

UNIVERSIDAD RAFAEL LANDÍVAR
FACULTAD DE HUMANIDADES
LICENCIATURA EN LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA

"TRABAJO EN EQUIPO-LOGRO INDIVIDUAL Y SU INCIDENCIA EN EL APRENDIZAJE DE PRODUCTOS NOTABLES

(Estudio realizado con alumnos de segundo básico, secciones "A" y "B" del Instituto Nacional de Educación Básica del municipio de San Cristóbal, departamento de Totonicapán)".

TESIS DE GRADO

ANA ISABEL SIGUANTAY TZUL

CARNET 23506-13

QUETZALTENANGO, NOVIEMBRE DE 2015

CAMPUS DE QUETZALTENANGO

UNIVERSIDAD RAFAEL LANDÍVAR
FACULTAD DE HUMANIDADES
LICENCIATURA EN LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA

"TRABAJO EN EQUIPO-LOGRO INDIVIDUAL Y SU INCIDENCIA EN EL APRENDIZAJE DE PRODUCTOS NOTABLES

(Estudio realizado con alumnos de segundo básico, secciones "A" y "B" del Instituto Nacional de Educación Básica del municipio de San Cristóbal, departamento de Totonicapán)".

TESIS DE GRADO

TRABAJO PRESENTADO AL CONSEJO DE LA FACULTAD DE
HUMANIDADES

POR

ANA ISABEL SIGUANTAY TZUL

PREVIO A CONFERÍRSELE

TÍTULO Y GRADO ACADÉMICO DE LICENCIADA EN LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA

QUETZALTENANGO, NOVIEMBRE DE 2015
CAMPUS DE QUETZALTENANGO

AUTORIDADES DE LA UNIVERSIDAD RAFAEL LANDÍVAR

RECTOR: P. EDUARDO VALDES BARRIA, S. J.
VICERRECTORA ACADÉMICA: DRA. MARTA LUCRECIA MÉNDEZ GONZÁLEZ DE PENEDO
VICERRECTOR DE INVESTIGACIÓN Y PROYECCIÓN: ING. JOSÉ JUVENTINO GÁLVEZ RUANO
VICERRECTOR DE INTEGRACIÓN UNIVERSITARIA: P. JULIO ENRIQUE MOREIRA CHAVARRÍA, S. J.
VICERRECTOR ADMINISTRATIVO: LIC. ARIEL RIVERA IRÍAS
SECRETARIA GENERAL: LIC. FABIOLA DE LA LUZ PADILLA BELTRANENA DE LORENZANA

AUTORIDADES DE LA FACULTAD DE HUMANIDADES

DECANA: MGTR. MARIA HILDA CABALLEROS ALVARADO DE MAZARIEGOS
VICEDECANO: MGTR. HOSY BENJAMER OROZCO
SECRETARIA: MGTR. ROMELIA IRENE RUIZ GODOY
DIRECTORA DE CARRERA: MGTR. HILDA ELIZABETH DIAZ CASTILLO DE GODOY

NOMBRE DEL ASESOR DE TRABAJO DE GRADUACIÓN

MGTR. ERICK JAVIER AGUILAR ALVARADO

REVISOR QUE PRACTICÓ LA EVALUACIÓN

MGTR. JUAN CARLOS VÁSQUEZ GARCÍA

AUTORIDADES DEL CAMPUS DE QUETZALTENANGO

DIRECTOR DE CAMPUS: P. MYNOR RODOLFO PINTO SOLIS, S.J.

SUBDIRECTOR DE INTEGRACIÓN
UNIVERSITARIA: P. JOSÉ MARÍA FERRERO MUÑIZ, S.J.

SUBDIRECTOR ACADÉMICO: ING. JORGE DERIK LIMA PAR

SUBDIRECTOR ADMINISTRATIVO: MGTR. ALBERTO AXT RODRÍGUEZ

SUBDIRECTOR DE GESTIÓN
GENERAL: MGTR. CÉSAR RICARDO BARRERA LÓPEZ

Quetzaltenango, 4 de noviembre de 2015

Ingeniero
Derik Lima Par
Subdirector Académico
Campus de Quetzaltenango
Universidad Rafael Landívar

Estimado Ing. Lima:

Es un gusto poder saludarlo, deseándole éxitos en sus labores diarias al frente de esta casa de estudios.

Por este medio dirijo a usted para informarle que, según oficios No. 0013-2015-evlv, de fecha 11 de julio de 2015 y FH/002/2015-evlv de fecha 10 de agosto de 2015, fui nombrado asesor de la Tesis titulada: "TRABAJO EN EQUIPO LOGRO-INDIVIDUAL Y SU INCIDENCIA EN EL APRENDIZAJE DE PRODUCTOS NOTABLES" (Estudio realizado con alumnos de segundo básico, secciones "A" y "B", del Instituto Nacional de Educación Básica del municipio de San Cristóbal, departamento de Totonicapán) de la estudiante ANA ISABEL SIGUANTAY TZUL, carné No. 2350613, de la Licenciatura en la enseñanza de la matemática y física.

Por lo anterior y luego concluido el trabajo de asesoría, considero que el trabajo llena los requisitos exigidos por la Facultad de Humanidades para la elaboración de investigaciones, por lo que a mi consideración puede continuar con los trámites respectivos para su aprobación y publicación.

Sin otro particular, agradeciendo su atención, quedo de usted.

Atentamente,



Mst. Erick Javier Aguilar
Asesor



Universidad
Rafael Landívar
Tradición Jesuita en Guatemala

FACULTAD DE HUMANIDADES
No. 051060-2015

Orden de Impresión

De acuerdo a la aprobación de la Evaluación del Trabajo de Graduación en la variante Tesis de Grado de la estudiante ANA ISABEL SIGUANTAY TZUL, Carnet 23506-13 en la carrera LICENCIATURA EN LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA, del Campus de Quetzaltenango, que consta en el Acta No. 05433-2015 de fecha 24 de noviembre de 2015, se autoriza la impresión digital del trabajo titulado:

**"TRABAJO EN EQUIPO-LOGRO INDIVIDUAL Y SU INCIDENCIA EN EL APRENDIZAJE DE PRODUCTOS NOTABLES
(Estudio realizado con alumnos de segundo básico, secciones "A" y "B" del Instituto Nacional de Educación Básica del municipio de San Cristóbal, departamento de Totonicapán)".**

Previo a conferírsele título y grado académico de LICENCIADA EN LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA.

Dado en la ciudad de Guatemala de la Asunción, a los 27 días del mes de noviembre del año 2015.



Irene Ruiz Godoy.

MGTR. ROMELIA IRENE RUIZ GODÓY, SECRETARIA
HUMANIDADES
Universidad Rafael Landívar

Agradecimientos

A Dios, por su cuidado y protección que me brindó durante todo este tiempo y me concede este logro académico. A mis padres, por todo el apoyo económico y moral en el transcurrir de mi vida.

A la Universidad Rafael Landívar, campus de Quetzaltenango, por esta formación académica y profesional. A mi asesor Mgtr. Erick Javier Aguilar y revisor de fondo Mgtr. Juan Carlos Vásquez, por su carisma de educadores en la orientación y acompañamiento brindado para la ejecución de esta investigación. A mis catedráticos, por su dedicación y esmero en el desarrollo de su docencia, en especial a Lic. José Carlos Quemé, porque al recibir sus acertados consejos y enseñanzas me motivan a ser una profesional con excelencia.

Al Instituto de Educación Básica, INEB de San Cristóbal Totonicapán, en especial a la directora Licda. Eleany Barrios y a la profesora Jeaneth Barrios por su carisma y apoyo en este proceso al brindarme la oportunidad de realizar esta investigación,

A mis compañeros y compañeras, por el apoyo que recibí en las diferentes facetas de estudio, en especial a mis amigos: Emely Quiñonez, Yari de León, Elena Alvarado, Michael López y Robín Álvarez. Y a todas aquellas personas que me brindaron su ayuda incondicionalmente para la realización de esta investigación.

Dedicatoria

A Dios: Porque todo lo que tengo lo he recibido de Él, bendigo a Dios por brindarme siempre entendimiento y sabiduría que guían mi camino. Esta meta alcanzada es para honrarle.

A mis Padres: Pedro y Matea, porque con su amor y apoyo incondicional este sueño es una realidad, asimismo cada consejo me ayudó a proseguir ante cada obstáculo.

A mi Hermana: María Alejandra, quien con su cariño y talento, es un regalo y bendición para mi vida.

A mis Catedráticos: Por compartir conocimientos y experiencias para afrontar los retos que requiere el ámbito educativo con profesionalismo y en base a principios éticos.

