PRESENTADO AL CONSEJO DE LA FACULTAD DE HUMANIDADES

POR

MIGUEL ANGEL GUACHIAC Y GUACHIAC

PREVIO A CONFERÍRSELE

TÍTULO Y GRADO ACADÉMICO DE LICENCIADO EN LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA

QUETZALTENANGO, SEPTIEMBRE DE 2018

CAMPUS DE QUETZALTENANGO

AUTORIDADES DE LA UNIVERSIDAD RAFAEL LANDÍVAR

RECTOR:	P. MARCO TULIO MARTINEZ SALAZAR, S. J.
VICERRECTORA ACADÉMICA:	DRA. MARTA LUCRECIA MÉNDEZ GONZÁLEZ DE PENEDO
VICERRECTOR DE INVESTIGACIÓN Y PROYECCIÓN:	ING. JOSÉ JUVENTINO GÁLVEZ RUANO
VICERRECTOR DE INTEGRACIÓN UNIVERSITARIA:	P. JULIO ENRIQUE MOREIRA CHAVARRÍA, S. J.
VICERRECTOR ADMINISTRATIVO:	LIC. ARIEL RIVERA IRÍAS
SECRETARIA GENERAL:	LIC. FABIOLA DE LA LUZ PADILLA BELTRANENA DE LORENZANA

AUTORIDADES DE LA FACULTAD DE HUMANIDADES

DECANO:	MGTR. HÉCTOR ANTONIO ESTRELLA LÓPEZ, S. J.
VICEDECANO:	DR. JUAN PABLO ESCOBAR GALO
SECRETARIA:	LIC. ANA ISABEL LUCAS CORADO DE MARTÍNEZ

NOMBRE DEL ASESOR DE TRABAJO DE GRADUACIÓN

MGTR. ERICK JAVIER AGUILAR ALVARADO

REVISOR QUE PRACTICÓ LA EVALUACIÓN

MGTR. OTILIA AIDA BOJ GARCÍA DE ALVARADO

AUTORIDADES DEL CAMPUS DE QUETZALTENANGO

DIRECTOR DE CAMPUS:	P. MYNOR RODOLFO PINTO SOLIS, S.J.
SUBDIRECTORA ACADÉMICA:	MGTR. NIVIA DEL ROSARIO CALDERÓN
SUBDIRECTORA DE INTEGRACIÓN UNIVERSITARIA:	MGTR. MAGALY MARIA SAENZ GUTIERREZ
SUBDIRECTOR ADMINISTRATIVO:	MGTR. ALBERTO AXT RODRÍGUEZ
SUBDIRECTOR DE GESTIÓN GENERAL:	MGTR. CÉSAR RICARDO BARRERA LÓPEZ

Quetzaltenango, 12 de junio de 2018

Ingeniera
Nivia Calderón de León
Subdirectora Académica
Campus de Quetzaltenango
Universidad Rafael Landívar

Estimado ingeniera Calderón:

Es un gusto poder saludarla, deseándole éxitos en sus labores diarias al frente de esta casa de estudios.

Por este medio dirijo a usted para informarle que, según oficio No. 0027-2017-evlv, de fecha 10 de julio de 2017, fui nombrado asesor de la Tesis titulada: **"GEOGEBRA Y SU INCIDENCIA EN EL APRENDIZAJE DEL TEOREMA DE PITÁGORAS (Estudio a realizarse con estudiantes de Tercero Básico, del Instituto Mixto de Educación Básica por Cooperativa, del municipio de Santa Catarina Ixtahuacán, del departamento de Sololá)"** del estudiante MIGUEL ANGEL GUACHIAC Y GUACHIAC carné No. 1555112, de la Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática y Física.

Por lo anterior y luego concluido el trabajo de asesoría, considero que el trabajo llena los requisitos exigidos por la Facultad de Humanidades para la elaboración de investigaciones, por lo que a mi consideración puede continuar con los trámites respectivos para su aprobación y publicación.

Sin otro particular, agradeciendo su atención, quedo de usted.

Atentamente,

Mst. Erick Javier Aguilar
Asesor
Código de catedrático 16241

Universidad Rafael Landívar
Tradición Jesuita en Guatemala

FACULTAD DE HUMANIDADES
No. 052745-2018

Orden de Impresión

De acuerdo a la aprobación de la Evaluación del Trabajo de Graduación en la variante Tesis de Grado del estudiante MIGUEL ANGEL GUACHIAC Y GUACHIAC, Carnet 15551-12 en la carrera LICENCIATURA EN LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA, del Campus de Quetzaltenango, que consta en el Acta No. 051911-2018 de fecha 11 de julio de 2018, se autoriza la impresión digital del trabajo titulado:

GEOGEBRA Y SU INCIDENCIA EN EL APRENDIZAJE DEL TEOREMA DE PITÁGORAS
(Estudio realizado con estudiantes de tercero básico del Instituto Mixto de Educación Básica por Cooperativa, del municipio de Santa Catarina Ixtahuacán, del departamento de Sololá)

Previo a conferírsele título y grado académico de LICENCIADO EN LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA.

Dado en la ciudad de Guatemala de la Asunción, a los 6 días del mes de septiembre del año 2018.

Universidad Rafael Landívar
Tradición Jesuita en Guatemala
Facultad de Humanidades
Secretaría de Facultad

LIC. ANA ISABEL LUCAS CORADO DE MARTÍNEZ, SECRETARIA
HUMANIDADES
Universidad Rafael Landívar

Este trabajo está dedicado a mi hermano Diego Guachiac Y Guachiac (QEPD) mi mayor inspiración.

Índice

Resumen

La importancia que supone las Nuevas Tecnologías de la Información y Comunicación en educación son cada vez más relevantes. Por ello, el docente debe procurar una enseñanza de acuerdo al contexto de la actualidad; esto quiere decir, que se debe aspirar a dar una educación acorde con los tiempos que se vive, los medios han de formar parte de ello. Por tal motivo, se implementó el software GeoGebra para la enseñanza del teorema de Pitágoras.

El diseño de la presente investigación fue pre experimental y se realizó con 40 estudiantes de tercero básico del instituto mixto de educación básica del municipio de Santa Catarina Ixtahuacán del departamento de Sololá. El objetivo de la investigación fue determinar la incidencia del software GeoGebra en el aprendizaje del Teorema de Pitágoras.

Posterior a la aplicación del software GeoGebra como metodología de enseñanza, se pudo comprobar en referencia a los resultados del post test la incidencia del software GeoGebra en el aprendizaje del Teorema de Pitágoras.

Se concluye que la aplicación del software GeoGebra como método de enseñanza es bastante significativa, ya que los estudiantes demostraron interés por aprender el Teorema de Pitágoras; en ese sentido, en el aula se creó un ambiente de dinamismo, creatividad, visualización, construcción, motivación y otros aspectos referidos a las demostraciones del Teorema de Pitágoras.

I. INTRODUCCIÓN

En la actualidad, todos los ámbitos de la sociedad van encaminándose de una manera acelerada, en parte, como consecuencia de la era digital, por tanto, es necesario que el ser humano se adapte a esos cambios. Principalmente el docente tiene que estar al ritmo de los estudiantes que están inmersos en ese mundo de la tecnología. El docente no debe soslayar ante las nuevas tecnologías, es decir, que no sea una persona analfabeta en el campo de las tecnologías. En ese sentido, los docentes deben abrirse al mundo de los estudiantes que están inmersos en las tecnologías de la información y comunicación.

En una época, la impartición de las clases en las aulas ya no corresponde con los modelos empleados en décadas pasadas. Esto a consecuencia de que los estudiantes son nativos digitales, es decir, personas que han crecido inmersos en la tecnología y el docente es considerado inmigrante digital, ya que ha hecho todo lo posible en adaptarse a las tecnologías. Los estudiantes ya no se sienten motivados con un modelo de educación magistral, ellos se sienten mejor cuando la clase es de manera dinámica, entretenida, diferente e innovadora.

Por tanto, esta investigación está proyectada a lograr esa innovación en educación. En este sentido, se trató de presentar la matemática de forma dinámica, concretamente el famoso Teorema de Pitágoras, que muchas veces los estudiantes no visualizan su importancia en la vida cotidiana.

En definitiva, la investigación que se llevó a cabo, denominado: GeoGebra y su incidencia en el aprendizaje del Teorema de Pitágoras, tuvo como finalidad beneficiar, tanto a docentes como discentes ya que crea un ambiente de dinamismo en donde los dos son actores, es decir, el docente deja de ser predominante y pasa a ser mediador de los procesos del conocimiento. La estrategia de este software es dinámica ya que permite la visualización, construcción, manipulación y razonamiento de los conceptos del Teorema de Pitágoras; por lo cual, la implementación de esta estrategia coadyuva a la enseñanza de los procesos cognitivos de la matemática.

A continuación, se sustenta el trabajo con el aporte de algunos autores que guardan relación con el tema de investigación.

Castellanos (2010) en el estudio de tipo cualitativo titulado: Visualización y razonamiento en las construcciones geométricas utilizando GeoGebra dirigida a estudiantes de la Escuela Normal Mixta “Pedro Nufio”, con una población a nivel de secciones de segundo de magisterio conformadas por las secciones 8 al 14; de los cuales, se seleccionó a los grupos 13 y 14. Señala que, a nivel de estudiantes, la población total fueron los 45 estudiantes del grupo 13 y 14, a los cuales se les aplicó el diagnóstico. De esta manera, la muestra fueron doce estudiantes de segundo de magisterio: seis estudiantes del grupo 13 y seis estudiantes del grupo 14. La forma de selección de muestra fue equitativa, ya que se escogió tanto a estudiantes con buen rendimiento como a estudiantes que presentaban deficiencias en geometría. Agrega que, para no afectar el desarrollo de las clases, a los doce estudiantes se les aplicó el taller en jornadas extraescolares.

El objetivo fundamental de la investigación fue explorar las habilidades en el desarrollo de la visualización y el razonamiento en las construcciones geométricas con el uso de GeoGebra, además, tenía como objetivos específicos, el identificar en los estudiantes las habilidades visuales y explorar cómo utilizan el razonamiento geométrico. Por otra parte, los instrumentos utilizados para recabar la información fueron guías de trabajo y guías de laboratorio.

En conclusión, refiere que la utilización del software GeoGebra presenta distintas potencialidades que favorecen el proceso de enseñanza y aprendizaje, debido a que los estudiantes pueden realizar varias construcciones geométricas en tan poco tiempo. Consecuente a esto, recomienda que se debe promover la visualización en los estudiantes a través de guías atractivas en donde se vea una matemática dinámica, ya que genera habilidades que conducen a hacer diferentes representaciones geométricas.

Por su parte, Costa (2011) en la tesis titulada: Plataforma de matematización en un entorno GeoGebra dentro de un planteamiento didáctico “desde abajo hacia arriba”, publicado en Enseñanza de las ciencias, 29(1), 101-114. El trabajo forma parte de una investigación que analiza un enfoque didáctico innovador para la enseñanza de la geometría analítica en el primer curso de bachillerato y que en uno de sus objetivos fue comparar estrategias de resolución de actividades en el entorno GeoGebra con estrategias de resolución de actividades convencionales similares realizadas con lápiz y papel. El planteamiento didáctico del trabajo consistió en una secuencia que se inicia con actividades que inducen la matematización en los alumnos, en el entorno del software GeoGebra, y que se completa con una posterior formalización de los contenidos. El análisis de la matematización que realizan los alumnos tiene una importancia central en la investigación. El estudio también analiza las valoraciones subjetivas de los alumnos sobre la realización de las actividades con GeoGebra. Estos análisis permiten constatar que, en comparación con una metodología tradicional, mejora el rendimiento en la matematización a la vez que aumenta la autoconciencia y la motivación de los alumnos en el proceso de aprendizaje.

Mientras tanto, García (2011) en el estudio de tipo cuantitativo titulado: Evolución de actitudes y competencias matemáticas en estudiantes de secundaria al introducir GeoGebra en el aula, entre sus objetivos fueron diseñar, poner en práctica y evaluar una secuencia de enseñanza-aprendizaje basada en el uso de software GeoGebra; y analizar las transformaciones que la puesta en práctica de dicha secuencia provoca en las actitudes relacionadas con la matemática en alumnado de secundaria. Realizó una secuencia didáctica de enseñanza-aprendizaje que fueron diseñadas para ser implementadas en el aula de un modo colaborativo, en el que parejas de estudiantes trabajasen de forma autónoma en la resolución de problemas contextualizados, en primer lugar, con lápiz y papel, y después con GeoGebra. La población fue de dos grupos de estudiantes de 3º de ESO; la muestra fue intencional de 12 estudiantes (seis estudiantes de cada grupo) para realizar un estudio de casos más detallado. En el estudio se concluye que la herramienta resultó de utilidad tanto para mejorar las actitudes hacia la matemática como las actitudes matemáticas de los estudiantes. Asimismo, GeoGebra resultó muy potente para el desarrollo de las competencias más relacionadas con procesos de visualización. Ello contribuyó a que representar, junto con uso de Herramientas Tecnológicas y Recursos, fueran las dos competencias en las que los estudiantes obtuvieron los mejores resultados desde el inicio de la experiencia con el software. Este diseño, entre sus aportaciones puede considerarse como secuencia de enseñanza-aprendizaje o unidad didáctica para ser llevada al aula. Dicha secuencia puede ser implementada directamente por otros profesores en sus aulas o servirles de modelo para el diseño de otras secuencias que les sean de interés.

También se consultó a Maldonado (2013) en el estudio de tipo cuantitativo titulado: Enseñanza de las simetrías con el uso de GeoGebra según el modelo de Van Hiele, cuyo objetivo fue establecer relación entre el aprendizaje de las simetrías y el uso de guías de aprendizaje que integra el modelo de Van Hiele. Se apoyó en cuestionarios con pruebas parciales y finales, estos instrumentos fueron construidos con base en ejercicios de simetría liberados por las pruebas SIMCE. La muestra fue compuesta por estudiantes de tres cursos de primero medio cuyas edades oscilan entre los 14 y 15 años de edad. Concluyó que el uso del software GeoGebra y la manipulación de *applets* potencian en esta situación experimental, y su recomendación es que surjan nuevas propuestas para la enseñanza de otros objetos geométricos y se potencie el uso de las tecnologías con un modelo de razonamiento.

En la misma línea de investigación, Tamayo (2013) en la tesis publicada por la revista digital, Apertura, titulado: Implicaciones didácticas de GeoGebra sobre el aprendizaje significativo de los tipos de funciones en estudiantes de secundaria, con una población de 21 estudiantes del grado 11 cuya selección de participantes se hizo con el criterio de conveniencia, y de este grupo se escogieron dos estudiantes identificados como unidades de análisis. El objetivo de la investigación cualitativa fue la comprensión de una realidad para derivar análisis significativos que orienten otras prácticas educativas con REA (Recursos Educativos Abiertos). Se implementó talleres con el tema de Tipos de funciones, y los instrumentos de recolección de la información fueron la observación participante, diario de campo y la entrevista. En el estudio se concluyó que los REA pueden usarse para complementar o apoyar los temas tratados o mejorar la comprensión de los que son muy abstractos; sirven como apoyo a la enseñanza por sus estímulos visuales y por la interactividad y la creatividad que promueven.; permiten llevar a cabo clases menos áridas y aplicar conceptos a la práctica. Una potencialidad ineludible del GeoGebra es que los estudiantes pueden explorar funciones complejas de una manera interactiva, con eficiencia y precisión.