Índice

	Pág.
I	
INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 Trabajo en equipo-logro individual, TELI.....	7
1.1.1 Definición.....	7
1.1.2 Base metodológica.....	7
1.1.3 Características de los equipos en TELI.....	8
1.1.4 Organización del aula para trabajar TELI.....	12
1.1.5 Acciones docentes.....	16
1.1.6 Beneficios de TELI.....	18
1.1.7 Dificultades y limitaciones de TELI.....	18
1.2 Aprendizaje de productos notables.....	19
1.2.1 Definición.....	19
1.2.2 Importancia del Álgebra.....	20
1.2.3 Cuatro lenguajes para el aprendizaje de los productos notables.....	21
1.2.4 El aprendizaje de los productos notables según el CNB.....	21
1.2.5 Descripción de los productos notables a desarrollar.....	22
1.2.6 Importancia del aprendizaje de productos notables.....	26
1.2.7 Dificultades en el estudio de productos notables.....	26
II.	
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	27
2.1 Objetivos.....	27
2.1.1 Objetivo general.....	27
2.1.2 Objetivos específicos.....	27
2.2 Hipótesis.....	28
2.3 Variables de estudios.....	28
2.4 Definición de variables.....	28
2.4.1 Definición conceptual.....	28
2.4.2 Definición operacional.....	29
2.5 Alcances y límites.....	29
2.6 Aporte.....	29

III	MÉTODO.....	31
3.1	Sujetos.....	31
3.2	Instrumentos.....	31
3.3	Procedimiento.....	32
3.4	Tipo de investigación, diseño y metodología estadística.....	34
IV	PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	36
V	DISCUSIÓN DE RESULTADOS.....	40
VI	CONCLUSIONES.....	44
VII	RECOMENDACIONES.....	45
VIII	REFERENCIAS.....	46
IX	ANEXOS.....	50

Resumen

La presente investigación tiene el propósito de analizar la incidencia de aplicar la estrategia Trabajo en equipo-logro individual TELI, en el aprendizaje de los productos notables. Basado en que se aprende mejor y abundantemente debido a la influencia de otras personas.

Del tipo experimental es el estudio, llevado a cabo en el Instituto de educación Básica, en segundo grado, con 49 estudiantes de la sección “B”, con quienes se desarrolló la estrategia, por ello se les denominó grupo experimental y la sección “A” con 48 estudiantes, se tomó como grupo control. Los instrumentos utilizados fueron: Escala de rango; para evaluar actitudes cooperativistas y pruebas objetivas, aplicadas antes y después del proceso en ambos grupos. Se evidenció que los estudiantes al formar parte de estructuras cooperativistas no están acostumbrados a aprender con estas nuevas reglas y por ello aplicaron levemente los elementos para trabajar en equipo. Por tanto, al aplicar la estrategia trabajo en equipo-logro individual en el grupo experimental para aprender los productos notables, se observa un aumento en las calificaciones pero no mayor al grupo control, puesto que se requiere la incorporación de los elementos para crear unión y armonía al trabajar en grupo.

Emplear estrategias de tipo cooperativistas como TELI requiere de tiempo y constante aplicación para recibir los beneficios de la misma, tanto en los estudiantes como en la labor docente. Además se aconseja realizar una cuidadosa planeación de las actividades para aprovechar de mejor manera el tiempo.

I INTRODUCCIÓN

El área de matemática posee una posición privilegiada, puesto que se considera como base para estudios posteriores y por las habilidades que desarrolla en los estudiantes para alcanzar las competencias básicas, que les permiten dar solución a problemas cotidianos, ser reflexivos, críticos y propositivos en la vida. La misma está presente en los niveles y ciclos del sistema educativo y está orientado para su enseñanza, aprendizaje y evaluación en el curriculum nacional base.

Al concluir el nivel medio del ciclo diversificado, los estudiantes se someten a la prueba del área de matemática, que tiene por objeto medir el dominio que es estandarizado por el Ministerio de Educación, donde los resultados no son nada alentadores. Dichos resultados reflejan deficiencias en la metodología docente donde se incorporan estrategias individualistas y competitivas que no favorecen un aprendizaje significativo, además no se ejecutan de la mejor manera las estrategias cooperativistas, por lo tanto los estudiantes presentan dificultades para comprender, aplicar y desarrollar procedimientos matemáticos, evidenciándose en el temor, rechazo y rezago de los que presentan dichas dificultades.

Por lo tanto este estudio empleará la estrategia de trabajo en equipo-logro individual (TELI) con estudiantes del ciclo básico en temas de productos notables, cuya importancia al ser analizada está en: Contribuir a la investigación en el campo educativo que se realiza sobre el aprendizaje y enseñanza de la matemática. Así también analizar la incidencia de la estrategia TELI en el aprendizaje de productos notables como un precedente para la orientación de futuras prácticas educativas de docentes en el área.

La investigación sirve para enriquecer la metodología de los profesores del área de matemática y en general; así mismo fortalece el aprendizaje cooperativo en los estudiantes.

En el área de matemática los productos notables son un contenido establecido dentro del Curriculum Nacional Base del ciclo básico, porque es la base para el aprendizaje de otros temas matemáticos; por lo que es necesario un eficaz aprendizaje del contenido a través de la estrategia

basada en el aprendizaje cooperativo. Este estudio se propone investigar la incidencia del trabajo en equipo-logro individual para ser un modelo de aplicación en el área de la matemática.

Seguidamente, se señalan a algunos autores que realizaron investigaciones sobre esta temática, que expresan lo siguiente:

Cadoche y Galván (2006) en el artículo Trabajo en equipo-logro individual: una experiencia de aprendizaje cooperativo en medicina veterinaria publicado en la revista electrónica de veterinaria REDVET, del mes de noviembre, indican que las teorías pedagógicas instan al docente a promover un aprendizaje integral, lo cual es posible en TELI, basado en habilidades cooperativistas que mejoran la competencia interpersonal, integración, cohesión social y potencia la labor docente, también ante la materia se sienten más relajados y confiados en sí mismos. Explican que este método es fácil y adaptable a contextos, pues permite brindar a cada alumno un objetivo de aprendizaje en base a su esfuerzo. Lo anterior fue constatado en los resultados obtenidos en la investigación realizada a estudiantes de la carrera de medicina veterinaria en el curso de matemáticas, abordaron contenidos de matrices, ecuaciones y funciones.

Acevedo (2007) en su estudio: Enseñanza de los productos notables por medio del aprendizaje cooperativo, del tipo cualitativo, cuyo objetivo fue emplear todo lo referente al aprendizaje cooperativo para evidenciar su validez en la enseñanza-aprendizaje de un tema matemático. Dividió a estudiantes en equipos para trabajar por medio de guías, usó material manipulable durante cinco sesiones. Con una muestra de 17 estudiantes, que pertenecían a grupos que poseían cierta característica: más participativo, menos participativo, formado por mujeres o grupo de dos mujeres y dos hombres. Acerca de los miembros, dos tenían notas altas y dos notas baja, la cual fue seleccionada a través del tipo de muestreo no probabilístico. En donde concluyó que trabajar en forma cooperativa produjo buenos resultados en el aprendizaje de los productos notables, en comparación con la primera nota obtenida por los estudiantes, a pesar de los inconvenientes, como: falta de tiempo, desinterés de estudiantes, y otros. Su principal recomendación fue aplicar el aprendizaje cooperativo de una manera formal, el autor considera que es lo más adecuado por la estrecha relación que surgirá con el paso del tiempo en los integrantes del equipo, lo cual hará que se interesen mucho más por el aprendizaje del otro.

Martos (2008) en su estudio: Valores prácticos y epistémicos de los productos notables en profesores de matemáticas; de tipo descriptivo, cuyo objetivo fue establecer el tipo de valor que la escuela y los materiales del internet le proporcionan a los productos notables. Realizó una entrevista-foro que consistió en cuatro preguntas abiertas, aplicadas en línea en un foro-asincrónico. También utilizó el método de realizar tres tipos de búsqueda del término “productos notables” en la Web para analizar materiales publicados en la misma. Con una muestra de 6 personas, quienes son alumnos que estudian la maestría en matemática educativa, a través de la plataforma Moodle, brindado por el Instituto Politécnico Nacional en México, la cual fue seleccionada a través del tipo de muestreo probabilístico, en donde concluyó que las instituciones y los profesores perciben a los productos notables como concepto más que técnica y los docentes se preocupan por darle un significado geométrico por medio de áreas y no el que generan los estudiantes.

Roselli (2008) en el artículo La disyuntiva individual-grupal: comparación entre dos modelos alternativos de enseñanza en la universidad, publicada en la red de Revistas Científicas de América Latina, España y Portugal (REDALYC.ORG), del mes de noviembre, expone que luego de haber aplicado en dos grupos de estudiantes un modelo de enseñanza diferente para cada uno; es decir un modelo individualista y otro grupal, los resultados indican que los estudiantes conocen el trabajar grupalmente en periodos cortos de tiempo para alguna tarea específica y no como un medio para gestionar su aprendizaje. Debido a ello, hay conflictos, pues deben lidiar con el conocimiento y la forma de relacionarse con otras personas, pero al final los estudiantes quedan con sentimientos de afectividad al haber formado parte de ese trabajo en equipo. Se evidencia que es mejor en procesos de ejercitación, ejemplificación y transferencia.

Adesoji (2009) en el artículo Effects of students teams-achievement divisions strategy and mathematics: knowledge social research, publicado en la revista The journal of international social research explica la necesidad de desarrollar las habilidades matemáticas porque esto incide en el estudio de otras disciplinas científicas, como la química. Con la matemática es posible desarrollar la lógica y este elemento repercute en el nivel académico del estudiante. Para ello el método que emplee el profesor para promover el aprendizaje en dicha materia es importante, lo últimamente manejado en estas temáticas pedagógicas es el aprendizaje cooperativo que ha

demostrado ser eficaz tanto para desarrollar conocimientos como para entablar relaciones sociales en los estudiantes. Al aplicar *Students teams-achievement divisions (STAD)*, que en español se traduce como trabajo en equipo-logro individual, favorece a actitudes positivas hacia sí, sus compañeros y profesor.

Amaya (2009) en su participación en Memorias VIII encuentro nacional de educación matemática y estadística, al exponer operaciones con polinomios y productos notables: una propuesta de enseñanza, hace referencia a la experiencia generada por la investigación-acción, cuyo objetivo es: Contribuir en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los estudiantes en la temáticas de operaciones con polinomios y productos notables, donde usó la estrategia metodológica de los sistemas concretos conceptuales y simbólicos. Realizó una matriz de observación y un cuestionario, elaborados según teorías de investigaciones en dificultades y errores en el aprendizaje del álgebra, esta es: *Strategies and Errors in Secondary Mathematics (SESM)*, aplicada en una fase de diagnóstico y en una de comprobación, para ver los efectos de la propuesta de diseñar una secuencia didáctica; utilizó la traducción de lenguajes básicos (aritmético, geométrico y algebraico) en estos temas. Con una muestra de 23 estudiantes de octavo grado del instituto en Colombia. En la cual concluye que la implementación de secuencias de enseñanza, diseñadas desde la teoría de la didáctica de las matemáticas resulta novedosa para los estudiantes, desencadenan aprendizajes significativos y actitudes positivas hacia las matemáticas como la motivación, interés y seguridad para construir su propio aprendizaje.

Sánchez (2010) en su estudio: *Comprensión matemática de los productos notables, cocientes notables y descomposición factorial*, propuesta de metodología lúdica a través de software; de tipo descriptivo y de campo, cuyo objetivo fue establecer los errores de los estudiantes al comprender productos notables y descomposición factorial, realizó encuestas, consistentes en 12 preguntas de opción múltiple dirigida a profesores y a estudiantes, con una muestra de 111 personas, de las cuales 67 eran estudiantes del colegio Víctor Mideros en Ibarra, Ecuador y 42 estudiantes del colegio Daniel Reyes, los cuales pertenecen al décimo año de educación básica y 2 profesores de los diferentes planteles, la cual fue seleccionada a través del tipo de muestreo probabilístico, en donde concluyó que los estudiantes al llegar a décimo año de educación básica, en un alto porcentaje, tienen mucha dificultad en cuanto a conocimientos algebraicos se refiere,

lo cual es fundamental en la práctica de esta asignatura. Donde su principal recomendación fue utilizar una guía didáctica con metodología activa que ayude al docente a desarrollar las habilidades algebraicas, para así mejorar la educación.

Valencia (2012) en su estudio: Aplicación de la estrategia didáctica de organizadores gráficos en el aprendizaje de productos notables y factorización; de tipo asociación de variables y explicativo, cuyo objetivo fue determinar el efecto en el aprendizaje de la temática seleccionada al emplear organizadores gráficos como estrategia didáctica en los estudiantes mediante el diseño de una guía didáctica, realizó encuestas que consistió en un cuestionario de preguntas cerradas de SI y NO, con una muestra de 76 participantes, de los cuales 72 son estudiantes de noveno año de la escuela de Educación General Básica del Colegio Nacional Veracruz del cantón Pastaza, en Ambato, Ecuador y 4 docentes del área de matemáticas del plantel de dicha institución, la cual fue seleccionada a través del tipo de muestreo no probabilístico, en donde concluyó que la incorporación de organizadores gráficos en la temática algebraica produce motivación de los estudiantes y efectividad en el aprendizaje. Su principal recomendación fue diseñar una guía didáctica para aplicar organizadores gráficos en el aprendizaje de los productos notables y factorización de los estudiantes, para mejorar la comprensión de estos temas de álgebra e incentivar la utilización de nuevas estrategias de enseñanza y aprendizaje en las aulas a los contenidos científicos matemáticos.

Barreto (2014) en el artículo Dinamización matemática: Deducción geométrica de los productos notables en el espacio tridimensional como recurso didáctico en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática publicado en la revista Unión en el mes de junio, indica que en el área de la didáctica de la matemática, es posible desarrollar acciones o proceso cognitivos para favorecer la percepción geométrica de los sólidos en los discentes, ello en función al volumen, lo cual desarrolla la capacidad de deducir geoméricamente los productos notables. Lo anterior es posible al desarrollar dos procesos cognitivos como lo son: la visualización, que permite al estudiante ver cómo está formado geoméricamente, acompañado del razonamiento que aplica afirmaciones matemáticas sobre cómo se desarrolla algebraicamente, se hace necesario utilizar figuras construidas con materiales como papel o cartulinas de colores, que asisten al estudiante para reconstruir y palpar.

Iglesia y López (2014) en el artículo Estudiar y aprender en equipos cooperativos: Aplicación de la técnica TELI (trabajo en equipo-logro individual) para trabajar contenido matemático publicado en la revista electrónica Magister, del mes de mayo en la página <http://dev2.elsevier.es/es-revista-magister-375-articulo-estudiar-aprender-equipos-cooperativos-aplicacion-90355662> de internet describe los beneficios que trae el practicar completamente esta técnica de aprendizaje cooperativo, con ella se consigue atender a un grupo mayor de estudiantes diversos, debido a su forma de ser y aprender. Si forman parte de un equipo cooperativo de base, tienen oportunidad de progresar a su ritmo, potencializar su intelecto como las habilidades sociales, pues se le proporciona objetivos didácticos y actividades de aprendizaje personalizadas. Puesto que dentro de estas estructuras cooperativistas los estudiantes se ayudan para aprender, hay interdependencia positiva, interacción cara a cara, responsabilidad individual. Con esto el docente logra organizar y conducir la enseñanza al maximizar la capacidad de aprendizaje de los estudiantes. Por cierto, el aprendizaje cooperativo está enfocado en desarrollar competencia social y ciudadana, de aprender a aprender, autonomía e iniciativa personal, que a su vez ayuda al desarrollo de otras competencias básicas. Lo pudieron comprobar con un estudio realizado a estudiantes de sexto grado de educación primaria en un colegio público en el tema de medidas de longitud.

En conclusión, los estudios del trabajo en equipo-logro individual son sobre medir y comprobar lo que sucede al aplicarse en nivel superior, medio y primaria, donde trabajan contenidos de ecuaciones, integración, productos notables y medidas de longitud. Además se presentan estudios sobre aprendizaje cooperativo y su implementación en las aulas, debido a que corresponde al enfoque de la investigación. Ahora bien, con respecto a productos notables estos estudios fueron dirigidos hacia averiguar el grado de valor que les otorgan los docentes en las aulas, las dificultades en la comprensión y errores en el aprendizaje, lo que sucede al implementar organizadores gráficos y utilizar deducción geométrica como recurso didáctico para el respectivo aprendizaje.

1.1 Trabajo en equipo-logro individual, TELI

1.1.1 Definición

Para Díaz y Hernández (2010) es una estrategia de las cuatro que existen, sobre el trabajo cooperativo, en inglés es denominada Student Team Achievement Division, STAD. Es propuesto por Robert Slavin, para aprender en equipo o Student Team Learning, STL.