En referencia al Teorema de Pitágoras, se tiene los siguientes antecedentes:

Barreto (2009) en el artículo titulado: Otras deducciones o extensiones del Teorema de Pitágoras a lo largo de la historia como recurso didáctico, de la revista digital Números, volumen 70 del mes de abril, expone unas extensiones del Teorema de Pitágoras en su representación geométrica, tomó en consideración el área de las figuras geométricas que están sobre los lados de un triángulo rectángulo y de esa manera ver que se cumple la relación pitagórica para cualquier tipo de figuras que cumplan cierta condición. En concreto, en estas extensiones se utilizó las cuadraturas del rectángulo o del triángulo, como por ejemplo para el triángulo equilátero y luego para los semicírculos o las lúnulas, para lo cual cuadratura es lo mismo que decir área. Como resultado concluye que la generalización o extensión del Teorema de Pitágoras, los estudiantes aprenden a cuadrar triángulos equiláteros con regla y compás (tal y como lo hacían los propios griegos según la historia) para aplicar la teoría dada en la cuadratura de un rectángulo o en la cuadratura de un triángulo de los Elementos de Euclides.

Por su parte, Haldane (2011) en el estudio de tipo cuantitativo titulado: El Teorema de Pitágoras, construcción de algunos recursos didácticos, expone el desarrollo histórico del Teorema de Pitágoras desde los babilonios hasta los griegos, algunas de sus demostraciones a lo largo de la historia desde Pitágoras a la actualidad, una aplicación del Teorema de Pitágoras en la Teoría de matrices y una propuesta para el desarrollo del mismo en los grados de sexto a noveno de educación básica secundaria. Por tanto, se realiza un archivo web con *gifs* animados, algunas rutinas implementadas bajo el software Visual Basic, y un documento de Guías para recortar y pegar donde se observa la relación existente entre los lados del triángulo rectángulo, con el fin de facilitar los procesos de enseñanza, aprendizaje y comprensión del Teorema de Pitágoras. Concluye que es tarea de los educadores de matemática propender por el mejoramiento de los procesos, así facilitar la adquisición de conocimientos a partir de formas sencillas y armónicas y que se preocupen por la didáctica de temas tan áridos como lo son los diferentes teoremas de la geometría elemental, con el fin de llevarlos a los escenarios educativos actuales de forma lúdica y atractiva. Por tanto, recomienda a educadores utilizar herramientas que se encuentran en el entorno y evitar en lo posible el método tradicional, para darle espacio a las más funcionales para así enriquecer la mente de los estudiantes.

Asimismo, Osorio (2011) en el estudio de tipo cualitativo titulado: Representaciones semióticas en el aprendizaje del Teorema de Pitágoras, refiere que el objetivo general de la investigación era reconocer las actividades cognitivas (de tratamiento y conversión) realizan los estudiantes en el aprendizaje del Teorema de Pitágoras. El estudio fue dirigido a un grupo natural de estudiantes, con edades que oscilan entre 11 y 13 años de edad, que cursan grado séptimo de la Institución Educativa Santo Domingo Savio del municipio de Balboa departamento de Risaralda. La muestra fue de nueve estudiantes. Respecto a los instrumentos de recolección de la información, fue en base a una unidad didáctica, para lo cual, en primeras instancias se aplicó un cuestionario abierto (la indagación de ideas previas) y en segundo momento, se llevó a cabo la observación, donde se realizó un registro fotográfico y fílmico de cada clase. Además de eso, se tomaron en cuenta los talleres y el auto informe incorporado en el mismo instrumento. Entre las conclusiones, refiere que el comprender las actividades cognitivas (de tratamiento y conversión) que realizan los estudiantes en el aprendizaje de objetos matemáticos como el Teorema de Pitágoras permitió visualizar el proceso de aprendizaje que realizaron los estudiantes y del tipo de dificultades que presentaron con el uso de diferentes registros semióticos. Señala que hay que tomar en cuenta que la matemática en general, están dadas en un contexto de representación de objetos no tangibles, por tanto, recomienda que se continúe con la investigación en el campo de las representaciones semióticas, ya que permiten el acceso a los objetos matemáticos.

Mientras tanto, Vargas y Gamboa (2013) en el estudio titulado: La enseñanza del Teorema de Pitágoras: una experiencia en el aula con el uso del GeoGebra, según el modelo de Van Hiele, publicado en la revista Uniciencia vol. 27, No. 1, exponen los resultados de una experiencia llevada a cabo con estudiantes de secundaria, respecto al tema del Teorema de Pitágoras y su recíproco, apoyado con el uso del GeoGebra y en el modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele. El estudio fue de tipo cualitativo, se comparó el nivel de razonamiento de estos estudiantes con aquellos que trabajaron desde el enfoque tradicional. Como resultado, concluyen que el grupo que desarrolló las actividades apoyadas por el GeoGebra se sintieron más motivados a estudiar matemática, en especial, geometría, que aquellos que lo hicieron con el enfoque tradicional. Asimismo, señalan que el uso de Geometría contribuye a motivar al estudiante, además de que representa una forma nueva y atractiva de estudiar geometría sacándolos de la rutina del aula. Pero, sobre todo, estos estudiantes tuvieron la oportunidad de analizar varias representaciones del problema, lo que les permitió tener un punto de vista más amplio que aquellos que usaron lápiz y papel.

También se consultó a Hernández (2014) en el estudio de tipo cuantitativo titulado: Metodología participativa y su incidencia en el aprendizaje del Teorema de Pitágoras, para estudiantes del Instituto Nacional Mixto Nocturno de Educación Básica, cuyo objetivo fue determinar la incidencia de la metodología participativa en el aprendizaje del Teorema de Pitágoras. Realizó un cuestionario con pruebas parciales y finales, con una muestra intencional o de conveniencia de 38 estudiantes de segundo básico, sección "A", comprendida entre las edades de 13 a 17 años de edad que en su totalidad son residentes del área rural. Concluye que la aplicación de la metodología participativa contribuye al aprendizaje del Teorema de Pitágoras, ya que su propósito fue buscar la participación del estudiante en su formación y aprender de manera dinámica, creativa, activa, multidireccional y democrática que no inhibe su potencial crítico. En consecuencia, recomienda a los docentes que se involucren en actividades de actualización y la implementación de nuevas formas de enseñanza de la matemática, puesto que de esta forma se logra obtener resultados significativos para el estudiante.

1.1. GeoGebra

1.1.1. Las tecnologías de la información y comunicación

La incorporación de las nuevas tecnologías en la sociedad generó grandes cambios, del mismo modo, la incorporación de estas tecnologías en el aula genera un gran cambio de paradigma en la enseñanza. Ese cambio afecta considerablemente las ciencias exactas, en concreto, la forma de enseñanza y aprendizaje.

Como señala Salinas (2008) las Tecnologías de la información y la comunicación (TIC) son un verdadero elemento clave para el desarrollo de la sociedad del conocimiento. Su impacto llegó a alcanzar a todos los sectores de la sociedad, y su influencia no solamente afecta la velocidad con que llega la información, sino, también a la forma como se llegue a procesar la información, la manera en que se aprende, la opción para comunicarse. Asimismo, las TIC proporcionarán la creación de entornos activos, es decir, se inhibirá el aprendizaje memorístico para pasar a un aprendizaje constructivo.

1.1.2. Software

Aranda (2014) define software como el componente lógico y la parte intangible del ordenador que permite interaccionar con el hardware. Agrega que es un conjunto de programas, instrucciones y reglas informáticas que permiten ejecutar distintas tareas en una computadora. En consecuencia, este conjunto de instrucciones forma los programas, que estos a su vez, están organizados y estructurados para realizar tareas. Por tanto, las instrucciones son las que van a determinar cómo funciona el hardware.

El software abarca todo tipo de aplicaciones que van desde pequeños programas para realizar pequeñas tareas como una calculadora, software para gestión de documentos, software para ver imágenes, entre otros; pero a su vez, hasta complejas aplicaciones como software para la gestión de contabilidad, sistemas operativos, telecomunicaciones, entre otros.

1.1.3. Clasificación de software

Aranda (2014) señala que generalmente hay dos tipos de software, de las cuales se mencionan a continuación:

- Software de sistema:

Este tipo de software es el que hace que el usuario pueda interaccionar con el hardware y pueda dar soporte a otros. Este software también es conocido como sistema operativo y es quien soporta el software de aplicación. Sin él no se puede tener una plataforma donde instalar las aplicaciones. Sus principales funciones son gestionar el hardware, proporcionar una interfaz al usuario, dar soporte; gestionar el software de aplicaciones, gestionar y administrar los archivos en unidades de memoria. En definitiva, el sistema operativo hace que todos los programas de la computadora trabajen correctamente.

- Software de aplicación:

Es el que permite al usuario una tarea específica.

1.1.4. Clasificación del software de aplicación por su funcionamiento

En cuanto a software de aplicación, existe una variedad de tipos que facilita el trabajo, y de acuerdo a su uso pueden clasificarse en software educativo, software empresarial, software para control de sistemas o industrial, software de telecomunicaciones, software de entretenimiento, software médico. En cuanto a los intereses de esta investigación, se definen los siguientes:

- Software ofimático: son aplicaciones utilizadas para gestionar archivos y documentos. Concretamente Microsoft Office,
- Software educativo: es el software utilizado como medio de aprendizaje en el sector educativo. Este software se caracteriza por su alta interacción con los usuarios. En ellos se suelen emplear recursos multimedia como videos, imágenes, sonidos, ejercicios interactivos, juegos, entre otros.

Entre las ventajas que presenta el software educativo están:

- Permite crear aprendizajes dinámicos mediante la interacción con los estudiantes,
- Gestiona las actividades que proponen los docentes,
- Personaliza el trabajo del estudiante. Esto permite adaptarse al estudiante en ritmo de trabajo y conocimientos,
- Software de fácil uso, no se debe tener mucha formación informática para su utilización, aunque cada programa tiene sus estructuras y reglas,
- Flexibilidad de acceso. Se puede acceder en cualquier lugar y momento.

En seguimiento con el software educativo, se pueden encontrar muchos tipos de clasificaciones, aunque las más usadas, según funciones, podrían ser los siguientes:

- Software de ejercitación: usado para practicar conceptos o habilidades ya adquiridos anteriormente. El sistema consiste en pregunta-respuesta. Su objetivo es el aprendizaje mediante la práctica y repetición de ejercicios. Se suele presentar al estudiante una gran cantidad de problemas y preguntas,
- Software de tutorial: diseñado en forma de tutoriales que permite enseñar nuevos conocimientos, normalmente mediante una secuencia de información y actividades. Su

objetivo es guiar al estudiante a través del aprendizaje mediante la información, actividades, respuestas y evaluaciones,

- Software de simulación: es un software que permite poner al estudiante en diferentes situaciones reales. El estudiante puede interactuar con el programa al tomar decisiones y evaluar los resultados,
- Software de juegos instructivos: son programas que permiten captar la atención de los alumnos y producir una motivación en el aprendizaje mediante juegos,
- Software constructivo o micromundos: se trata de una recreación de mundos virtuales en los cuales, el usuario dispondrá de una serie de herramientas y un tiempo en concreto, en el cual tendrá que solucionar problemas presentados por el ordenador. El usuario debe resolver un problema de distinto ámbito, como por ejemplo de matemática, física, química, biología, y otros,
- Software de cálculo: es el software de la rama de la matemática para diseño de algoritmos, comprobación de fórmulas, simular fórmulas o procesos, y otros. Este software permite analizar, comprobar e investigar distintos tópicos matemáticos de una forma más enriquecedora y eficaz. Esta clase de software permite ejecutar desde unas operaciones sencillas como una calculadora, hasta realizar y representar funciones, ejecutar comandos de cálculo simbólico y trabajar con límites de las funciones. Este tipo de software ayuda a trabajar en distintas aplicaciones físicas o de ingeniería como el trabajo con matrices o vectores.

1.1.5. Clasificación de software de aplicación por su licencia de uso

- Software privativo: es el software no libre y se refiere a cualquier software cerrado en el que los usuarios tienen limitado su uso, modificación y distribución, y cuyo código fuente es inaccesible para el usuario. Para adquirir la licencia de uso, antes hay que pagar y es el que tiene los derechos de autor el que impone las condiciones de uso,
- Software shareware: tipo de software que el propietario quiere dar a conocer, permite que sea utilizado de forma gratuita por todo aquel que quiera usarlo con la condición de un tiempo limitado o con funciones limitadas. Este tipo de software también es conocido como software evaluación,

- Software freeware: software que se distribuye gratis y por tiempo ilimitado,
- Software de dominio público: es el que no tiene derecho de autor. El código fuente de versiones modificadas puede no estar disponible, aunque sí lo esté disponible el ejecutable del programa,
- Software libre: Ammann, Bifano, Cicala, González, Lupinacci (2012) señalan que el software libre se basa en una filosofía altruista, es decir, los programas se elaboran para compartirlos, consecuente a eso, aporta a formar en valores a trabajar desde la educación. Además, la idea libre incluye la posibilidad en que cualquier usuario pueda proponer modificaciones fundamentadas técnicamente que mejoren su utilización. Esto, que es una virtud del programa, lleva como contrapartida que, durante el trabajo en clase, en algunas ocasiones la persona se encuentre con versiones diferentes.

Por su parte, Aranda (2014) señala que el software libre es aquella en que se le permite al usuario, usar, copiar, distribuir y modificar libremente; debido a eso, el código fuente esta siempre disponible. Le entidad que promueve el uso y desarrollo de este software es la FSF (Free Software Fundation). La FSF contempla este tipo de software sin un fin lucrativo. Pero hay que tener en cuenta que en ocasiones, el software libre no significa que sea gratis, ya que puede haber sido adquirido mediante pago o no, sino que tiene libertad para su uso, modificación y distribución.

En cuanto a Valverde (2009) refiere que el software libre es distribuido con su código fuente, lo que permite a cualquiera con los conocimientos suficientes, leerlo, estudiarlo y modificarlo. La idea básica entonces es de una comunidad de participantes que comparten experiencias, conocimiento y código fuente en el que cada participante aporta lo que quiere y puede. Es cierto que no basta con que los contenidos educativos sean accesibles. Es, sobre todo, la creación de una comunidad de programadores y usuarios que construyen y mejoran, día a día las aplicaciones informáticas que diseñan y utilizan.

Avalos (2016) señala que, dentro de las características de un software libre, es una tecnología más humanizada, sumado a la seguridad que dan sus sistemas, en los que no hay virus ni programas malévolos, hacen del software una excelente herramienta pedagógica.

1.1.6. Instalación de un software

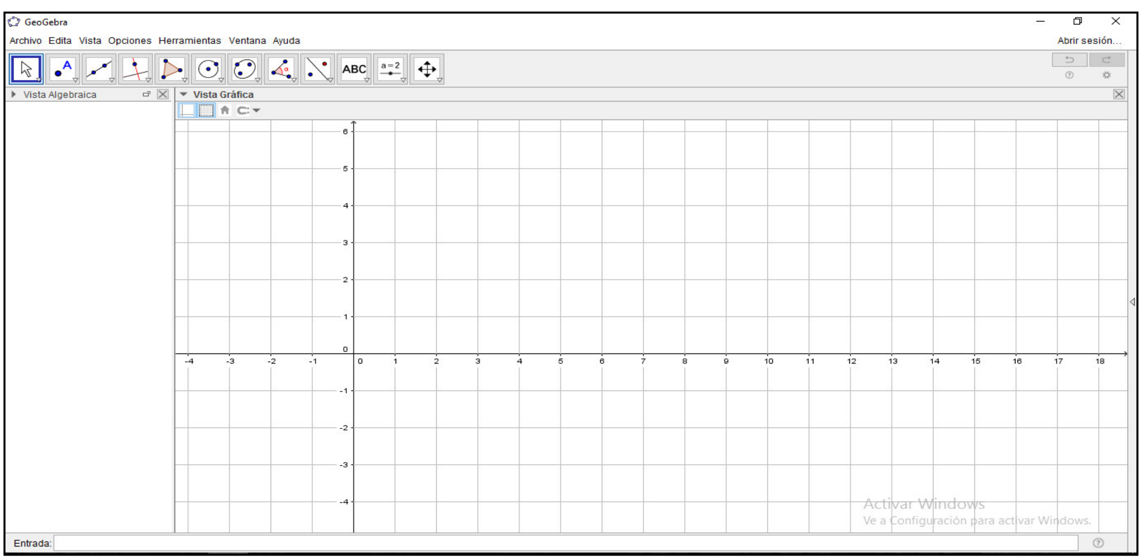
Aranda (2014) señala que a la hora de instalar un software, el administrador debe tener en cuenta muchos aspectos. Lo primero que debe hacer es seguir las políticas de la empresa respecto al software. Una política de una empresa es un conjunto de normas y directrices establecidas por la dirección de la empresa para el correcto funcionamiento de la organización. Con esto se quiere decir que cuando se instala una aplicación, lo primero que se debe comprobar es la licencia de uso, es decir, un contrato entre el propietario del software y el usuario que utilizará el software, esto para definir las condiciones que aplicarán con respecto a ese software, como la cesión, la distribución, la reinstalación, condiciones de pago, garantías, entre otros.