Debido a su enfoque sobre trabajar en conjunto, explica De la Cerda (2013) que es formar grupos heterogéneos, de 4 a 5 miembros, quienes trabajan conjuntamente para apropiarse de la temática, según la actividad presentada por el docente. Seguidamente se evalúa el conocimiento de cada estudiante sin recibir ayuda de los compañeros; por ello, se insta a los miembros del equipo a velar por el avance de los compañeros como del propio. Según la superación de sus integrantes, cada equipo recibe reconocimientos (debe saber que esto no es para competir entre grupos). Uno de los valores principales es la responsabilidad individual, puesto que el éxito del equipo se afecta por el aprendizaje de cada individuo. Se persigue que los estudiantes aprendan en grupo y no realicen algo en grupo.

1.1.2 Base metodológica

Tiene sus fundamentos en el aprendizaje cooperativista, el cual trabaja bajo dos premisas según Pujolàs (2010) la primera es: Para aprender se solicita la constante participación del propio estudiante, pues nadie puede sustituirle, solo que alguien le ayude en este proceso y la segunda: Se aprende mejor y sobreabundantemente, sí de forma correcta se aplica la cooperación en conjunto que involucra: ayuda mutua, conocer a los miembros del grupo y en los momentos que surgen intercambios de opiniones donde deben los estudiantes ponerse de acuerdo, se crea un conflicto mental que da pasó a revisar lo aprendido.

En este aprendizaje afirma Suárez (2010) que la interacción social es percibida como condición para realizar la acción educativa. Se basa en la teoría sociocultural que explica lo cognitivo a través de procesos interpsicológicos y se desarrollan la mediación instrumental y la zona de desarrollo próximo.

1.1.3 Características de los equipos en TELI.

A. Tipo de grupo de trabajo.

La terminología grupo refiere a personas reunidas según Suárez (2010) quienes no crean vínculos. Pero la presencia de los otros según Díaz y Hernández (2010) genera cierta influencia en actitudes, pensamientos y creencias.

Ahora bien, la agrupación para este tipo de estrategia se describe como: Los miembros son permanentes y se ayudan unos a otros ya sea para subir en rendimiento académico o cumplir con alguna meta, cuya duración es para una unidad o un año, que se denomina según Pujolàs (2010) como equipos de base, por su parte la Enciclopedia Escuela para Maestros (2007) los denomina como grupos de base cooperativos y la agrupación al funcionar una hora a varias semanas se constituye en grupo formal.

Pujolàs (2010) recomienda que las agrupaciones de alumnos funcionen por un largo tiempo e ir modificándolos para conseguir estabilidad y buen funcionamiento en los mismos, porque la adquisición de habilidades sociales en los estudiantes no es espontáneo, aunque periódicamente los grupos pueden cambiar según Díaz y Hernández (2010) para establecer cordiales relaciones con los demás estudiantes de la clase y evitar discrepancias entre grupos.

B. Elementos básicos de los equipos

La palabra equipo significa según Suárez (2010) interacción recíproca entre cada una de las personas que conforman un grupo. Entonces al estructurar un aprendizaje con TELI, esto no refiere a un trabajo en grupo, existen diferencias. (Véase el cuadro 1).

Cuadro 1: Diferencias entre los equipos cooperativos y los equipos de trabajo tradicionales

Equipo de aprendizaje cooperativo.	Grupo de trabajo tradicional
Positivamente dependen unos de otros.	Cada uno es independiente de los demás.
Cada persona es responsable.	No es de interés la responsabilidad de cada uno.
Las destrezas para trabajo cooperativo se enseñan.	Las destrezas para trabajo cooperativo son espontáneas.
Todos asumen el liderazgo y responsabilidad.	Uno es el líder y se evita delegar responsabilidades.
Se consigue la meta con el aporte de cada miembro.	Se consigue la meta con el aporte de un miembro o de algunos de los miembros del equipo.
El docente apoya al equipo por medio de observación y retroalimentación.	El docente raras veces supervisa a los equipos y normalmente estos trabajan en horario extra aula.
Como equipo se autoevalúan y proponen como mejorar.	El tiempo para autoevaluarse como equipo no existe.

Fuente: Pujolàs, (2010)

De acuerdo al cuadro 1, un equipo de aprendizaje cooperativo es caracterizado por la ayuda mutua que se brindan entre integrantes para lograr la meta, todos asumen la responsabilidad que les corresponde y evalúan su funcionamiento. Mientras que, un grupo de trabajo tradicional, la ayuda mutua es inexistente, por lo tanto la responsabilidad la asumen unos cuantos integrantes, a quienes se les atribuye el alcance de la meta.

Para constituir un equipo cooperativo, donde se insta a lograr el aprender juntos y en armonía, se debe desarrollar según Pujolàs (2010) siete elementos indispensables, los cuales son:

- Agruparse de forma heterogénea: Se habla de la diversidad de los miembros en cuanto a formas de pensar como de habilidades, pero a la vez que sean complemento uno del otro. Al agruparse así obtienen diferentes puntos de vista y realización de actividades, además hay un cúmulo de conocimientos nuevos y formas para aprender. No siempre se inicia con grupos de amigos, aunque con el tiempo esto puede constituirse.
- Interdependencia positiva entre los miembros: Expresa que hay diversos tipos y de todas, la interdependencia positiva de finalidades coincide con la estrategia. Consistente en que todos los miembros trabajan para alcanzar alguna meta estipulada, añadida la responsabilidad de

aprender y velar que cada miembro lo aprenda según sus habilidades. Díaz y Hernández (2010) definen la interdependencia positiva como una vinculación entre los miembros del grupo; ellos saben que necesitan de todos para alcanzar la tarea.

- Interacción estimulante cara a cara: Menciona que es un elemento que diferencia el trabajo de grupo y un trabajo en equipo. En este último se facilita:
 - Estimulación y ayuda unos a otros para realizar actividades y así lograr la meta.
 - Unos a otros se proporcionan materiales y opiniones.
 - Piden y dan cuenta de sus acciones mutuamente para la mejora del rendimiento.
 - Generan en cada miembro confianza y estima propia.

Mientras que un trabajo de grupo cada uno realiza parte del trabajo y luego lo unen todo sin haber intercambiado ideas y haberse ayudado. Díaz y Hernández (2010) añaden que esta interacción no se limita a la presencia física, sino también se da en entornos virtuales.

- Responsabilidad personal y compromiso individual: Explica que por falta de este elemento algunos profesores desconfían en este tipo de estrategias y los estudiantes prefieren trabajar solos. Consiste en cerciorarse que cada integrante del grupo contribuya con lo estipulado; que explique cómo se realiza algo; conozca sobre habilidades sociales para que el equipo marche y se comprometa a aplicarlas correctamente. De esta manera aprenderán todos juntos para luego cada uno ser capaz de realizarlo solo y no solo elaborar algo en grupo.
- Igualdad de oportunidades para el éxito del equipo: Este elemento asiste a la interdependencia positiva. Explica que es la aportación del estudiante con el mismo compromiso que los otros integrantes. Para ello se requiere que el docente reajuste sus exigencias para cada estudiante según sus habilidades y capacidades, así avance en su aprendizaje y aporte al éxito del equipo.
- Habilidades sociales y de pequeño grupo: Comenta que se deben enseñar las necesarias para el funcionamiento del equipo y de forma sistemática, también debe insistir en que las

apliquen luego de haber descubierto cuales mejoran el rendimiento del equipo y los docentes obtienen los resultados deseados.

- La revisión periódica del equipo y el establecer objetivos de mejora: Lo describe como la oportunidad sistemática brindada a los equipos para pensar sobre su desempeño y ellos examinar las actitudes a fomentar por el bien que proporciona al equipo; cuáles deben aplicar más, pues son periódicas; cuáles deben detener, porque son dañinas para el desempeño, con ello aprender a funcionar como equipo, puesto que establecen objetivos en función de compromisos individuales y en conjunto.

El autor aclara que la falta de algún elemento produce insatisfacción en el docente que lo aplica, por tanto se debe procurar alcanzarlos de forma gradual y al enseñarlo a los estudiantes insistir en su aplicación, para así recibir las bondades de la estrategia cooperativista.

C Condiciones indispensables para trabajar en equipo

Existen cuatro habilidades sociales que dejan de ser un elemento básico para convertirse en condiciones fundamentales para trabajar en equipo según Johnson, Johnson y Holubec (citado en Pujolàs, 2010) donde los miembros del equipo deben:

- Conocerse y confiar mutuamente: Debido a que el conocimiento genera afecto y el afecto la confianza. Para ello el equipo debe trabajar por un tiempo adecuado, por eso se conforman por grupos de base cooperativos o formales.
- Comunicarse claramente y de forma efectiva: Por este aspecto muchos equipos dejan de funcionar. Se requiere estipular un tiempo para un diálogo claro y con respeto entre los estudiantes; que ayude a mejorar al equipo en sus responsabilidades y compromisos. Para Suárez (2010) es un componente que fortalece al grupo.
- Aceptarse, ayudarse y motivarse unos a otros: Es un factor que incide en el rendimiento académico porque afecta la estima propia. Debido al sincero apoyo y motivación que se brindan, a la valía que se otorgan por ser las personas quienes son y saben que pueden confiar en pedir ayuda pues la recibirán.

- Resolver conflictos de forma constructiva: Esto implica afrontar las situaciones problemáticas que se susciten y buscar una solución creativa, sin que esto conlleve a disolver el equipo. Según Fabra (citado en Pujolàs, 2010) hay 3 actitudes al resolver los conflictos en los grupos: Ganar-perder, perder-perder y ganar-ganar, la más acertada es la última. Se trata de llegar a un consenso, luego de comprender las razones de cada integrante, entonces todos unen sus esfuerzos no para atacar a alguien, sino buscar y encontrar una solución adecuada y con la cual cada uno gane con ella.

1.1.4 Organización del aula para trabajar TELI

Suárez (2010) indica que conlleva bastante trabajo un aprendizaje enfocado en el uso de esta estrategia, porque se construye paso a paso. Para evitar situaciones que frenen el desarrollo, Pujolàs (2010) explica las actuaciones a desarrollar previamente con el fin de presentar a los estudiantes la nueva forma de aprender y así aplicar cambios de fondo, gracias a la transformación de paradigma sobre trabajo en equipo, puesto que en el entorno educativo hay poca disposición y habilidades sociales en los estudiantes para formar parte de uno y para algunos evoca malas experiencias. Menciona que se debe empezar por:

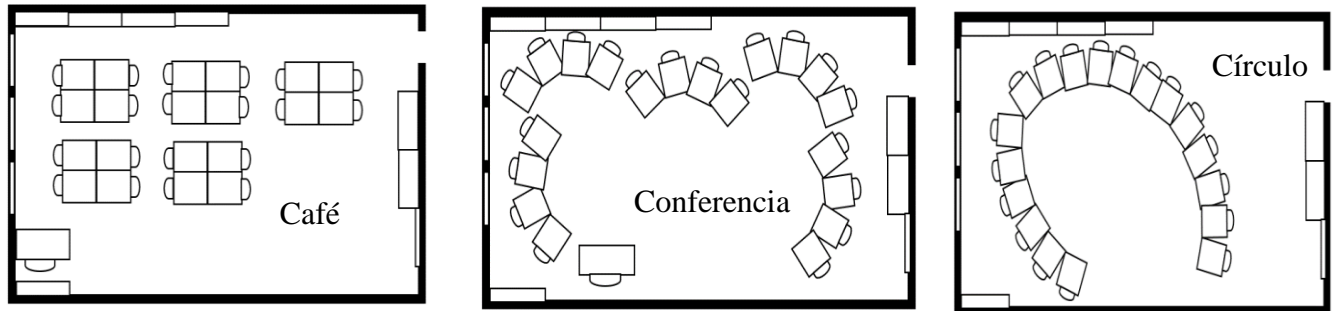
Primera acción: Descubrir el trabajo en equipo, a través de experiencias confortables, así se reflexiona del beneficio de trabajar en equipo. Añadido de explicaciones adecuadas a la edad y a la modalidad que se usará.

Segunda acción: Asignar a cada estudiante a grupos de base cooperativos, no mayor a seis integrantes (para mejor interacción). De forma gradual introducir diferentes aspectos para conseguir grupos heterogéneos, se inicia con priorizar algún aspecto, puede ser lo académico entonces los grupos deben tener a dos miembros con mayor rendimiento, uno de medio y otros dos de bajo rendimiento.

Tercera acción: Distribuir y modificar los escritorios. Cuidar que ningún estudiante se ubique a espaldas de la pizarra, también brindarles espacios como: Paneles para postear trabajos y mobiliario para material. Sobre esta tercera acción, indica Suarez (2010) que la organización del mobiliario detalla el tipo de relación que se practicará. Debe ser simple, permitir la fluidez y

orden. Por su parte Díaz y Hernández (2010) describen arreglos para distribuir el mobiliario en clase, se muestra en la figura 1.

Figura 1: Espacios de aula para trabajar juntos (de la Universidad de Melbourne, 2009)



Fuente: Díaz y Hernández (2010)

De acuerdo a la figura 1, los escritorios pueden arreglarse al estilo café, para desarrollar el trabajo de los grupos, al estilo conferencia, para fomentar argumentaciones entre grupos o al estilo círculo que permite la participación de todo el grupo.

La ambientación de la clase es la cuarta acción, refiere a incluir contenidos para enseñar cómo relacionarse con otros que posean o no alguna particularidad dentro o fuera del aula, además de lo académico. Así como decorar con frases motivadoras sobre las reglas para convivir con otros. A la acción anterior le acompaña la quinta: El establecimiento de normas básicas de convivencia a seguir dentro de clase y en los grupos, los mismos estudiantes deben de proponerlas, si es necesario se colabora con ellos. Un ejemplo de ello es el cuadro 2.

Cuadro 2: Normas para trabajar en grupo

Para el trabajo en grupo las reglas son:

- Todos dan de lo que saben y tienen.
- En silencio trabajar y si lo amerita se hablará con voz baja.
- Señalar su turno para opinar.
- Según la decisión de la mayoría se trabajará.
- Brindar a los compañeros ayuda.
- Pedir ayuda a otros cuando se necesite.
- Recibir la ayuda de otros.
- Desempeñar mi rol y actividades respectivas.
- Siempre participar en todo lo que realice el equipo.
- Estas reglas las cumplo y velo para que otros lo hagan.

Fuente: Pujolàs (2010)

Del cuadro 2, se observa que las normas redactadas son afirmaciones positivas y muestran la actitud a seguir ante una determinada situación de cooperación.

Sexta acción: Determinación y asignación de roles, con la participación directa de los estudiantes se reflexiona sobre los papeles a desempeñar para una buena marcha del equipo. Seguidamente determinar y enlistar tareas, asignar los roles a miembros del equipo. Recordar que los roles se adecuarán según la etapa del equipo, el contexto, materia, edad, características de los estudiantes y son rotacionales. Al respecto Suárez (2010) comenta que ayuda a organizarse y evita actitudes apáticas o de conflicto. La tabla, 1 es una guía para este paso.

Tabla 1: Roles en un equipo cooperativo.

Papeles para formar y hacer que se desarrolle un equipo	Papeles para robustecer el equipo y con el paso del tiempo este sea vigoroso
A ₁ . Responsable-coordinador (Sistematiza e inspecciona material, tiempo y participación de los miembros)	B ₁ . Sintetizador-recapitulador (Se encarga del equipo para la realización de la retroalimentación de las temáticas al elaborar mapas conceptuales o esquemas)
A ₂ . Secretario (Registrar acuerdos, decisiones y presentar formularios)	B ₂ . Verificador de la corrección (Se encarga que el trabajo este según las indicaciones dadas, para asegurarse puede consultar la opinión de un compañero o del docente)
A ₃ . Supervisor del orden (Vigila traslación de roles, el tono de voz y la atención de los miembros)	B ₃ . Verificador de la comprensión (Se encarga de explicar de la misma manera, utiliza otras palabras o realiza cuestionamientos del material que trabajan)
A ₄ . Animador-fomentador de la participación (Refresca al grupo al animarlo y alienta a la participación)	B ₄ . Incentivador de la discusión y el diálogo (Se encarga de promover que los miembros den respuesta y luego se escoja una opción en armonía)
A ₁ . /B ₅ . Observador (Está pendiente y anota las actitudes favorables según sea el rol que desempeñan los miembros del equipo)	

Fuente: Pujolàs, 2010

Según la tabla 1, hay roles para asignar a los miembros, de acuerdo a la etapa donde se encuentra el equipo ya sea de formación o de fortalecimiento.