1.1.7. Definición de GeoGebra

De acuerdo a las consideraciones anteriores, se puede señalar que GeoGebra es un software educativo que entra en la clasificación de software de simulación. Avalos (2016) define que GeoGebra es un software que permite aplicar varios conceptos de matemática de forma interactiva. En este sentido, es un constructor geométrico múltiple plataforma, ya que las representaciones matemáticas están disponibles con vista gráfica, algebraica y de hoja de cálculo.

Figura. No. 1.

Ventana de inicio de GeoGebra



Fuente. Software GeoGebra (2014)

Además, GeoGebra permite realizar varios tipos de rectas, dibujar polígonos y circunferencias, realizar diferentes problemas matemáticos, entre muchos otros. Al ser un software interactivo de matemática, permite trabajar integral y dinámicamente la geometría, álgebra y cálculo. Con todas esas ventajas de la representación de la matemática, es importante reconocer a su inventor Markus Hohenwarter junto a un equipo internacional de desarrolladores, que su propósito es para la enseñanza de matemática en ámbitos escolares.

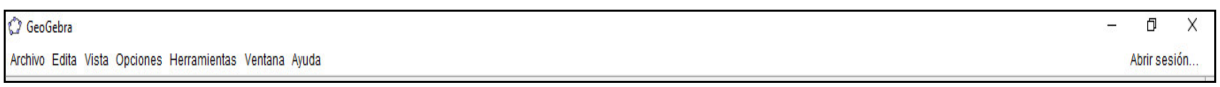
1.1.8. Componentes principales de GeoGebra

A continuación, se presenta la función de las diferentes componentes que tiene el software GeoGebra:

A. Barra de menú: se encuentra en la parte superior de la ventana del software. Al hacer clic sobre cada comando, despliega varias opciones que servirán para realizar modificaciones a la gráfica.

Figura. No. 2.

Barra de menú

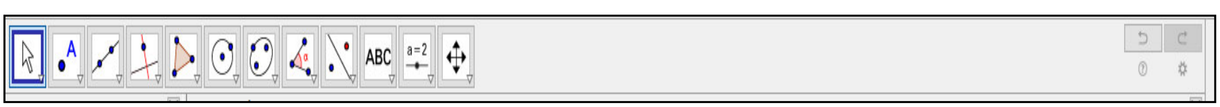


Fuente. Software GeoGebra (2014)

B. Barra de herramientas: se encuentra en la parte superior de la ventana GeoGebra, específicamente debajo de la barra de menú. Mediante los comandos, se accede a varias opciones para la creación y modificación del objeto matemático que se realiza.

Figura. No. 3.

Barra de herramientas



Fuente. Software GeoGebra (2014)

C. Barra de entrada: se accede a ella en la parte inferior izquierda del software. En esta barra se puede introducir diferentes valores, ya sean coordenadas, ecuaciones, operaciones y comandos que producen bosquejos en la ventana de gráfica. Además, los datos son transmitidos en vista algebraica

Figura. No. 4.

Barra de entrada

Fuente. Software GeoGebra (2014)

1.1.9. Vista múltiple de los objetos matemáticos

GeoGebra ofrece tres perspectivas diferentes de cada objeto matemático, según Avalos (2016) esta múltiple plataforma permite apreciar los objetos matemáticos en tres representaciones: gráfica (como en el caso de puntos, funciones, polígonos, circunferencias, ángulos), algebraica (coordenadas de puntos, ecuaciones), y en celdas de una hoja de cálculo. Cada representación del mismo objeto se vincula de forma dinámica a las demás, de una manera automática y recíproca que asimila los cambios producidos en cualquiera de ellas, sin importar cual fuera la que lo crea originalmente.

A. Vista gráfica:

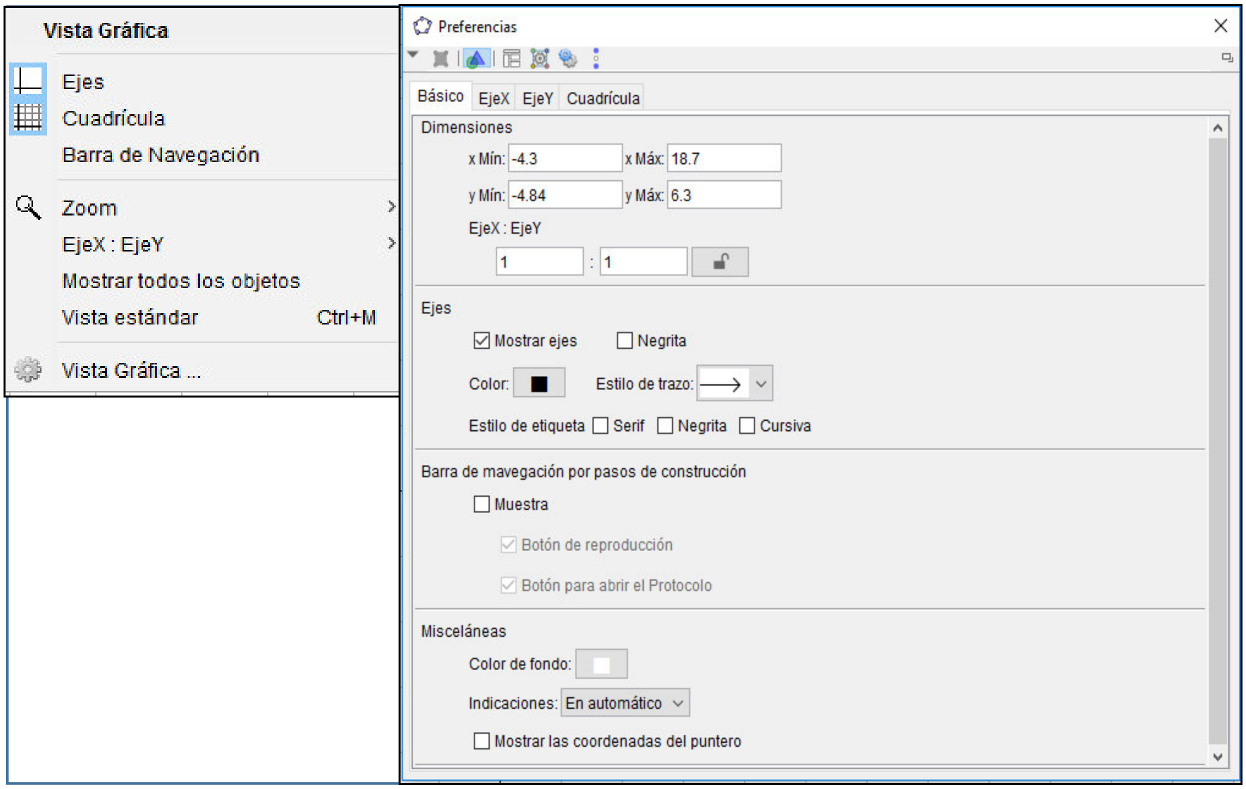
Todo objeto creado en la vista gráfica, tiene también su correspondiente representación en la vista algebraica. Es decir, cuando se manipulan los objetos en la vista gráfica, automáticamente se modifican los datos en la vista algebraica. La vista gráfica permite observar diversos gráficos de figuras geométricas y funciones cuando se utilizan las herramientas de construcción disponibles en la barra de herramientas o realizar construcciones geométricas al emplear comandos específicos que se introducen en la barra de entrada.

- Personalizar los ejes de coordenadas y la cuadrícula:

Hay que tener en cuenta que es posible personalizar los ejes de coordenadas y la cuadrícula en la vista gráfica de GeoGebra. Para eso, basta con realizar clic derecho sobre el fondo de la vista gráfica y a continuación aparecerá una ventana con varias opciones de personalización.

Figura. No. 5.

Personalización de la Vista gráfica de GeoGebra



Fuente. Software GeoGebra (2014)

B. Vista algebraica:

En GeoGebra se presenta una barra de entrada en donde se pueden ingresar expresiones algebraicas. En ese sentido, cuando ya se tienen los datos ingresados en la barra de entrada, al confirmarlas, automáticamente despliega el objeto matemático en la vista gráfica; pero, también aparecerán los valores en la vista algebraica.

C. Hoja de cálculo:

En las celdas de la hoja de cálculo, pueden ingresarse tanto números como cualquier otro tipo de objeto matemático que trata GeoGebra, sean estas como las funciones, coordenadas, comandos, entre otros. Estos datos ingresados en las celdas, aparecerá su correspondiente representación en la vista gráfica. Por tanto, se puede señalar que toda celda de la hoja de cálculo de GeoGebra tiene una denominación específica que permite dirigirse a cada una en las celdas de una hoja de cálculo, y en ellas pueden ingresarse tanto, números como cualquier otro tipo de objeto tratado por GeoGebra.

1.1.10. GeoGebra como herramienta de presentación

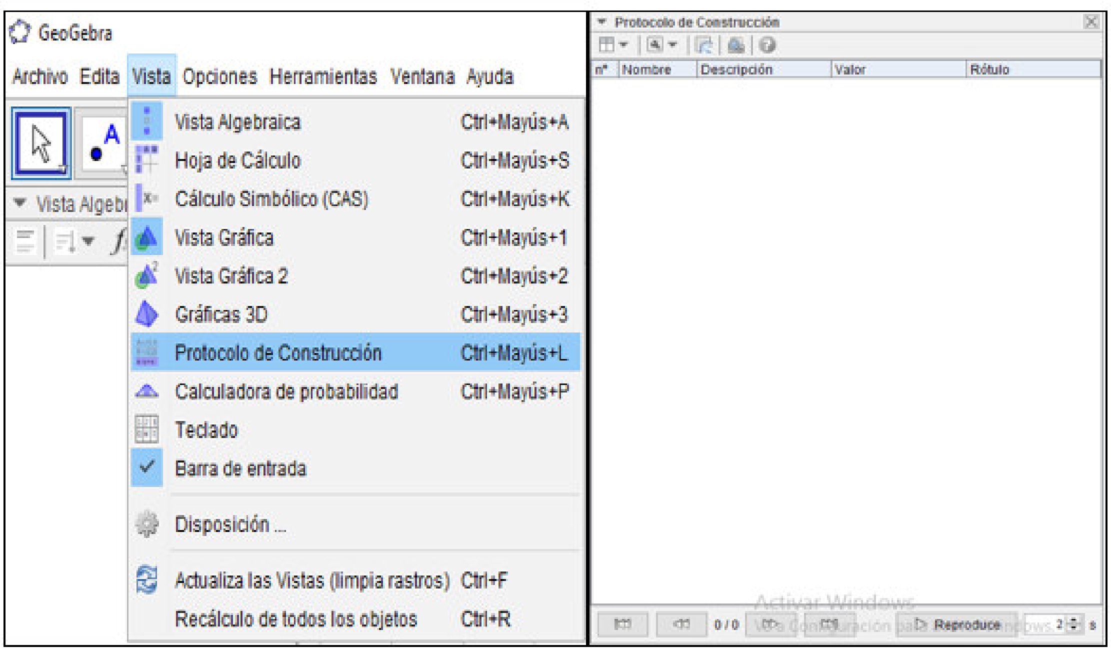
Avalos (2016) señala que en GeoGebra es posible realizar presentaciones. Por lo cual, es indudable la gran herramienta didáctica que puede llegar a alcanzar el software GeoGebra, esto según el uso que cada docente le haga y del conocimiento que tenga de ella; por tanto, a continuación, se señalan dos recursos de presentación con que cuenta GeoGebra:

A. Utilizar la barra de navegación:

GeoGebra cuenta con el recurso de realizar una presentación de todos los pasos hechos para la construcción de un objeto o boceto. Para la presentación, es necesario ir al menú de vista y seleccionar la opción Protocolo de construcción. Seguidamente desplegará una ventana en donde se tiene la posibilidad de reproducir la presentación y contar con la opción de determinar la duración de cada paso en la presentación.

Figura. No. 6.

Recurso para presentación al utilizar la barra de navegación



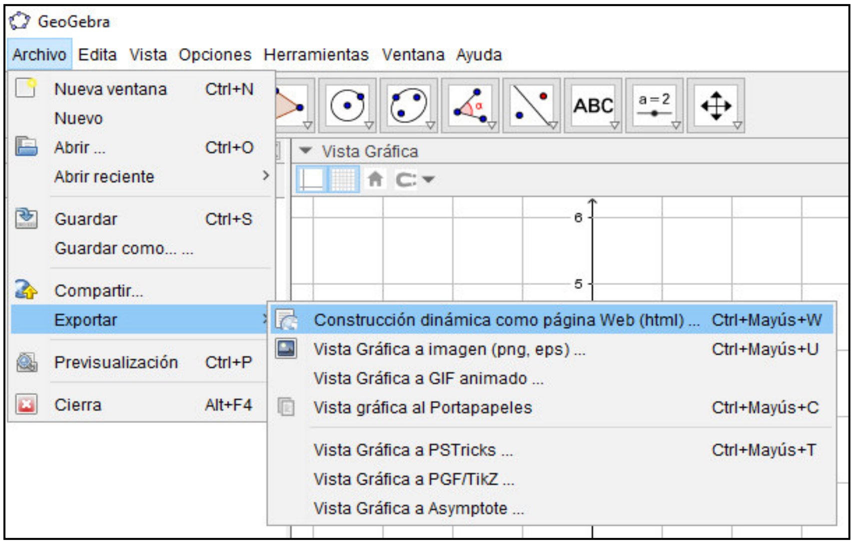
Fuente. Software GeoGebra (2014)

B. Crear páginas web interactivas:

Para crear páginas web interactivas a partir de los archivos realizados en GeoGebra, se puede crear desde el menú archivo, para luego seleccionar el ícono exportar.

Figura. No. 7.

Crear una página web interactiva

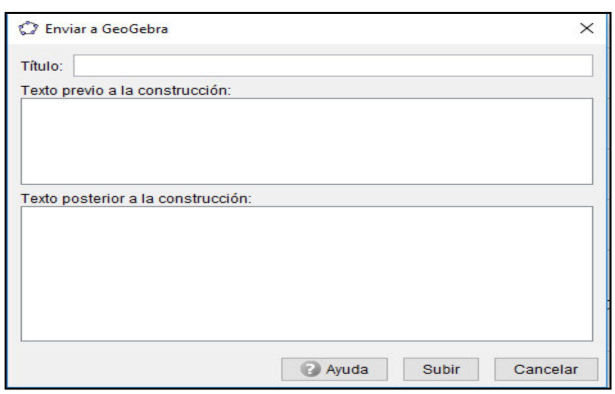


Fuente. Software GeoGebra (2014)

Por consiguiente, despliega varias opciones, para lo cual se elige la opción, Construcción dinámica como página web (html). Se completa el proceso al anotar los datos que pide en la nueva ventana emergente.

Figura. No. 8.