Séptima acción: Elaborar un plan de trabajo por parte de los equipo periódicamente, donde plasmen objetivos tanto académicos como funcionamiento del equipo, se agrega cargos y compromisos de cada miembro. Vencido el tiempo se evalúa el plan (esto da paso a fomentar el elemento de la revisión del equipo) bajo las normas establecidas. Se verifica el alcance de objetivos, desempeño de papeles; qué se hace bien, qué se mejora como equipo y los próximos

objetivos. Si han aprendido a trabajar en equipo, esto debe reflejarse en las notas individuales de los miembros del equipo. Para Suarez (2010) lo anterior aclara las tareas a realizar. Por ello deben elaborar un cuaderno de equipo para gestionarse pues allí anotarán:

- Nombre del equipo.
- Descripción de los miembros.
- Las normas establecidas.
- Cargos o roles de los miembros con su respectiva descripción.
- Planes de equipo y su respectiva evaluación.
- Reseña de lo realizado en cada sesión del equipo.

Octava acción: Celebraciones en los equipos base y el grupo clase, aunque algunos no lo consideran necesario, lo es porque el estudiante se superó a sí mismo en sus metas propuestas, por lo tanto reverdece en sus compromisos, se anima a aprender y conoce de su capacidad y del apoyo que recibe de los demás.

1.1.5 Acciones docentes

A partir de criterios pedagógicos y del valor que agrega la interacción al aprendizaje, se establece la función docente según Suárez (2010) pues se aplica mejor los procedimientos cooperativos y no solamente se ejecutan como una prescripción a seguir. Describe que en esa función abarca acciones como:

- Diseñar y adecuar la estrategia.
- Facilitar el desarrollo del trabajo en equipo.
- Evaluar el proceso para proponer mejoras y que la interacción ocurra con mayor eficacia.

Por su parte Pujolàs (2010) indica que un profesor además de tomar en cuenta el qué enseñar, cómo enseñar y cómo se aprende, debe incluir las razones y las finalidades de la misma, para enseñar con calidad y formar mejores personas. Propone que el docente implemente en su modelo didáctico, unidades didácticas; que contiene tres momentos con sus respectivas actuaciones:

- El inicio: Realizar una actividad para introducir contenidos, fomentar motivación, explicar con claridad a los estudiantes que deben aprender, evaluar inicialmente y activar conocimientos previos.

- Durante: Presentar contenidos, ejemplos y aclarar dudas. Luego dar paso a realizar las actividades con la estrategia cooperativista. Durante este proceso hay que evaluar formativamente a los estudiantes.
- Al finalizar: Enseñará y proporcionará tiempo para que los estudiantes resuman y sintetizen los contenidos trabajados. También evaluará lo académico y el desempeño grupal de los estudiantes.

Mientras que Díaz y Hernández (2010) enlistan acciones correctas e incorrectas por parte del profesor, (Ver cuadro 3) y establecen que el profesor trabaje con los siguientes principios y estrategias en conjunto:

- Los propósitos del curso y las lecciones sean claras y específicas.
- Antes de la enseñanza, planificar la forma de ubicar a los estudiantes.
- Explicar concretamente la actividad a realizar.
- A los grupos proveerles de monitoreo, intervención y procurar el incremento de habilidades sociales.
- Valorar los alcances de los estudiantes y fomentar el diálogo entre ellos.

Cuadro 3: Acciones del docente y grupos cooperativos.

Prácticas no efectivas	Prácticas efectivas
No conoce cómo funciona el equipo y sus miembros.	Constantemente observa a los equipos, e interviene si es necesario.
El docente únicamente está calificado para decir que esta correcto o no.	Los compañeros pueden opinar si algo es correcto en el trabajo.
Se muestra el esfuerzo de unos pocos estudiantes.	Toda la clase es mostrada como importante por el rol que cada uno desempeña.
No establece una base para saber cómo premiar acciones.	Premia acciones finalizadas e importantes.
Enfoque en una evaluación formal.	Promueve que se reconozcan unos a otros y evalúa de forma variada.

Fuente: Díaz y Hernández (2010)

Se observa en el cuadro anterior que, una buena práctica docente, brinda un correcto acompañamiento a los equipos y busca desarrollar las habilidades sociales en los estudiantes. Por su parte, la Enciclopedia Escuela para Maestros (2007) explica que el docente debe ejercer el papel de supervisor e intervenir en el equipo por medio de preguntas para que reflexionen y se orienten los estudiantes en la actividad que realizan pero en forma moderada y recoger datos al escuchar la interacción del equipo.

1.1.6 Beneficios de TELI

La Enciclopedia Escuela para Maestros (2007) enlista los beneficios que proporciona este tipo de estrategia:

- Los objetivos se logran más por el cúmulo de propuestas y soluciones en los equipos.
- Por las diversas experiencias que se viven hay incremento de aprendizaje.
- Incremento en la socialización por la apertura de los integrantes.
- Mayor motivación por trabajar debido al afecto que proporciona el grupo.
- Mejora el carácter por el desarrollo de relaciones interpersonales.
- Mayor apertura para aceptar a personas con características singulares.
- Ofrece satisfacción al estudiante por su producción.
- Los sentimientos de aislamiento son menores.
- El miedo a ser expuesto y a la evaluación de su desempeño es menor.
- Desarrolla el pensamiento.
- Mejora la autoestima y la integración del grupo.

1.1.7 Dificultades y limitaciones de TELI.

Hay tres enormes dificultades según Suárez (2010) que impiden la aplicación plena de este tipo de estrategias cooperativas:

- Los valores y los fundamentos organizacionales de las instituciones educativas que perciben a las estrategias cooperativistas como alternativas dudosas.
- Las actitudes docentes y de estudiantes. Porque en el profesorado hay paradigmas tradicionalistas de proceder y la equivocada visión del rol, crea una pseudocooperación. Por el otro lado, los estudiantes tienen la incorrecta percepción debido a lo habituados que están a las formas de aprender y ello se ve en la transición que se realiza a esta técnica.

- Las dificultades propias de la dinámica, los cuales son: El efecto polizón; uno solo trabaja y los otros reciben el beneficio, debido a que las producciones son únicas y la evaluación no es constante. Disfuncionalidad; diferentes ritmos de aprendizaje, la autolideración por la poca supervisión y seguimiento docente. Y por último, la falta de desarrollo de habilidades sociales.

Suárez comenta que esto se minimiza si el docente ejerce un buen papel y se detiene a analizar: la cultura organizacional de la escuela, el nivel de interacción de los estudiantes y las habilidades sociales, la adecuación de recursos, la propia actitud docente, la forma de asignar tareas y la responsabilidad de los estudiantes.

1.2 Aprendizaje de productos notables

1.2.1 Definición

Aprender productos notables que es una temática algebraica, posee un doble significado, según Cabanne (2008) basándose en las teorías de Piaget:

- Trabajar con la inteligencia, a través de un proceso que le produzca madurez, prácticas, transferencia del conocimiento y desarrollo de estabilidad.
- O hacer parte de él otras respuestas o estructuras que antes no tenía para aplicarlo a alguna situación u operación mental.

Afirma que lo anterior es desarrollar conocimiento que se visualiza en las actitudes de la persona, puesto que su manera de pensar se ha visto interrumpida por factores externos, que provocan apremios e inestabilidad. Por medio de su cognición resuelve estos conflictos, incorpora a sí mismo una nueva forma de pensar y recupera su estabilidad.

Ahora bien, este aprendizaje se producirá al trabajar con productos notables, nombrados así según Soto (2011) debido a su constante surgimiento en Algebra. Según Jiménez (2006) son casos de multiplicaciones que poseen ciertas particularidades y cumplen normas estipuladas para obtener el resultado: El cual es un polinomio.

1.2.2 Importancia del Álgebra

Para Swokowski y Cole (2007) el álgebra como rama de la matemática, que utiliza las letras para representar de forma general los números, crea y expresa fórmulas que se aplican en diversos contextos ya sea ciencias, ingeniería, economía, el ámbito social, entre otras; para resolver situaciones tales como: Calcular el crecimiento humano, la instalación de una línea eléctrica y efecto del precio sobre la demanda. Por tanto su importancia reside en su utilidad y las formas que la misma ofrece para hallar la solución.

Por su parte Serres (2007) expone que el álgebra proporciona el desarrollo del pensamiento abstracto y de generalización. Los símbolos que lo componen, suministran expresiones para describir características generales de un objeto matemático, que servirá para trabajarlo de manera abstracta posteriormente. Por tanto los jóvenes al ingresar a estudios universitarios, deben conocer y dominar esta temática, pero su importancia no se limita a los estudios sino abarca a la vida diaria, la cual requiere mucho más que saber leer, escribir conocimientos básicos de aritmética, con los avances de hoy en día, es necesario la capacidad de pensar de forma generalizada y abstracta para comprender lo que sucede.