Crear una web interactiva



Fuente. Software GeoGebra (2014)

1.1.11. Desventaja del software GeoGebra

La introducción del software GeoGebra en las aulas, puede generar conflicto de ideas entre los docentes, ya que muchos consideran que puede ser un riesgo, mientras tanto para otros, es una oportunidad. Ammann et al (2012) señalan que, entre los riesgos está limitar la enseñanza a mostrar lo que se ve en la pantalla, los dibujos geométricos, las representaciones graficas de funciones, entre otras.

1.1.12. Ventajas del software GeoGebra

Ferragina (2012) expone que una de las ventajas del uso del software GeoGebra está en proponer situaciones como las construcciones imposibles que ayudan a generar argumentos para la prueba. En ese sentido, es una ayuda para las construcciones que tienden a ser herramienta verdaderamente poderosa, ya que permite visualizar los conceptos matemáticos de forma dinámica, es decir, permite observar el comportamiento de la matemática.

1.2. Aprendizaje del Teorema de Pitágoras

1.2.1. Definición

Ambrose, Bridges, DiPietro, Lovett y Norman (2017) definen aprendizaje como el proceso que lleva a un cambio, que ocurre como resultado de la experiencia e incrementa el potencial de un desempeño mejorado y el futuro aprendizaje. Es decir, que el aprendizaje es todo el proceso y no un producto; un cambio integral ya sean en sus valores, actitudes, conductas, conocimientos, el cual, tiene un impacto duradero en lo que los estudiantes piensan y hacen; y, sobre todo, el aprendizaje no es algo que se les hace a los estudiantes, sino algo que los estudiantes mismos hacen.

Cruz (2009) enuncia que, en el Teorema de Pitágoras, la suma del área de los cuadrados construidos sobre los catetos de un triángulo rectángulo, es igual al área del cuadrado construido sobre la hipotenusa.

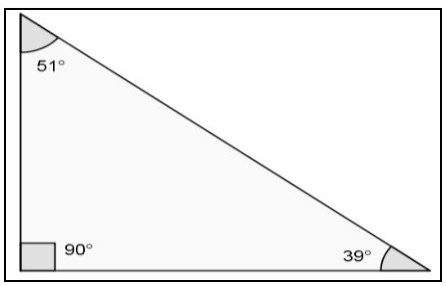
De acuerdo con las definiciones anteriores, se deduce que el aprendizaje del Teorema de Pitágoras es: proceso de cambio de conocimiento, de actitud en los estudiantes cuando demuestren su desempeño en representar y observar que en el Teorema de Pitágoras la suma del área de los cuadrados construidos sobre los catetos de un triángulo rectángulo, es igual al área del cuadrado construido sobre la hipotenusa.

1.2.2. Triángulo rectángulo

Dentro de la clasificación de los triángulos, existe el triángulo rectángulo, el cual tiene una característica en particular: uno de sus ángulos es completamente recto, es decir, que uno de sus ángulos es de 90º ($\pi/2RAD$), por tal razón, la sumatoria de sus 2 ángulos restantes es igual a 90º.

Figura. No. 9.

Triángulo rectángulo



Fuente. Creación propia en GeoGebra (2014)

En el Teorema de Pitágoras, básicamente se utilizan los triángulos rectángulos y los cuadrados. Dentro de las características de un triángulo rectángulo, además de tener solamente un ángulo recto, la suma de sus ángulos internos es siempre 180º.

1.2.3. Pitágoras de Samos

Strathern (2014) refiere que Pitágoras nació aproximadamente en el año 565 a. de Cristo, en la isla de Samos, situada en el Egeo oriental y falleció en el año 490 a. de C. Se dice que era hijo de un acaudalado grabador y comerciante llamado Mnesarco. En la actualidad se puede manifestar que Pitágoras tiene una inmensa fama por el teorema que lleva su nombre, sin embargo, en la antigüedad su fama se debía a otras cosas. Como relata Hoyuelos (2013) Pitágoras era considerado un conocedor del destino del alma luego de la muerte, es decir, enseñaba que el alma inmortal atravesaba una serie de reencarnaciones y decía tener la capacidad de recordar sus vidas pasadas. Su estilo de vida resaltaba una dieta vegetariana y una autodisciplina rigurosa.

Por su parte, Lima (2012) señala que Pitágoras fue un filósofo y matemático griego que había sido condenado al exilio de su natal Samos por su aversión a la tiranía de Polícrates. Hacia el año 530 antes de Cristo se instaló en Crotona, una colonia griega al sur de Italia, donde fundó un movimiento con propósitos religiosos, políticos y filosóficos, conocido como pitagorismo. Asimismo, señala que Pitágoras es considerado el primer matemático de la antigüedad.

Muchos investigadores concuerdan que con Pitágoras nace la matemática formal, es decir, realiza la demostración de sus investigaciones. Pero, en relación al teorema que lleva su nombre hay mucha controversia, ya que pudo haber sido obra de algún discípulo suyo, en cuanto que su academia era de una filosofía cerrada, es decir, todos los conocimientos se mantenían en secreto para las demás personas. Esa controversia se acentúa por lo señalado por Strathern (2014) en que Pitágoras no dejó nada escrito acerca de sus descubrimientos.

1.2.4. Influencias de Pitágoras

Strathern (2014) refiere que Tales de Mileto, Anaximandro (científico-filósofo) y Ferécides (mago-filósofo), este último considerado el inventor de la doctrina metempsicótica, es decir, la transmigración de las almas. Todos ellos tuvieron influencias sobre Pitágoras; pero se puede constatar que ninguno era matemático.

Antes de que Pitágoras fundara su movimiento religioso y descubriera su teorema, realizó muchos viajes, por lo que se delibera que puede ser que sus conocimientos matemáticos los haya adquirido cuando viajó a Egipto, Fenicia, Babilonia, entre otros. En ese sentido, también no se descarta la idea de que el teorema que lleva su nombre lo halla heredado de esas civilizaciones.

1.2.5. Los pitagóricos

Como se había mencionado, Pitágoras funda una secta. En ese movimiento, además de estar movido por la mística y la religión, también funcionaba como una academia en donde se estudiaba filosofía, matemática y ciencias naturales. En ese sentido, como relata Hoyuelos (2013) en la academia se reflejaba el carácter de Pitágoras, ya que en ella se distinguía dos grupos, entre ellos, los matemáticos y los acusmáticos; estos últimos eran simplemente oyentes y específicamente, eran los que cultivaban las prácticas místicas y redentoras de Pitágoras.

Por otro lado, los matemáticos eran los que se encargaban de realizar varias investigaciones, y como señala Lima (2012) entre las amplias investigaciones matemáticas realizadas por los pitagóricos, se encuentran sus estudios sobre los números pares e impares, los números primos y cuadrados, esenciales en la teoría de los números.

Los pitagóricos estaban interesados en investigar la armonía del cosmos. Para los pitagóricos, el número entero era la base de la filosofía que predicaban, "todo es número".

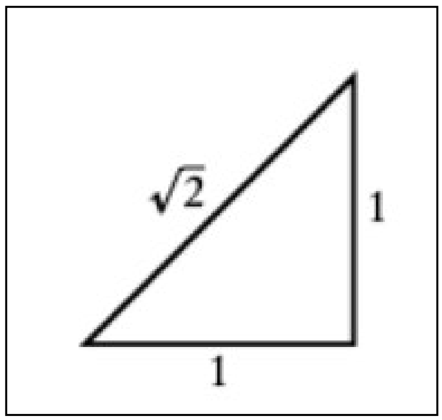
En relación a que, si el famoso teorema fue descubrimiento o demostración de Pitágoras, Strathern (2014) señala que Pitágoras no dejó nada escrito; por tanto, es difícil negar o afirmar su descubrimiento. En consecuencia, sólo queda confiar en los pitagóricos y críticos. Asimismo, dadas las circunstancias de que, en la escuela de Pitágoras, todos los descubrimientos debían estar en secreto, es posible que algunos descubrimientos que se le atribuyen, pudieran ser fruto del trabajo de sus discípulos. Además, los pitagóricos tenían la costumbre de atribuir sus investigaciones a su maestro.

- Hipaso de Metaponto:

Hoyuelos (2013) relata que Hipaso era un discípulo de Pitágoras. Vivió entre los siglos VI y V a. de Cristo. Realizó un descubrimiento que dejó atónitos a sus compañeros, el cual trataba de los números irracionales. En ese descubrimiento, Hipaso exponía que si un triángulo rectángulo tiene de lados a=b=1 y tiene una hipotenusa c=$\sqrt{2}$. Derivado de eso, el problema radicaba en que nadie había podido encontrar un número fraccionario, o racional que al multiplicarlo por sí mismo, diera como resultado 2. Los pitagóricos creían que cualquier magnitud tenía una proporción o razón, pero según Hipaso, la raíz de 2 no la tenía. En ese sentido, Hipaso mostraba a sus compañeros pitagóricos que la simple diagonal de un cuadrado no encajaba en el esquema, de que todo está fundado en números naturales o en fracciones, como solían aclamar los pitagóricos. Está claro que los pitagóricos no les cayó bien el descubrimiento de Hipaso, más aún cuando supieron que se había difundido, y posiblemente le hayan dado muerte; ya que se relata que murió ahogado.

Figura. No. 10.

Triángulo rectángulo con una diagonal con número irracional



Fuente. Hoyuelos (2013)

1.2.6. El Teorema de Pitágoras a través de la historia

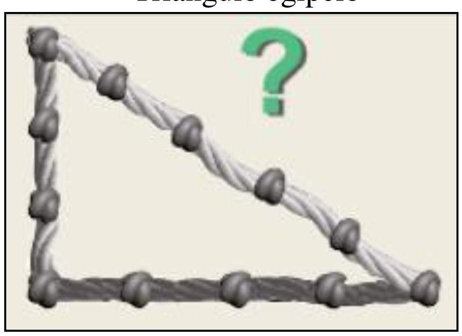
Ruíz (2016) relata que, desde la época de las grandes civilizaciones antiguas de América, Mesopotamia y China, las relaciones entre los lados de triángulos rectángulos ya eran conocidas, pero que su empleo era profusamente en las construcciones. Fueron los griegos quienes descubrieron su relación con las áreas de cuadrados y emplearon la semejanza de figuras para establecer su validez en el caso general mediante el Teorema de Pitágoras.

Ruíz (2016) expone que existen muchas demostraciones del Teorema de Pitágoras, tal vez más que de ningún otro teorema en matemática. Se le llama de ese modo porque se cree que fue el griego Pitágoras, que en el siglo VI antes de Cristo proporcionó la primera demostración lógica de este teorema, del que los egipcios ya conocían algunos casos particulares siglos antes.

A. Teorema de Pitágoras en Egipto:

En Egipto se considera la cuna de la matemática, esto, por la circunstancia de que los sacerdotes se dedicaban a tiempo completo en la investigación. Es más, se afirma que ellos descubrieron la geometría (medición de la tierra). En ese sentido, Ruíz (2016) manifiesta que los antiguos egipcios crearon un sistema para obtener ángulos rectos, esto sucedía cuando trazaban ejes constructivos y así orientar sus edificaciones; para este sistema, lo hacían mediante nudos, por lo cual, una cuerda era dividida en 12 partes iguales para formar un triángulo con lados 3, 4 y 5 tramos de longitud. A ese sistema se le conocía como el triángulo egipcio. En definitiva, Strathern (2014) resalta que lo más significativo en relación a geometría, es que resulta que los egipcios sabían que un triángulo cuyos lados tengan 3, 4 y 5 unidades de longitud tiene que ser necesariamente un triángulo rectángulo.

Figura. No. 11.
Triángulo egipcio



Fuente. Ruíz (2016)

B. Teorema de Pitágoras en Babilonia:

Strathern (2014) manifiesta que los babilonios eran capaces de resolver ecuaciones de primer y segundo grado, a pesar de que desconocían la notación algebraica. En lo que respecta al teorema de Pitágoras, expone que se tiene la demostración en una tablilla de arcilla del segundo milenio a. de C. perteneciente a la colección Yale, en la cual, muestra un cuadrado con sus diagonales.

Las dimensiones de esta obra, se dan en escritura cuneiforme (palabras o caracteres con símbolos en forma de cuñas o clavos). Entre las cifras dadas, hay un valor equivalente a $\sqrt{2}$ cuya precisión alcanza seis decimales, es decir, 1.414213. De esta manera, se puede concluir que los babilonios conocían un método para calcular raíces cuadradas, pero no sabían que $\sqrt{2}$ es irracional. Más significativo es el hecho de que en la tablilla de Yale, los babilonios habían tenido bastante acercamiento al descubrimiento del Teorema de Pitágoras, ya que conocían la relación existente entre los catetos de un triángulo rectángulo y su hipotenusa; pero, lamentablemente no conocían una fórmula algebraica para expresarlo. Los babilonios sabían que si los catetos de un triángulo rectángulo medían 3 y 4 unidades respectivamente, su hipotenusa tendría 5 unidades de longitud. En particular, los babilonios cuentan con una tablilla cuneiforme que llega a incluir una lista de 15 ternas diferentes de números que constituyen distintas combinaciones de triángulos rectángulos.

Por su parte, Hoyuelos (2013) expone que en Babilonia ya se conocía sobre el estudio de los triángulos rectángulos. Relata que, en la antigüedad, alguien propuso que si un cuadrado tiene de lado 30 unidades, ¿cuánto medía su diagonal? Hay que tomar en cuenta que sabía que un cuadrado de lado 1, la diagonal tiene una longitud de $\sqrt{2}$. Escribió ese valor sobre la diagonal. Para un cuadrado de lado 30, la diagonal debía ser 30 veces la raíz de 2. Realizó la cuenta y escribió el resultado. Todo esto sucedió entre los siglos XVIII y XVII a. de C. en Babilonia, unos 1200 años antes de Pitágoras. Las cifras están en notación sexagesimal, y que al transformar en notación decimal y convertirlo en números actuales, sería de la siguiente forma: $1 + 24\frac{1}{60} + 51\frac{1}{60^2} + 10\frac{1}{60^3} = 1.41421\ldots$, una excelente aproximación de $\sqrt{2}$. Abajo se aprecia el resultado de multiplicar 30 por $\sqrt{2}$ o 42.2535. En definitiva, los babilonios ya tenían conocimiento del resultado del Teorema de Pitágoras.

Figura. No. 12.
Tablilla de Yale o YBC 7289

Fuente. Hoyuelos (2013)

Quesada (2016) refiere que los babilonios ya disponían de una tabla que representan las ternas pitagóricas que data aproximadamente del año 1900 a. de C. Agrega que fue una tradición que se transmitía a los hijos, entre arquitectos; pues permitía la construcción de paredes rectas.

Figura. No. 13.

Tablilla de Plimptón

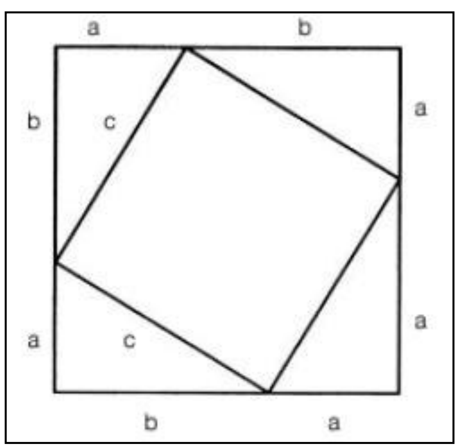
Fuente. Quesada (2016)

C. Teorema de Pitágoras en China:

Es evidente que las demostraciones del Teorema de Pitágoras hayan sido en las diversas civilizaciones, muchos tuvieron bastante acercamiento a ese teorema. En China no es la excepción, como señala Strathern (2014) en esa civilización, uno de los textos matemáticos más conocidos es el Chou Pei Suan Ching, data en el año 500 a. de C. específicamente, esta demostración es en relación al Teorema de Pitágoras. A continuación, se muestra una versión simplificada de ese descubrimiento.