A. El papel del lenguaje algebraico.

Soto (2010) afirma que la matemática es un lenguaje, el cual permite explicar características de un objeto matemático ya sea una ecuación, función o gráfica y solo es posible comprenderla al conocer las reglas de la misma. Agrega Pérez (citado en Esquinas, 2008) que el uso de símbolos (como lo es el lenguaje algebraico) posee estrecha relación con edificar conocimiento, porque construye significados.

Desde el punto de vista de la Dirección General de Gestión de Calidad Educativa ([DIGECADE] 2008) el lenguaje matemático (el cual incluye el lenguaje algebraico) compone la manera de visualizar la vida, porque forma cualidades y un tipo de razonamiento en la persona que trabaja en estructuras matemáticas.

Por todo lo anterior, Esquinas (2008) recomienda para el aprendizaje de estas temáticas, primariamente la creación de esquemas mentales antes de la introducción de signos. Lo anterior,

evita ser percibido como reglas forzosas, ejecutadas de memoria, al requerir la aplicación práctica y lógica ante los problemas. Añade que se comienza al mostrar los límites del lenguaje común, como se hace con la aritmética.

1.2.3 Cuatro lenguajes para el aprendizaje de los productos notables

Para DIGECADE (2008) implementar en la metodología del proceso educativo las estrategias definidas como “formas de pensamiento”, crean en el aula disposición y significación en el aprendizaje de esta temática.

Debido a que las estrategias son para facilitar el aprendizaje, Cabanne (2008) explica la necesidad de dominar cuatro tipos de lenguaje: El lenguaje aritmético como base para dominar el lenguaje algebraico, el cual es útil para generalizar, expresar variables y relaciones de dependencias. Así también el lenguaje común, que facilita la identificación de procesos en diversos medios. Finalmente el lenguaje geométrico: Permite la penetración al concepto matemático al examinar lo que sucede y se puede reemplazar por modelos ya sea físicos o gráficos.

1.2.4 El aprendizaje de los productos notables según el CNB

En la malla curricular del nivel de educación media del grado de segundo básico, establece DIGECADE (2008) su respectiva competencia e indicador de logro para el aprendizaje del mismo (Ver tabla 2)

Tabla 2: Malla curricular segundo grado para el área de matemática

Competencia	Indicador de logro
Se vale de las relaciones y propiedades entre diversos elementos como lo son: Algebraicos, geométricos y trigonométricos, para dar a conocer información y hallar a problemas las respectivas soluciones.	Resuelva las operaciones de los polinomios (suma, resta y multiplicación)

Fuente: Dirección General de Gestión de Calidad Educativa ([DIGECADE] 2008)

De acuerdo a la tabla 2, si el estudiante resuelve los productos notables, se contribuye al logro de la competencia, Asimismo, indica que el alcance se relaciona si edifica significado de

conocimiento en su entorno físico y social; donde el proceso educativo facilita el alcance, dominio y funcionalidad de productos notables. Lo cual adquiere el estudiante al ejercer un papel protagónico de activar el conocimiento constantemente; evoca, incorpora, compara la nueva idea con la antigua. Esto abre una brecha para una calidad de educación pues impulsa entre otros factores responsabilidad y reflexión del estudiante acerca de su aprendizaje en productos notables.

Además propone otras pautas metodológicas y actividades de sugerencia, como:

- Crear situaciones donde utilicen lenguaje algebraico para modelar, analizar y expresar datos.
- Usar figuras geométricas para simbolizar propiedades y hallar soluciones a problemas.
- Propiciar correctamente el trabajo en grupo, donde se valoren las opiniones de otros; responsabilidad propia de su avance en conocimiento y lo comparta después.
- Proponer resolver problemas sobre área, perímetro y volumen por métodos algebraicos.
- Crear materiales concretos para aprender álgebra y favorecer la transición al pensamiento abstracto

1.2.5 Descripción de los productos notables a desarrollar

De acuerdo a lo explicado en el apartado de los cuatro lenguajes para aprender este tema, se incluye a continuación lo correspondiente al conocimiento algebraico como geométrico.

Afirman Ibáñez y García (2009) y Soto (2011) que cuatro son los productos principales y más utilizados:

- Multiplicación de binomios conjugados.
- Multiplicación de dos binomios con un término en común.
- Binomio elevado al cuadrado.
- Binomio al cubo.

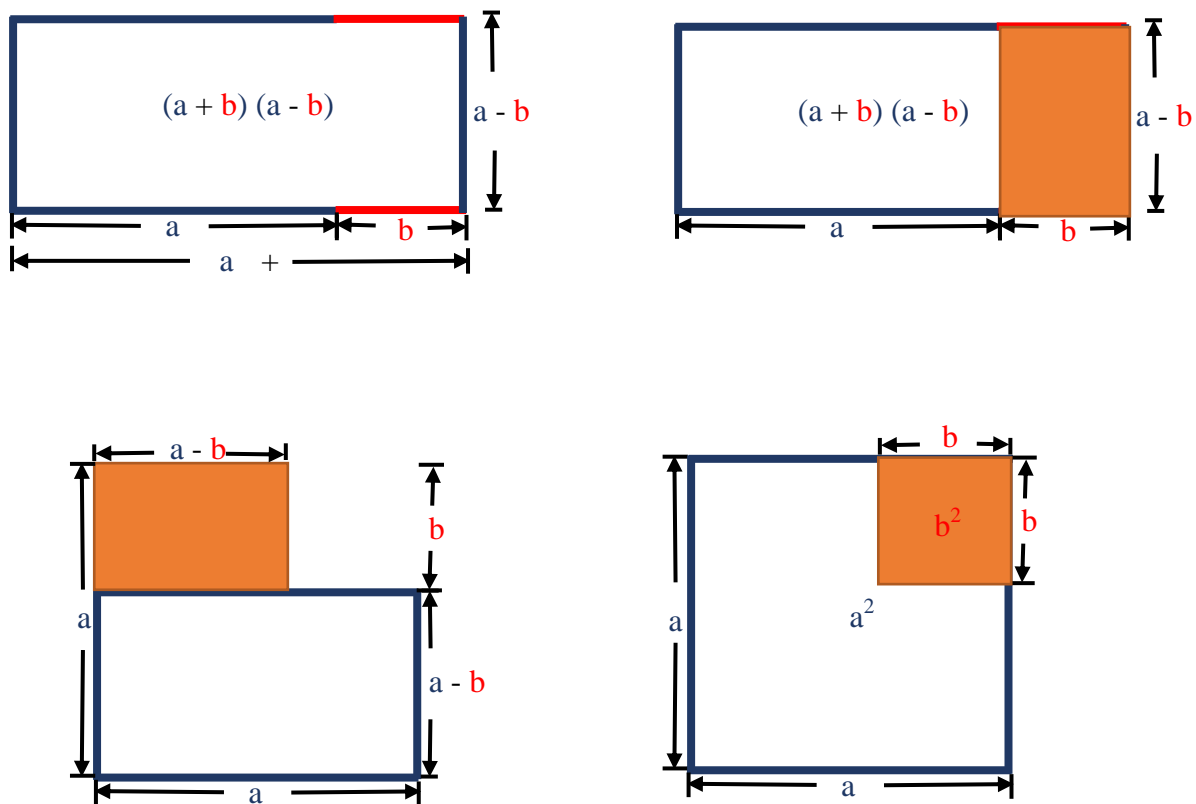
A. Multiplicación de binomios conjugados

Para Ibáñez y García (2009) este par de binomios tienen coeficientes y literales iguales pero un binomio tiene signo menos y el otro signo más, por eso se llama binomios conjugados.

Ejemplo: $(3x + 5y)(3x - 5y)$, se resuelve:

- El primer término de ambos binomios se multiplican: $(3x)(3x) = 9x^2$
- Multiplicar los signos: $(-)(+) = -$
- El segundo término de ambos binomios se multiplican: $(5y)(5y) = 25y^2$
- Entonces al resolver $(3x + 5y)(3x - 5y) = 9x^2 - 25y^2$. Por medio de figuras Ibáñez y García (2009) demuestran este producto (ver figura 2).