Figura. No. 14.

Chou Pei Suan Ching



Fuente. Strathern (2014)

En la gráfica simplificada de Chou Pei Suan Ching es un cuadrado con lados a+b que encierra un cuadrado con lados “c” en su interior, es decir, consiste en equiparar el área total a las áreas del cuadrado interior y los cuatro triángulos. En consecuencia, su representación algebraica resulta de la siguiente manera:

$$(a+b)^2 = 4\left(\frac{1}{2}ab\right) + c^2$$

Lo cual puede simplificarse como: $a^2 + b^2 = c^2$

D. Los griegos:

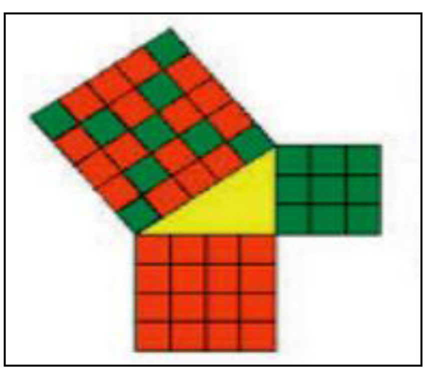
Por lo que respecta a los egipcios y babilonios, sus métodos estaban basados en el empirismo; en consecuencia, su desconocimiento sobre notación algebraica, les dificultaba realizar generalizaciones. Strathern (2014) señala que la fórmula presentada por los griegos en relación a los triángulos rectángulos es muy revolucionaria, en parte, porque caracteriza su distintiva contribución a la matemática. Además, fueron ellos los primeros en convertir la matemática en objeto de estudio puramente teóricos, cuyos métodos podían ser aplicados de una manera más generalizada, lo cual permite explorar y seguir con una línea de razonamiento.

1.2.7. Teorema de Pitágoras

Cruz (2009) expresa que en el Teorema de Pitágoras, la suma del área de los cuadrados construidos sobre los catetos de un triángulo rectángulo, es igual al área del cuadrado construido sobre la hipotenusa.

Figura. No. 15.

Teorema de Pitágoras



Fuente. Quesada (2016)

El Teorema de Pitágoras es una demostración aplicable en el triángulo rectángulo, y en ella, básicamente se utilizan los cuadrados. La idea principal es que se descompone un cuadrado en otros dos cuadrados pequeños.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

La ecuación del Teorema de Pitágoras, se pueden obtener los siguientes corolarios que servirán principalmente para encontrar el valor de la longitud de cualquier lado del triángulo rectángulo, con la condición de contar inicialmente con el valor de dos lados.

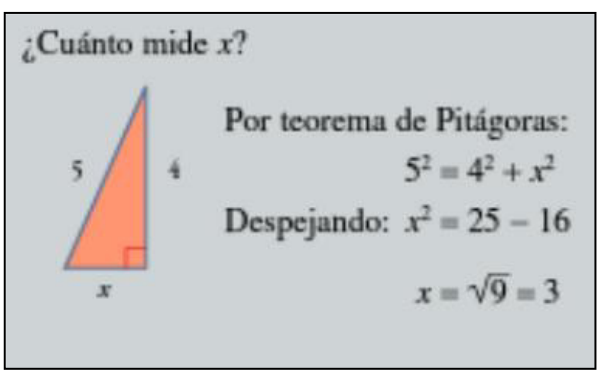
$$c = \sqrt{a^2 + b^2} \qquad a = \sqrt{c^2 - b^2} \qquad b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

Es importante señalar que la figura construida sobre los catetos no es forzosamente un cuadrado, sino que puede tener diferentes formas. Para ello, es necesaria la comprensión de cálculo de superficies.

A continuación, un ejemplo sobre la resolución de un triángulo rectángulo. Es decir, encontrar el valor de la longitud de un lado del triángulo.

Figura. No. 16.

Ejemplo para obtener el valor de un cateto



Fuente. Ruíz (2016)

1.2.8. Recíproco del Teorema de Pitágoras

Ruíz (2016) expone que si el cuadrado del lado mayor de un triángulo es igual a la suma del cuadrado de los dos lados menores, entonces el triángulo es rectángulo.

1.2.9. Demostraciones del Teorema de Pitágoras

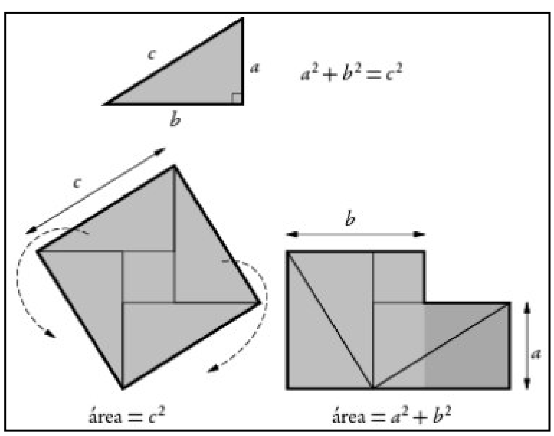
A. Demostración geométrica:

El objetivo, es que el estudiante pueda observar que cuando existen cuadrados construidos sobre los catetos de un triángulo rectángulo, el cuadrado resultante de sumar las piezas en que se dividieron estos cuadrados, es igual al cuadrado formado sobre la hipotenusa.

Así como señala Cruz (2009) las demostraciones visuales son elementos que aún no cuentan con la formalidad y el rigor que la demostración matemática requiere, ya que una demostración con rigor matemático debe de estar sustentada y desarrollada en el sistema axiomático en que se pretenda demostrar, con el lenguaje matemático propio de esta ciencia; pero sí presenta la idea de cómo se puede formalizar el desarrollo de las mismas. Pero hay que señalar que los estudiantes no conocen mucho sobre formalidades, y no estaría mal que ellos aprendan de forma visual o geométrica.

Figura. No. 17.

Demostración geométrica del Teorema de Pitágoras



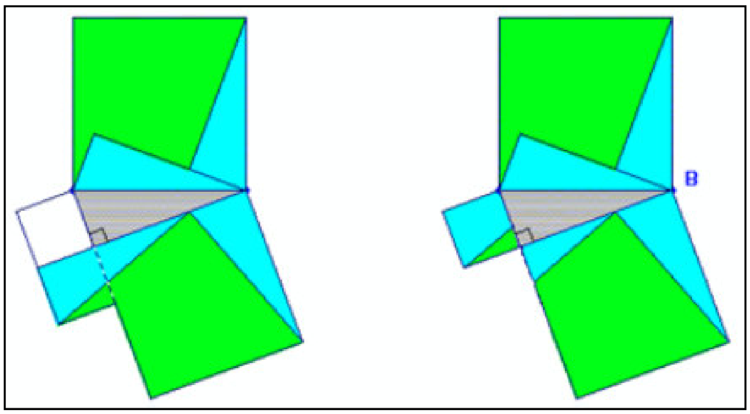
Fuente, Hoyuelos (2013)

B. Demostración puzle:

En donde las piezas en que se han dividido los cuadrados construidos sobre los catetos, completan el cuadrado construido sobre la hipotenusa. La ventaja de estos juegos, es que presenta una forma atractiva de demostración del Teorema de Pitágoras. Además, es una forma de complementar las comprobaciones numéricas y demostraciones algebraicas.

Figura. No. 22.

Teorema de Pitágoras en puzles



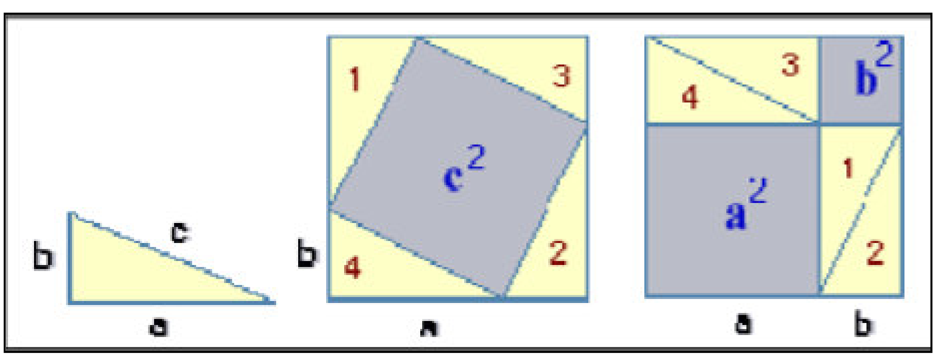
Fuente. Cruz (2009)

C. Demostración geométrico-algebraico

D.

Figura. No. 18.

Teorema de Pitágoras



Fuente. Cruz (2009)

El primer cuadrado está formado por cuatro triángulos iguales (T1, T2, T3 y T4) y por un cuadrado de lado "c", por lo cual su área es:

$$c^2 + 4A(T);$$

Por consiguiente, A(T) es el área de uno cualquiera de los triángulos.

El segundo cuadrado está formado por dos cuadrados de lados a y b, y los triángulos T1, T2, T3 y T4, y su área sería:

$a^2 + b^2 + 4A(T)$

Los cuadrados formados por ambas expresiones son congruentes entre sí, ya que los lados de los cuadrados formados por estas configuraciones, son iguales a a+b, por lo que se puede igualar ambas expresiones.

$c^2 + 4A(T) = a^2 + b^2 + 4A(T)$

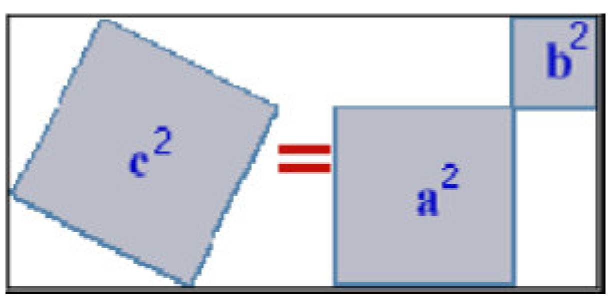
Y al restar 4A(T) (el área de los triángulos 1, 2, 3 y 4) y al simplificar, se obtiene el Teorema de Pitágoras:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Tal como se representa en la demostración visual de la figura 19.

Figura. No. 19.

Teorema de Pitágoras



Fuente. Cruz (2009)

1.2.10. Ternas Pitagóricas

Quesada (2016) expone que, "una terna pitagórica es una terna de números enteros (x, y, z) que verifican la ecuación del Teorema de Pitágoras". Cabe subrayar que las letras para representar los catetos y la hipotenusa, no debe ser alarmante, puesto que lo más importante es que los estudiantes puedan llevar el Teorema de Pitágoras a la formalidad de las demostraciones.

Figura. No. 20.

Ternas pitagóricas

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$
$$5^2 + 12^2 = 13^2$$
$$8^2 + 15^2 = 17^2$$
$$7^2 + 24^2 = 25^2$$
$$9^2 + 40^2 = 41^2$$

$$11^2 + 60^2 = 61^2$$
$$12^2 + 35^2 = 37^2$$
$$13^2 + 84^2 = 85^2$$
$$20^2 + 21^2 = 29^2$$
$$16^2 + 63^2 = 65^2$$

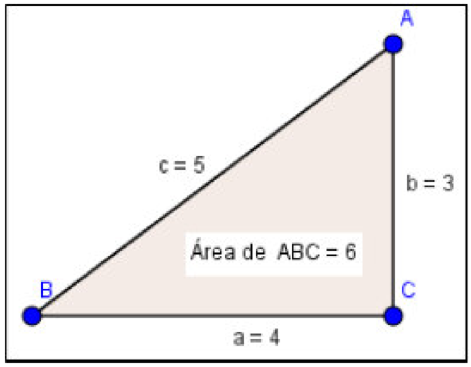
Fuente. Quesada (2013)

A. Curiosidad 3, 4, 5.

En los triángulos rectángulos o como suele llamarse, los triángulos pitagóricos, existen algunas curiosidades. Como expone Strathern (2014) en el triángulo rectángulo cuyos lados miden 3, 4 y 5 unidades, cumple con ciertas propiedades, y es que es el único triángulo rectángulo cuyos lados están en progresión geométrica. Asimismo, es el único triángulo con sus lados con longitud entera cuya área es la mitad de su perímetro.

Figura. No. 21.

Triángulo pitagórico con lados 3, 4 y 5 unidades



Fuente. Creación propia en GeoGebra

B. Fórmula para encontrar ternas pitagóricas:

Se le debe a Pitágoras el descubrimiento de tales ternas o tripletes pitagóricos, aunque ya se tenía conocimiento sobre ellos en Babilonia y Egipto. Así pues, Strathern (2014) expone la manera de encontrar los tripletes pitagóricos:

$$n^2; \frac{n^2-1}{2}; \frac{n^2+1}{2}$$

Cabe señalar que "n" es un número impar.

1.2.11. El último Teorema de Fermat

Cruz (2009) relata que este teorema fue formulado por Pierre de Fermat, en donde trataba de extender la ecuación del Teorema de Pitágoras. Es decir, generalizó el teorema y afirmó que la ecuación no era válida para cualquier exponente superior al dos, tal que $x^n + y^n = z^n$

II. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Es evidente que los avances que ha experimentado la humanidad son derivados de la matemática; por consiguiente, es indiscutible su aplicación en la vida real, es decir, no es una ciencia sin sentido como se señala comúnmente. Asimismo, más que su aplicación, es fundamental para el desarrollo de habilidades en los estudiantes, específicamente el desarrollo de una mente crítica y analítica.

No obstante, se observa que los estudiantes presentan actitudes negativas hacia la matemática porque así los han aprendido, es decir, les han enraizado paradigmas de miedo, aversión hacia esta ciencia, y sumado a estas ideologías, se tropieza con las deficiencias de una enseñanza tradicional, lo cual ocasiona la falta de interés por aprender el arte de la matemática y, por consiguiente, los estudiantes no obtienen un aprendizaje significativo del Teorema de Pitágoras. Como resultado a esa falta de motivación, es preocupante observar el bajo rendimiento de formación en matemática que presentan los graduandos, estos reflejados en la evaluación diagnóstica que presenta DIGEDUCA, que, en vez de obtener una mejora, se experimenta un estancamiento en la matemática.

Debido a esas complicaciones, se pretende innovar la enseñanza de la matemática, en este caso en particular, se implementó el software educativo GeoGebra en el aprendizaje del Teorema de Pitágoras como una alternativa para motivar tanto a docentes como discentes.

Inmersos en una era digital, más que beneficio para la comunicación, también contribuye como recurso para favorecer el desarrollo del conocimiento y la adquisición de nuevos procesos de pensamiento matemático.

Por consiguiente, la presente investigación tuvo la finalidad de responder a la siguiente interrogante:
¿Cuál es la incidencia del software GeoGebra en el aprendizaje del Teorema de Pitágoras?

2.1. Objetivos

2.1.1. Objetivo general

Determinar la incidencia del software GeoGebra en el aprendizaje del Teorema de Pitágoras.

2.1.2. Objetivos específicos

- Determinar el conocimiento inicial de los estudiantes sobre el tema del Teorema de Pitágoras.

- Aplicar la estrategia del software GeoGebra para la enseñanza del Teorema de Pitágoras.

- Identificar los resultados de la enseñanza del Teorema de Pitágoras a través del software GeoGebra.

- Comparar los contrastes de aprendizaje entre una enseñanza magistral y la aplicación del software GeoGebra en el Teorema de Pitágoras.

2.2. Hipótesis

H_i: El uso del software GeoGebra incide positivamente en el aprendizaje de Teorema de Pitágoras a un nivel de confianza del 95% y un nivel de significancia de 0.05%.

H_o: El uso del software GeoGebra no incide positivamente en el aprendizaje del Teorema de Pitágoras a un nivel de confianza del 95% y un nivel de significancia de 0.05%.

2.3. Variables o elementos de estudio

- Variable independiente: GeoGebra,
- Variable dependiente: Aprendizaje del Teorema de Pitágoras.

2.4. Definición de variables

2.4.1. Definición conceptual de las variables

- GeoGebra:

Avalos (2016) define que GeoGebra es un software que permite aplicar varios conceptos de matemática de forma interactiva. En ese sentido, es un constructor geométrico múltiple plataforma, ya que las representaciones están disponibles con vista gráfica, algebraica y de hoja de cálculo. Al ser un software interactivo de matemática, permite trabajar integral y dinámicamente geometría, álgebra y cálculo.

Esta múltiple plataforma permite apreciar los objetos matemáticos en tres representaciones: gráfica (como en el caso de puntos, funciones, polígonos, circunferencias, ángulos), algebraica (coordenadas de puntos, ecuaciones), y en celdas de una hoja de cálculo. Cada representación del mismo objeto se vincula de forma dinámica a las demás, de una manera automática y recíproca que asimila los cambios producidos en cualquiera de ellas, sin importar cual fuera la que lo crea originalmente.

Con todas esas ventajas de la representación de la matemática, es importante reconocer a su inventor Markus Hohenwarter junto a un equipo internacional de desarrolladores, que en su propósito está la enseñanza de la matemática en ámbitos escolares.

- Aprendizaje del Teorema de Pitágoras:

Ambrose, Bridges, DiPietro, Lovett y Norman (2017) definen aprendizaje como el proceso que lleva a un cambio, que ocurre como resultado de la experiencia e incrementa el potencial de un desempeño mejorado y el futuro aprendizaje. Es decir, que el aprendizaje es todo el proceso y no un producto; un cambio integral ya sean en sus valores, actitudes, conductas, conocimientos, el cual, tiene un impacto duradero en lo que los estudiantes piensan y hacen; y, sobre todo, el aprendizaje no es algo que se les hace a los estudiantes, sino algo que los estudiantes mismos hacen.

Cruz (2009) enuncia que, en el Teorema de Pitágoras, la suma del área de los cuadrados construidos sobre los catetos de un triángulo rectángulo, es igual al área del cuadrado construido sobre la hipotenusa.

De acuerdo con las definiciones anteriores, se deduce que el aprendizaje del Teorema de Pitágoras es: proceso de cambio de conocimiento, de actitud en los estudiantes cuando demuestren su desempeño en representar y observar que en el Teorema de Pitágoras la suma del área de los cuadrados construidos sobre los catetos de un triángulo rectángulo, es igual al área del cuadrado construido sobre la hipotenusa.

2.4.2. Definición operacional de las variables

Variables	Indicadores	Instrumento	Quién responde	Valoración	Tipo de medida
GeoGebra	• Identifica y manipula los elementos del entorno de trabajo (menú, barra de herramientas, vista gráfica y vista algebraica). • Relaciona las diferentes representaciones en la vista gráfica y algebraica.	Guía de observación	Docente	100 pts.	Cuantitativo

Aprendizaje del Teorema de Pitágoras	• Define y realiza representaciones geométricas y algebraicas del Teorema de Pitágoras. • Despeje de fórmulas. • Resolución de ejercicios. • Aplicación del T. de Pitágoras.	Pre test Post test	Estudiante	100 pts.	Cuantitativo

2.5. Alcances y límites

La presente investigación titulada, GeoGebra y su incidencia en el aprendizaje del Teorema de Pitágoras, abarcó a estudiantes de Tercero Básico del Instituto Mixto de Educación Básica por Cooperativa del Municipio de Santa Catarina Ixtahuacán del departamento de Sololá. Los sujetos para el estudio pre-experimental fueron los estudiantes de la sección única de dicho grado y establecimiento.

Para llevar a cabo la intervención, se utilizó el software educativo GeoGebra en la enseñanza del Teorema de Pitágoras. Cabe destacar que los contenidos que abarcó la investigación, además del propio concepto del Teorema de Pitágoras, se hizo mención a los triángulos rectángulos, vida de Pitágoras de Samos, Teorema de Pitágoras a través de la historia en las diferentes civilizaciones antiguas, diferentes demostraciones del Teorema de Pitágoras, Ternas pitagóricas, y aplicación de Teorema de Pitágoras. Los resultados serán válidos para estudiantes de tercero básico o únicamente a estudiantes con características similares y a personas interesadas o involucradas en la enseñanza del Teorema de Pitágoras; es decir, su aplicabilidad dependerá del contexto y de los recursos con que cuenta la institución educativa.

2.6. Aporte

Los resultados de la investigación referentes a la incidencia del software GeoGebra en el aprendizaje del Teorema de Pitágoras, contribuirá al cambio de paradigma hacia la matemática, es decir, inhibirá el pensamiento de que la matemática es aburrida, tediosa, no aplicable a la vida, entre otros; por tanto, dará lugar a una matemática dinámica, amena, entretenida, motivadora.

En concreto, se puede señalar que el software GeoGebra beneficiará a los docentes en su labor diaria. En ese sentido, la investigación podrá ser consultada por los docentes para que conozcan nuevos modelos de enseñanza, y así en las aulas haya una innovación en la forma de enseñanza. Además, los estudiantes comúnmente en las instituciones educativas están inmersas en las nuevas tecnologías, en este caso, se ha convertido en su mundo; por tanto, que mejor estrategia una enseñanza impartida en el mundo del estudiante.

Para que haya un aprendizaje significativo, es necesario despertar el interés del estudiante hacia las ciencias exactas; entonces, una mejor manera sería presentar una enseñanza de manera dinámica visual, interactiva y creativa como lo hace el software GeoGebra.

III. MÉTODO

3.1. Sujetos

La presente investigación se llevó a cabo con estudiantes de Tercero Básico del Instituto Mixto de Educación Básica por Cooperativa del Municipio de Santa Catarina Ixtahuacán del departamento de Sololá. La población estudiantil en ese centro educativo es egresada de los establecimientos públicos. Cabe destacar que la mayoría de los estudiantes son residentes de los diferentes caseríos del municipio. Para la investigación, se trabajó con 40 estudiantes de Tercero Básico, entre ellos, 20 pertenecientes al sexo masculino y 20 al sexo femenino; las edades oscilan entre los 14 y 17 años; todos ellos pertenecientes a la etnia maya K'iche'.

3.2. Instrumentos

Para recabar la información y así encaminarse a los objetivos de la investigación, se implementó una guía de observación que consiste en valorar los conocimientos, habilidades, actitudes y valores de los estudiantes sobre el aprendizaje de las variables de estudio, todos estos de manera objetiva.

Por otra parte, se aplicó un pre test que consiste en una prueba (serie de tareas o ítems) previa a la implementación del software GeoGebra, con el objetivo de recabar información respecto a los conocimientos del estudiante sobre el Teorema de Pitágoras. Por último, se aplicó un post test, que consiste en una prueba objetiva, es decir, una serie de tareas o ítems con el objetivo de determinar los resultados de aprendizaje del Teorema de Pitágoras después de haber implementado el software GeoGebra.

3.3. Procedimiento

- Selección del tema:

Para la elección del tema, se tuvo como argumento las deficiencias de aprendizaje que presentan los estudiantes referentes a la matemática, en concreto, al estudio del Teorema de Pitágoras.

Inmersos en una enseñanza magistral, es posible que el estudiante no tenga la atención o motivación suficiente para el aprendizaje de la matemática; por tanto, se optó con el tema denominado: GeoGebra y su incidencia en el aprendizaje del Teorema de Pitágoras, esto, con el objetivo de presentar una enseñanza más dinámica y entretenida.

- Elaboración del perfil de investigación:

Con el tema ya propuesto, se redactó el perfil de investigación, en la cual, se presentó los siguientes aspectos: tema, pregunta de investigación, objetivos generales y específicos, justificación, índice y las referencias de dicha investigación.

- Elaboración de antecedentes:

Acerca de esta etapa, se indagó sobre trabajos realizados con anterioridad relacionados con el tema, es decir, determinar hasta qué punto se ha logrado avances sobre el tema. En consecuencia, se redactó diez antecedentes para fundamentar la investigación, para lo cual, se tuvo como base, tesis y artículos científicos.

- Marco teórico:

En este apartado, se desarrolló las dos variables, para lo cual se utilizó libros, enciclopedias y diccionarios. Para la recolección de la información, se tuvo como condición de recurrir a material actualizado para la fundamentación de la investigación.

- Planteamiento del problema:

En donde se presenta la investigación, la cual incluye el resumen, pregunta de investigación, objetivos. En este sentido, se pretende dar a conocer la justificación de la investigación, y, por tanto, los alcances, límites y aporte a la educación.

- Método:

En cuanto a metodología, se hace referencia a los sujetos o unidades de análisis, instrumentos de recolección de datos, procedimiento, tipo y diseño de investigación, así como la metodología estadística.

- Referencias:

En relación con las referencias, se hace alusión a la fundamentación de la investigación. Para esto se pone en evidencia los autores consultados, para lo cual, se tuvo en cuenta los siguientes aspectos: autor, año de publicación, nombre de libro y editorial.

3.4. Tipo de investigación, diseño y metodología estadística

Esta investigación fue de tipo cuantitativo. Bernal (2010) señala que este tipo de investigación se fundamenta en la medición de las características de los fenómenos sociales, lo cual supone derivar de un marco conceptual pertinente al problema analizado, una serie de postulados que expresen relaciones entre las variables estudiadas de forma deductiva, es decir, sus resultados serán de forma sistemática y lógica. Cabe destacar que las características de este enfoque es que tiende a generalizar y normalizar resultados.

Por su parte, Hernández, Fernández y Baptista (2010) señalan que este enfoque cuantitativo, en la recolección de datos está basado en la medición numérica y su análisis es estadístico por lo que está determinada por medio de patrones.

En cuanto al diseño de la investigación fue pre-experimental. Bernal (2010) refiere que el diseño pre-experimental es donde se presenta el más bajo control de variables y no efectúan asignación aleatoria de los sujetos al experimento, y son aquellos en los que el investigador no ejerce ningún control sobre las variables extrañas o intervinientes, no hay asignación aleatoria de los sujetos participantes de la investigación ni hay grupo control.

En cuanto a la metodología estadística se aplicó la estadística descriptiva, el proceso de diferencia de medias y de análisis de datos pares o t-Student, por medio del análisis de datos, en el programa Excel.

Lima (2012) presenta las siguientes fórmulas estadísticas para el análisis de datos pares o t-Student, que consiste en realizar una comparación entre las evaluaciones diagnósticas (pre test) y sumativa y/o final (post test) del grupo, de esta manera se puede medir la diferencia entre ambos momentos.

- Se establece el nivel de confianza

$$NC = 95\% \ Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$$

- Media aritmética de las diferencias

$$\bar{d} = \frac{\sum d_i}{N}$$

- Desviación típica o estándar

Para la diferencia entre la evaluación diagnóstica (pre test) antes de su aplicación y la evaluación sumativa y/o final (post test) después de su aplicación.

$$Sd = \sqrt{\frac{\sum (d_i - \bar{d})^2}{N-1}}$$

- Estadístico t

$$t = \frac{\bar{d} - \Delta_0}{\frac{Sd}{\sqrt{N}}}$$

- Grados de libertad

$$N - 1$$

Finalmente hay que encontrar el valor T en la tabla, a los niveles de confianza del 95%.

IV. PRESENTACIÓN DE RESULTADOS

Se presentan a continuación los resultados obtenidos en la prueba objetiva, mediante tablas y gráficas, al aplicar el análisis de datos pares t-Student.

Tabla núm. 1.

Resultado de las evaluaciones pre y pos test

Estudiante	Pre test	Post test
1	58	90
2	28	40
3	8	56
4	18	42
5	20	42
6	18	38
7	15	42
8	18	40
9	15	53
10	8	53
11	13	58
12	18	56
13	5	52
14	8	51
15	15	63
16	8	48
17	13	60
18	8	60
19	13	41
20	8	53
21	28	42
22	15	60
23	18	56
24	15	56
25	18	85
26	20	62
27	20	48
28	33	57
29	18	56

30	18	56
31	18	90
32	42	77
33	8	53
34	8	30
35	18	68
36	17	60
37	33	75
38	15	77
39	18	60
40	30	40
$\bar{x}$	**18.13**	**56.15**

Fuente. Análisis de datos Excel.

Tabla núm. 2.

Aprendizaje del Teorema de Pitágoras.

Prueba t para medias de dos muestras emparejadas	Evaluación inicial Pre-test	Evaluación final Post-test
Media	18.13	56.15
Varianza	104.63	197.21
Observaciones	40	40
Grados de libertad	39	
Estadístico t	-17.32	
P(T<=t) una cola	3.26E-20	
Valor crítico de t (una cola)	1.68	

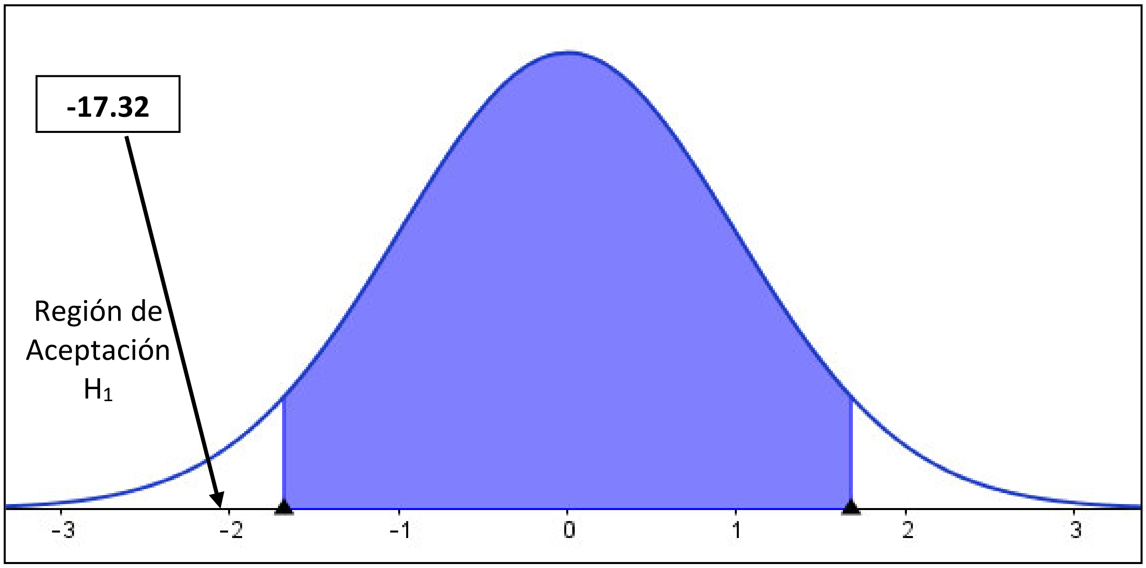
Fuente. Análisis de datos Excel.

Cuando se compara la media aritmética de la evaluación inicial = 18.13 con la media de la evaluación final = 56.15, se observa una diferencia estadísticamente significativa al nivel del 5%, por lo que se comprueba la efectividad de la aplicación del software GeoGebra en la enseñanza del Teorema de Pitágoras.

El estadístico t = -17.32 es menor que el valor crítico de t (una cola) = 1.68, por lo que se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna: El uso del software GeoGebra incide positivamente en el aprendizaje del Teorema de Pitágoras a un nivel de confianza del 95% y un nivel de significancia de 0.05%.

Gráfica núm. 1.

Campana de Gauss



Fuente: trabajo de campo 2018

Al estar el estadístico t = -17.32 dentro de la región de aceptación de la hipótesis alterna, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis de investigación: El uso del software GeoGebra incide positivamente en el aprendizaje del Teorema de Pitágoras a un nivel de confianza del 95% y un nivel de significancia de 0.05%.

V. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Es evidente la aplicación de la matemática en los diferentes ámbitos de la sociedad. Asimismo, es un área de estudio que permite el desarrollo de una mente más crítica y analítica. Por tantos beneficios que aporta la matemática, es inevitable dejar desapercibido esta ciencia; por lo tanto, es necesario aportar métodos innovadores para su enseñanza.

Se tiene evidencia de que GeoGebra es un potente recurso de enseñanza en las aulas. Tamayo (2013) menciona que los Recursos Educativos Abiertos, en caso particular, GeoGebra, sirve como apoyo a la enseñanza por sus estímulos visuales y por la interactividad y la creatividad que promueven; permite llevar a cabo clases menos áridas y aplicar conceptos a la práctica. Una potencialidad ineludible de GeoGebra es que los estudiantes pueden explorar funciones complejas de manera interactiva, con eficiencia y precisión. En ese sentido, GeoGebra, al ser una aplicación innovadora, permite motivar y facilitar el aprendizaje de diversos contenidos matemáticos. Por esa razón, en este capítulo se fundamenta en el análisis e interpretación de los resultados de la investigación referente a la incidencia del software GeoGebra en el aprendizaje del Teorema de Pitágoras, esto llevado a cabo con estudiantes de tercero básico del Instituto mixto de educación básica por cooperativa del municipio de Santa Catarina Ixtahuacán del departamento de Sololá.

Al inicio de la investigación se llevó a cabo un pre test apoyado en una prueba objetiva con la finalidad de determinar el nivel de conocimiento que poseen los estudiantes respecto al Teorema de Pitágoras; como resultado, se obtuvo una nota mínima de cinco (5) puntos y una máxima de cincuenta y ocho (58) puntos. De esas notas se obtuvo como resultado una media con valor de 18.13 puntos. Derivado de los resultados obtenidos por los estudiantes, se concluye que presentan un bajo porcentaje de nivel de conocimiento respecto a la variable de estudio. Esta deficiencia puede ser producto de desconocimiento de conceptos básicos sobre geometría, pero, principalmente por los métodos tradicionales de enseñanza dentro del aula. Como mencionan Vargas y Gamboa (2013) las actividades apoyadas por GeoGebra los estudiantes se sienten más motivados a estudiar matemática, en especial, geometría, que aquellos que lo hicieron con el enfoque tradicional. Pero, sobre todo, estos estudiantes tuvieron la oportunidad de analizar varias representaciones del problema, lo que les permitió tener un punto de vista más amplio que aquellos que usaron lápiz y papel.

Después de determinar el nivel de conocimiento que poseían los estudiantes, se aplicó como metodología de enseñanza el software GeoGebra, para lo cual se trabajó varias demostraciones del Teorema de Pitágoras. Inicialmente, las principales dificultades que se tuvo con los estudiantes era que desconocían conceptos básicos sobre geometría y álgebra, conceptos fundamentales para la comprensión del Teorema de Pitágoras; es decir, su conocimiento era deficiente en relación a los cuadrados, rectángulos, ángulos, segmento de rectas, pero, sobre todo, su lenguaje algebraico era deficiente, ya que no sabían cómo representar algebraicamente un segmento y el área de un cuadrado.

En el desarrollo de las actividades con GeoGebra, se trabajó en la construcción de segmentos y cuadrados, conjuntamente con su representación algebraica; construcción de rectángulos, representación de ángulos rectos y agudos; se dibujó triángulos rectángulos en posiciones distintas para luego ser capaces de colocar los catetos y la hipotenusa en dichos polígonos. Ya con esos conocimientos, se trabajó con varias representaciones animadas del Teorema de Pitágoras, y se recalcó a los estudiantes la posibilidad de nombrar algebraicamente los catetos y la hipotenusa según su creatividad, ya que se cae en el error de ser mecánicos o automáticos en utilizar las letras “a”, “b”, “c” para nombrar los lados de un triángulo rectángulo. Es evidente que el software GeoGebra favorece a una enseñanza más dinámica, innovadora y eficiente. Castellanos (2010) manifiesta que GeoGebra presenta distintas potencialidades que favorecen el proceso de enseñanza y aprendizaje, debido a que los estudiantes pueden realizar varias construcciones geométricas en tan poco tiempo. Permite la visualización en los estudiantes a través de guías atractivas en donde se observa una matemática dinámica, ya que genera habilidades que conducen a realizar diferentes representaciones geométricas.

En referencia a la evaluación de todo el proceso de enseñanza, se efectuó con base en los siguientes criterios: Identifica los elementos del entorno de trabajo (menú, barra de herramientas, vista gráfica y vista algebraica); habilita/deshabilita opciones de la vista gráfica y algebraica; dibuja rectas, segmentos, puntos, polígonos simples y regulares, y circunferencias; mueve y relaciona las diferentes representaciones matemáticas en la vista gráfica y algebraica; y maneja las diferentes opciones o preferencias (color, tamaño, estilo, fondo, y otros).

El primer criterio, se encarga de verificar la capacidad de los estudiantes de identificar los elementos del entorno de trabajo (menú, barra de herramientas, vista gráfica y vista algebraica); para lo cual, la moda dio como resultado “Excelente” (se desempeña en el criterio de una manera superior a lo esperado). Esto quiere decir que los estudiantes fueron capaces de distinguir los diferentes espacios de trabajo para las construcciones de objetos matemáticos.

Asimismo, se verificó si el estudiante puede habilitar/deshabilitar opciones de la vista gráfica y algebraica. En ese sentido, la moda es “Bien” (se desempeña en el criterio de la manera esperada). En consecuencia, refleja que los estudiantes tuvieron la capacidad de elegir el aspecto de su entorno de trabajo.

En el tercer criterio, se encarga de verificar que el estudiante pueda dibujar rectas, segmentos, puntos, polígonos simples y regulares, y circunferencias. Para lo cual se tuvo como resultado de moda “Bien” (se desempeña en el criterio de la manera esperada). Es decir, que los estudiantes fueron capaces de dibujar las representaciones animadas del Teorema de Pitágoras que se les pidió, ya que las construcciones están compuestas de estos aspectos descritos.

Era necesario que los estudiantes pudieran observar el comportamiento del Teorema de Pitágoras en su forma gráfica y algebraica; para eso fue necesario evaluar el criterio: mueve y relaciona las diferentes representaciones matemáticas en la vista gráfica y algebraica. Para este criterio, dio como resultado a la moda “R” (se desempeña en el criterio de manera inferior a lo esperado). Este criterio, reflejó que los estudiantes tuvieron algunas dificultades de observar la conexión que existe entre los objetos matemáticos en su forma gráfica y algebraica.

Finalmente se evaluó si el estudiante maneja las diferentes opciones o preferencias (color, tamaño, estilo, fondo, y otros). La moda en este criterio dio como resultado “Bien” (se desempeña en el criterio de la manera esperada). Esto quiere decir, que los estudiantes fueron capaces de elegir el aspecto de sus representaciones o construcciones del Teorema de Pitágoras.

De esta manera, al introducir GeoGebra en las aulas de clase, los estudiantes mejoraron su actitud hacia la matemática. García (2011) señala que la herramienta resulta de utilidad tanto para mejorar las actitudes hacia la matemática como las actitudes matemáticas de los estudiantes. Asimismo, GeoGebra resulta muy potente para el desarrollo de las competencias más relacionadas con procesos de visualización.

Para finalizar la investigación de campo, se aplicaron un post test apoyado en una prueba objetiva con la finalidad de evaluar la comprensión que habían logrado los estudiantes después de haber utilizado el software GeoGebra para la enseñanza del Teorema de Pitágoras. Es importante señalar que la actitud de los estudiantes en resolver la prueba fue positiva; para la misma, se trabajó con una valoración sobre 100 puntos. Como resultado se obtuvo una nota mínima de treinta (30) puntos, y como nota máxima se obtuvo noventa (90) puntos. De esas notas, se obtuvo como resultado de la media un valor de 56.15 puntos.

Por tanto, al realizar la intervención y utilizar el software GeoGebra se evidencia los resultados positivos; es decir, los estudiantes mejoran significativamente su nivel de conocimiento respecto al aprendizaje del Teorema de Pitágoras. Este resultado indica que cuando los estudiantes utilizan el software GeoGebra, son capaces de observar el comportamiento del Teorema de Pitágoras. Visualizan, interactúan con los objetos matemáticos. En ese sentido, el software dirige a clases dinámicas, para lo cual, todas las demostraciones animadas que se trabajó, permitió la formalización del Teorema de Pitágoras.

Por todo lo referido anteriormente, se concluye que el software GeoGebra incide en el aprendizaje del Teorema de Pitágoras. En relación a los resultados obtenidos en el post test, se asegura que este método es funcional y efectivo; por lo tanto, se logra el objetivo general en determinar la incidencia del software GeoGebra en el aprendizaje del Teorema de Pitágoras.

VI. CONCLUSIONES

1. El nivel de comprensión del Teorema de Pitágoras que presentaron los estudiantes de tercero básico del instituto mixto de educación básica por cooperativa de Santa Catarina Ixtahuacán, previo a la aplicación del software como método de enseñanza, fue deficiente. Se deduce que la deficiencia se deba a los métodos tradicionales que regularmente utilizan los docentes, cuando es papable de que urge una innovación de enseñanza apoyadas en las nuevas tecnologías.

2. La aplicación del software GeoGebra genera habilidades en los estudiantes que conducen a realizar diferentes representaciones geométricas del Teorema de Pitágoras. Es decir, GeoGebra representa una innovadora y atractiva manera de aprender el concepto del Teorema de Pitágoras, que permite sacarlos de la rutina del aula; por tanto, presenta la ventaja de analizar varias representaciones del contenido; es decir, permite tener un punto de vista más amplio que del enfoque tradicional. En consecuencia, el software permite la deducción de la formalización del Teorema de Pitágoras.

3. Se evidenció que la aplicación del software GeoGebra en la enseñanza del Teorema de Pitágoras incide satisfactoriamente, estos reflejados en los resultados del post test.

4. En referencia a los resultados entre el pre y post test del grupo de estudiantes de tercero básico, se acepta la hipótesis alternativa (H_1): El uso del software GeoGebra incide positivamente en el aprendizaje de Teorema de Pitágoras a un nivel de confianza del 95% y un nivel de significancia de 0.05% ya que se evidenció una diferencia estadísticamente significativa de $t = -17.32$ en relación a los conocimientos previos con una enseñanza tradicional.

VII. RECOMENDACIONES

1. A los docentes, la utilización del software GeoGebra en la enseñanza del Teorema de Pitágoras e infinidad de contenidos matemáticos, ya que es una herramienta que vuelve el aula en un espacio de dinamismo, interactividad, creatividad, visualización, construcción, motivación, entre otros.

2. A los docentes, que se involucren en actividades de actualización e implementación de nuevas estrategias de enseñanza.

3. La enseñanza de la matemática debe de ser con innovadoras metodologías. Por tanto, se recomienda a los docentes una enseñanza en referencia a los escenarios actuales, de forma innovadora y atractiva; para lo cual, hay que evitar en lo posible el método tradicional.

4. El docente debe enriquecer sus conocimientos referentes a las Nuevas Tecnologías de La Información y Comunicación para utilizarlas como herramientas de enseñanza. Ya que, si se pretende una educación de calidad, es fundamental la innovación de la enseñanza; es decir, si se aspira a dar una educación acorde con los tiempos que se vive, los medios han de formar parte de ello.

VIII. REFERENCIAS

Ambrose, S., Bridges, M., DiPietro, M., Lovett y Norman. (2017). *Cómo funciona el* aprendizaje: 7 principios basados en la investigación para una enseñanza inteligente.

Barranquilla, Colombia: Universidad del Norte.

Aranda, A. (2014). Instalación y parametrización del software (UF1893). Madrid, Es: IC.

Avalos, M. (2016). TIC: cómo diseñar un ambiente educativo y tecnológico. Buenos Aires, Argentina: SB.

Barreto, J. (2009). Otras deducciones o extensiones del teorema de Pitágoras a lo largo de la historia como recurso didáctico. Números, 70, 35-51.

Bernal, C. (2010). Metodología de la investigación (3ª. Ed.). Colombia: Pearson.

Castellanos, I. (2010). Visualización y razonamiento en las construcciones geométricas utilizando el software GeoGebra. (Tesis de Maestría). Recuperada de http://biblioteca.upnfm.edu.hn/images/tesis%20clasificadas/Maestr%C3%ADa%20en%20Matem%C3%A1tica%20Educativa/idania_castellanos.pdf

Costa, J. (2011). Plataforma de matematización en un entorno GeoGebra dentro de un planteamiento didáctico “desde abajo hacia arriba”. Enseñanza de las ciencias, 29(1), 101-114.

Cruz, J. (2009). Un acercamiento didáctico al tratamiento del Teorema de Pitágoras en la escuela. Córdoba, AR: El Cid Editor.

Ferragina, R. (2012). Geogebra entra al aula de matemática (2a. ed.). Buenos Aires, AR: Miño y Dávila.

García, M. (2011). Evolución de actitudes y competencias matemáticas en estudiantes de secundaria al introducir GeoGebra en el aula. (Tesis doctoral). Recuperada de https://archive.geogebra.org/en/upload/files/Tesis_MariadelMarGarciaLopez.pdf

Haldane, P. (2010). El teorema de Pitágoras, construcción de algunos recursos didácticos. (Tesis De Maestría). Recuperada dehttp://www.bdigital.unal.edu.co/4613/13/patricio haldanea cevedo.2011.pdf

Hernández, F. (2014). Metodología participativa y su incidencia en el aprendizaje del teorema de Pitágoras. (Tesis de licenciatura). Recuperada de http://recursosbiblio.url.edu.gt/ tesiseortiz/2014/05/86/Hernandez-Fernando.pdf

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2010). Metodología de la Investigación (5a. ed.). México: Mc Graw Hill.

Lima, G. (2012). Cuaderno de trabajo, Física I. Quetzaltenango, Guatemala: Copymax.

Lima, G. (2012). Cuaderno de trabajo, estadísticas. Guatemala: Copymax.

Maldonado, L. (2013). Enseñanza de las simetrías con uso de GeoGebra según el modelo de Van Hiele. (Tesis de Maestría). Recuperada de http://repositorio.uchile.cl/bitstream/handle/22 50/133875/TESIS%20FINAL%20OCT-20 13.pdf;sequence=1

Quesada, J. (2016). Matemáticas en la vida cotidiana. Jaén, España: Universidad de Jaé. (5ª ed.). México: Mc Graw Hill.

Ruiz, J. (2016). Matemáticas 2: geometría, trigonometría, datos y azar (2a. ed.). Distrito Federal, México: Grupo Editorial Patria.

Salinas, J. (2008). Innovación educativa y uso de las TIC. España. Universidad Internacional de Andalucía.

Strathern, P. (2014). Pitágoras y su teorema. Madrid, ES: Siglo XXI de España.

Tamayo, E. (2013). Implicaciones didácticas de GeoGebra sobre al aprendiaje significativo de los tipos de funciones en estudiantes de secundaria. Apertura, Vol. 5, pp. 58-69.

Vargas, G. y Gamboa, R. (2013). La enseñanza del teorema de Pitágoras: una experiencia en el aula con el uso del GeoGebra, según el modelo de Van Hiele. Uniciencia, vol. 27, No. 1, 95-118.

IX. ANEXOS

Universidad Rafael Landívar
Campus Quetzaltenango
Facultad de Humanidades
Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática y la Física

Universidad Rafael Landívar
Tradición Jesuita en Guatemala

Pre prueba de matemática
Tercero básico
Valor: 100 pts.

Nombre(s): ______________________________Apellidos: ___________________________

Lugar y fecha: ____

Instrucciones generales:

- Trabaje de forma ordenada y limpia.
- El procedimiento de sus ejercicios debe de ser con lápiz, y respuestas con lapicero.
- Recuerde que la solución de cada ítem debe estar sustentada con procedimiento.

Primera serie. Valor 15 pts.
Instrucciones: subraye con lapicero la respuesta que considere correcta.

1. En un triángulo rectángulo la hipotenusa es:
   a. El lado opuesto a un ángulo.
   b. El lado más cortó.
   c. Un familiar de los hipopótamos.
   d. El lado opuesto al ángulo recto.

2. ¿Los lados que forman el ángulo recto de un triángulo rectángulo se llaman?
   a. Hipotenusa
   b. Catetos
   c. Vértices
   d. Ángulos

3. Un ángulo recto es:
   a. Un ángulo de 45 grados.
   b. Un ángulo de 90 grados.
   c. Un ángulo de 180 grados
   d. Un ángulo de 360 grados.

4. La suma de los ángulos agudos en el triángulo rectángulo es:
   a. 90º
   b. 45º
   c. 180º
   d. 360º

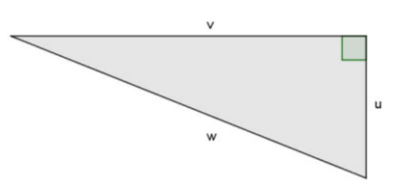
5. ¿Qué característica tiene el triángulo rectángulo?
   a. La sumatoria de sus ángulos internos es 90º.
   b. Uno de sus ángulos es recto.
   c. La sumatoria de sus ángulos internos es 360º.
   d. Ninguna de las afirmaciones es correcta.

6. Si se sabe que uno de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo mide 51º, entonces el otro ángulo agudo es:
   a. 39º
   b. 29º
   c. 49º
   d. 25°

Segunda serie. Valor 20 pts.

Instrucciones: a continuación, se le presenta varias afirmaciones de los cuales unos son verdaderos y otros falsos. Encierra en un círculo la letra **"V"** si el planteamiento es verdadero y una **"F"** si es falso.

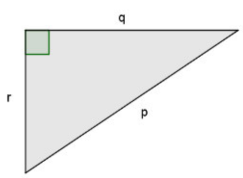
1. La ecuación $v^2 = w^2 - u^2$ es:



V

F

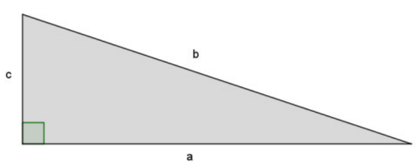
2. La ecuación $p^2 = r^2 - q^2$ es:



V

F

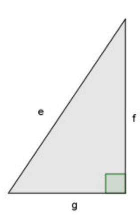
3. La ecuación $a^2 = c^2 + b^2$ es:



V

F

4. La ecuación $f^2 + g^2 = e^2$ es:



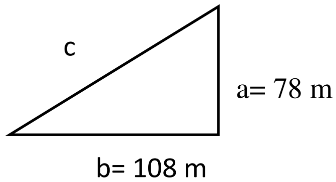
V

F

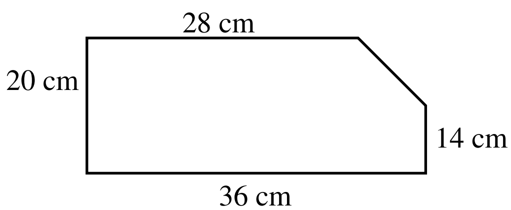
Tercera serie. Valor 30 pts.

Instrucciones: Identifique y resuelva los siguientes ejercicios sobre triángulos rectángulos utilizando el Teorema de Pitágoras.

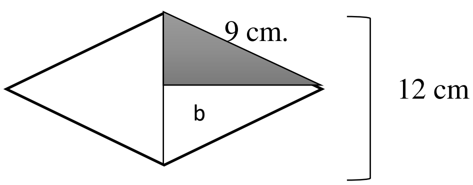
1. Hallar la hipotenusa del siguiente triángulo rectángulo.



2. Halle la medida de la diagonal recortada del papel.



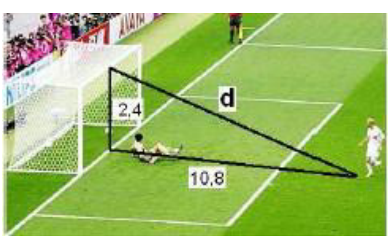
3. Calcule el valor de “b” en el rombo, sabiendo que su lado mide 9 cm y la diagonal, 12 cm.



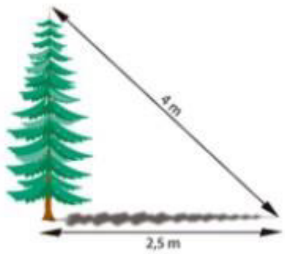
Cuarta serie. Valor 35 pts.

Instrucciones: resuelva los siguientes planteamientos de aplicación del Teorema de Pitágoras.

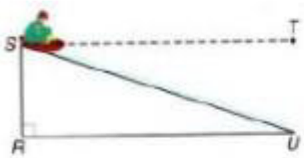
1. La altura de una portería de futbol reglamentaria es de 2.4 metros, y la distancia desde el punto de penalti hasta la línea de gol es de 10.8 metros. ¿Qué distancia recorre un balón que se patea desde el punto penalti y se estrella en el punto central del travesaño?



2. Al amanecer, un árbol proyecta una sombra de 2.5 metros de longitud. Si la distancia desde la parte más alta del árbol al extremo más alejado de la sombra es de 4 metros, ¿cuál es la altura del árbol.



3. Juanito desea deslizarse por un tobogán que tiene una altura máxima de 9 metros. La distancia que hay entre e punto donde toca el suelo y la base del tobogán es de 20 metros. ¿Qué distancia recorre Juanito en el tobogán?



Universidad Rafael Landívar
Campus Quetzaltenango
Facultad de Humanidades
Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática y la Física

Guía de observación en el manejo de GeoGebra

Nombre del docente: Miguel Angel Guachiac Y Guachiac.

Nombre de la actividad:

Área o Sub-Área: Matemática.

Competencia:

Escala de valoración:

E= Excelente, se desempeña en el criterio de una manera superior a lo esperado.

B= Bien, se desempeña en el criterio de la manera esperada.

R= Regular, se desempeña en el criterio de manera inferior a lo esperado.

M= Mejorar, muestra indicios de avance en el criterio.

No.	Indicadores				
	Identifica los elementos del entorno de trabajo (menú, barra de herramientas, vista gráfica y vista algebraica).	Habilita/deshabilita opciones de la vista gráfica y algebraica.	Dibuja rectas, segmentos puntos, polígonos simples y regulares, y circunferencias.	Mueve y Relaciona las diferentes representaciones matemáticas en la vista gráfica y algebraica.	Maneja las diferentes opciones o preferencias (color, tamaño, estilo, fondo, y otros).
1					
2					
3					
4					
5					
6					
…					
37					
38					
39					
40					

Universidad Rafael Landívar
Campus Quetzaltenango
Facultad de Humanidades
Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática y la Física

Post prueba de matemática
Tercero básico
Valor: 100 pts.

Nombre(s): ______________________________Apellidos: ___________________________

Lugar y fecha: ____

Instrucciones generales:

- Trabaje de forma ordenada y limpia.
- El procedimiento de sus ejercicios debe de ser con lápiz, y respuestas con lapicero.
- Recuerde que la solución de cada ítem debe estar sustentada con procedimiento.

Primera serie. Valor 15 pts.
Instrucciones: subraye con lapicero la respuesta que considere correcta.

1. En un triángulo rectángulo la hipotenusa es:
   a. El lado opuesto a un ángulo.
   b. El lado más corto.
   c. Un familiar de los hipopótamos.
   d. El lado opuesto al ángulo recto.

2. ¿Los lados que forman el ángulo recto de un triángulo rectángulo se llaman?
   a. Hipotenusa
   b. Catetos
   c. Vértices
   d. Ángulos

3. El Teorema de Pitágoras se cumple:
   a. Sólo para triángulos acutángulos.
   b. Sólo para triángulos rectángulos.
   c. Para todo tipo de triángulos.
   d. Para cuadrados.

4. Un ángulo recto es:
   a. Un ángulo de 45 grados.
   b. Un ángulo de 90 grados.
   c. Un ángulo de 180 grados
   d. Un ángulo de 360 grados.

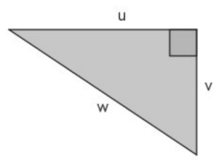
5. Un triángulo rectángulo tiene:
   a. Dos ángulos rectos.
   b. Dos ángulos agudos y uno recto.
   c. Dos ángulos agudos y uno obtuso.
   d. Una hipotenusa y un ángulo llano.

6. Si se sabe que uno de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo mide 27º, entonces el otro ángulo agudo es:
   a. 53º
   b. 33º
   c. 63º
   d. 43º

Segunda serie. Valor 20 pts.

Instrucciones: a continuación, se le presenta varias afirmaciones de los cuales unos son verdaderos y otros falsos. Encierra en un círculo la letra **"V"** si el planteamiento es verdadero y una **"F"** si es falso.

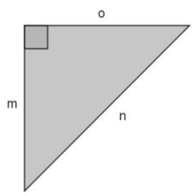
1. La ecuación $w^2 = u^2 + v^2$ es:



V

F

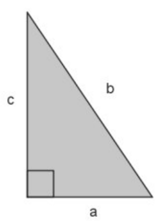
2. La ecuación $n^2 + m^2 = o^2$ es:



V

F

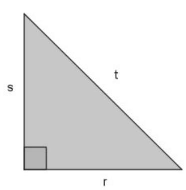
3. La ecuación $c^2 + a^2 = b^2$ es:



V

F

4. La ecuación $t^2 - r^2 = s^2$ es:



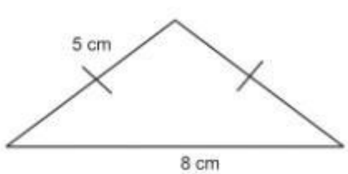
V

F

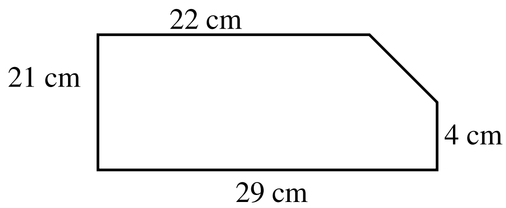
Tercera serie. Valor 30 pts.

Instrucciones: Identifique y resuelva lo que se le pide en los siguientes ejercicios sobre triángulos rectángulos utilizando el Teorema de Pitágoras.

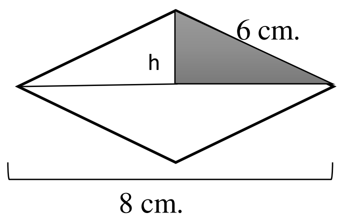
4. Hallar la altura del siguiente triángulo.



5. Halle la medida del lado recortado del papel.



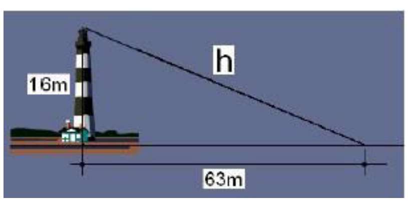
6. Calcule el valor de “h” en el rombo, sabiendo que su lado mide 6 cm y la diagonal, 8 cm.



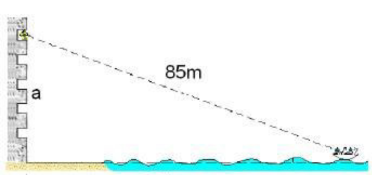
Cuarta serie. Valor 35 pts.

Instrucciones: resuelva los siguientes planteamientos de aplicación del Teorema de Pitágoras.

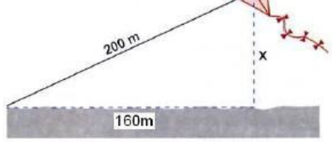
1. Un faro de 16 metros de altura manda su luz a una distancia horizontal sobre el mar de 63 metros. ¿Cuál es la longitud del rayo de luz?



2. Desde un balcón de un castillo en la playa, se ve un barco a 85 metros, cuando realmente se encuentra a 84 metros del castillo. ¿A qué altura se encuentra ese balcón?



3. Un barrilete está atado al suelo con un hilo de 200 metros de longitud. Cuando el hilo está totalmente tenso, la vertical del barrilete al suelo está a 160 metros del punto donde se ató el barrilete. ¿A qué altura está volando el barrilete?



PROPUESTA

Capacitación de docentes: GeoGebra en la enseñanza del Teorema de Pitágoras

1. Introducción:

El docente tiene un gran compromiso dentro del proceso de enseñanza, lo cual, debe procurar que sea en un ambiente innovador y dinámico. Por tanto, la presente propuesta va dirigida a la capacitación de docentes que imparten el área de matemática en el nivel medio, esto con el fin primordial de proponer una calidad educativa. En efecto, para ese logro, se debe pensar en la innovación de metodologías de enseñanza. Es necesario que la educación sea en lo posible en el ambiente del estudiante. En consecuencia, se pretende capacitar a los docentes respecto al software GeoGebra para implementar como método de enseñanza del Teorema de Pitágoras y otros contenidos de matemática, esto para propiciar en el aula, un ambiente de dinamismo, creatividad, visualización, construcción, motivación, entre otros aspectos.

2. Justificación:

La evidencia de que existe deficiencia de una enseñanza tradicional, lo cual ocasiona la falta de interés por aprender el arte de la matemática y, por consiguiente, los estudiantes no obtienen un aprendizaje significativo del Teorema de Pitágoras. Como resultado a esa falta de motivación, es preocupante observar el bajo rendimiento de formación en matemática que presentan los graduandos, estos reflejados en la evaluación diagnóstica que presenta DIGEDUCA, que, en vez de obtener una mejora, se experimenta un estancamiento en la matemática. Debido a esas complicaciones, se pretende innovar la enseñanza de la matemática, en este caso en particular, se implementa el software educativo GeoGebra en el aprendizaje del Teorema de Pitágoras como una alternativa para motivar tanto a docentes como discentes.

3. Objetivos:

Representación formal del Teorema de Pitágoras apoyados en el software GeoGebra.

4. Beneficios:

- Mejorar el desempeño de los docentes dentro de las aulas.

- Fortalecimiento de la educación en los estudiantes.

- Innovación en la metodología de enseñanza.

- Motivación y nueva actitud de los estudiantes hacia la matemática.

5. Beneficiarios:

- Estudiantes: tendrán la posibilidad de obtener una mayor comprensión del Teorema de Pitágoras, es decir, serán capaces de visualizar el comportamiento de dicho contenido para luego ser competentes para la formalización del Teorema.

- Docentes: innovación en la metodología de enseñanza.

- Institución educativa: calidad educativa.

6. Recursos:

- Personal administrativo y personal docente.

- Computadoras, cañonera, equipo de amplificación, pizarra, marcadores.

7. Programa de actividades

Contenido	Actividad	Tiempo
GeoGebra	• Bienvenida a los presentes • Introducción al software GeoGebra	Periodo No. 1 35 minutos
Conceptos básicos: rectas, segmento de recta, cuadrados, rectángulos, ángulos (rectos y agudos),	• Representación y construcción de rectas, segmento de rectas, cuadrados, rectángulos, ángulos. • Representación algebraica de la longitud de segmentos y cuadrados.	Periodo No. 2 y 3 70 minutos
Triángulo rectángulo	• Representación y construcción de triángulos rectángulos en diferentes posiciones. • Identificar las componentes de un triángulo rectángulo: catetos, hipotenusa y ángulos. • Asignar algebraicamente nombres a los lados en un triángulo rectángulo.	Periodo No. 4 y 5 70 minutos
Demostración animada del Teorema de Pitágoras	• Construcción de varias representaciones animadas del Teorema de Pitágoras a través de GeoGebra. • Formulación formal del Teorema de Pitágoras.	Periodo No. 6, 7 y 8 105 minutos

8. Evaluación:

Representación animada del Teorema de Pitágoras en el software GeoGebra para luego demostrar la enunciación formal de dicho Teorema.