Figura 2: Explicación gráfica de multiplicación de binomios conjugados



Fuente: Ibáñez y García (2009)

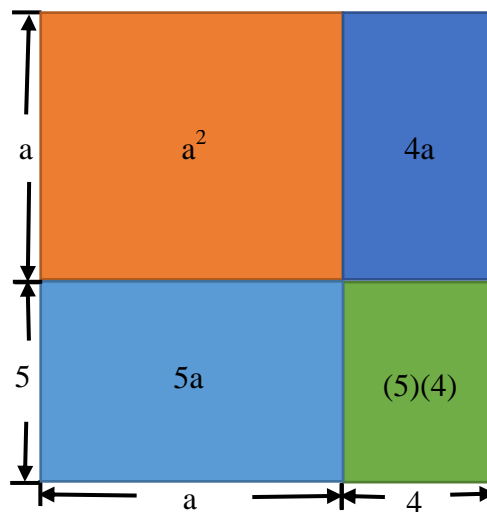
El rectángulo de la figura 2 tiene medidas: Largo $(a + b)$ y ancho $(a - b)$, se divide en dos. Se obtiene otro rectángulo de medidas $(a - b)(b)$, luego es acomodado para formar un cuadrado. Lo cual significa que el área del rectángulo $(a + b)(a - b)$, es la misma que el cuadrado $a^2 - b^2$

B. Multiplicación de dos binomios con un término en común.

Ibáñez y García (2009) los describen como un par de binomios semejantes pero no iguales, es decir existe un término igual en ambos, la expresión $(x + 5)(x - 7)$ es un ejemplo, se identifica que el término común (generalmente son letras) es x , los términos no comunes son 5 y 7 . Se resuelve:

- Luego de identificar los términos, multiplicar los que son comunes: $(x)(x) = x^2$
- Sumar algebraicamente los no comunes (aplicar la ley de signos) $+ (5 - 7) = - 3$ y multiplicarlo con el término en común: $- 3 (x) = -3x$
- Sumar la multiplicación de los no comunes (aplicar la ley de signos) : $+ (5) (-7) = -35$
- Entonces la multiplicación de $(x + 5)(x - 7) = x^2 - 3x - 35$. Al resultado Jiménez (2006) lo nombra como trinomio de la forma $x^2 + bx + c$, también está trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$, donde las literales vienen acompañados de un coeficiente. Por medio de figuras geométricas Ibáñez y García (2009) demuestran este producto notable, figura 3.

Figura 3: Demostración de la multiplicación de dos binomios con un término en común



Fuente: Ibáñez y García (2009)

Al encontrar el área del rectángulo en la figura anterior de medidas $(a + 5)(a + 4)$, se suma cada área de las figuras que conforman el rectángulo, se obtiene: $a^2 + 5a + 4a + (5)(4) = a^2 + 9a + 20$. Pero aclara que es posible si los términos no comunes poseen signos positivos.

C. Binomio elevado al cuadrado

Para IGER (2014) la expresión $(6x + 4)^2$ quiere decir multiplicar dos veces ese binomio.

Para solucionarla los autores Ibáñez y García (2009) y Soto (2010), describen:

- Identificar el primer término de la expresión, el cual es $6x$ y al segundo término que es 4 .

- Seguir la regla:

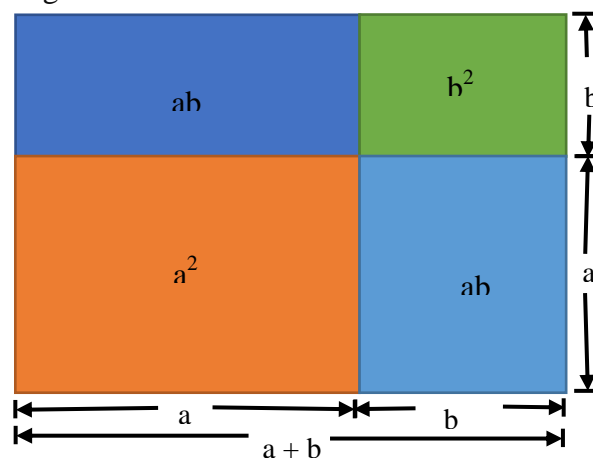
El primer término multiplicarlo por sí mismo $(6x)(6x) = 36x^2$

Multiplicar el primer por el segundo término por 2 y multiplicar los signos $(6x)(4)(2) = 48x$

Multiplicar el segundo término por sí mismo con sus respectivos $(4)^2 = 16$

- La solución del binomio $(6x + 4)^2 = 36x^2 + 48x + 16$, el cual se halla también por deducción geométrica, ver figura 4

Figura 4: Demostración geométrica de binomio al cuadrado



Fuente: Ibáñez y García (2009)

La figura 4, demuestra la solución geométrica. Al obtener el área del cuadrado: $(a + b)^2$, es posible al sumar las áreas internas $a^2 + ab + ab + b^2$ y se obtiene $a^2 + 2ab + b^2$

D. Binomio elevado al cubo

La expresión $(2m + 5)^3$ es un ejemplo de este tipo de productos, su resolución la describen Ibáñez y García (2009) y Soto (2010), como:

- El primer término elevarlo al cubo $(2m)^3 = 8m^3$
- Multiplicar el cuadrado del primer por el segundo término por 3: $(2m)^2 (5) 3 = 60m^2$
- Multiplicar el primer por el cuadrado del segundo término por 3: $(2m) (5)^2 3 = 150m^2$

- Elevar al cuadrado el segundo término: $(5)^3 = 125$
- Al resolver $(2m + 5)^3$ se obtiene $8m^3 + 60m^2 + 150m + 125$

1.2.6 Importancia del aprendizaje de productos notables

Para Robledo-Rella (2014) este conjunto de reglas concretas, favorecen factorizar rápidamente con una simple inspección a la expresión. Según Jiménez (2006) ahorran el tiempo y procedimientos. Soto (2010) indica que al operar con polinomios, se hallan estos productos con regularidad debido a su naturaleza, entonces, se debe tener en mente la “fórmula” para darle los valores adecuados a cada parte de ella.

Indica DIGECADE (2008) que el estudio de la matemática abarca mucho más que aritmética y geometría, se incluye dentro de ella álgebra, teoría de números, cálculo, entre otras. También uno de los componentes del área son las formas, patrones y relaciones. De la cual se desprende los productos notables.

1.2.7 Dificultades en el estudio de productos notables

El tema de productos notables pertenece al álgebra, por tanto al enseñar y aprender según Cabanne (2008) existe diversas dificultades en varias áreas, las cuales son:

- Debido a la naturaleza del tema en el área de la matemática.
- Por el proceso de cognición de los estudiantes así como sus experiencias.
- Debido a la naturaleza de organización de contenidos y los métodos que emplea el docente.
- Por paradigmas y actitudes hacia estos temas.

Por tanto es aconsejable ser asimilado por el docente como dificultad a afrontar; es dañino percibirlo como equivocación del estudiante, que debe de corregirse.

II. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Los estudiantes de nivel medio inician el estudio de los productos notables en los grados de segundo y tercero básico, lo cual es un tema algebraico base para el anclaje de otros contenidos. Dentro de esta situación se presenta el problema que los discentes al resolverlos no saben qué algoritmo aplicar para hallar la solución, puesto que no reconocen ni diferencian cada caso, ello se debe a la forma en que se les ha compartido el conocimiento, resultado del proceso de enseñanza y aprendizaje tradicionalista, lo cual conlleva que la resolución de ejercicios sea de forma mecánica, donde el docente es protagonista de la mayor parte del tiempo en el aula.

En contraste, el curriculum nacional base propone que el aprendizaje se desarrolle de forma significativa, donde los estudiantes constituyan el centro del proceso para interactuar, construir y buscar el bien común. Por ello, el presente estudio implementará el trabajo en equipo-logro individual (TELI), estrategia que propicia el trabajo cooperativista por medio del desarrollo de habilidades interpersonales, en el aprendizaje de productos notables, para responder a la pregunta: ¿Cómo incide la aplicación de la estrategia trabajo en equipo-logro individual en el aprendizaje de los productos notables?

2.1 Objetivos

2.1.1 Objetivo general

Analizar la incidencia de la estrategia trabajo en equipo-logro individual en el aprendizaje de los productos notables.

2.1.2 Objetivos específicos

- Establecer el nivel de conocimiento del tema de productos notables en los dos grupos; uno experimental y otro de control.
- Implementar la estrategia trabajo en equipo-logro individual en el grupo experimental.
- Evaluar el aprendizaje del tema de productos notables en ambos grupos.
- Comparar los resultados obtenidos en el grupo experimental contra los resultados del grupo control.

2.2 Hipótesis

H₁: Al aplicar la estrategia trabajo en equipo-logro individual en el grupo experimental al aprender el tema de los productos notables existe una diferencia significativa al 0.05 con respecto a los resultados del grupo control en el aprendizaje del mismo tema.

H₀: Al aplicar la estrategia trabajo en equipo logro-individual en el grupo experimental al aprender el tema de los productos notables no existe diferencia significativa al 0.05 con respecto a los resultados del grupo control en el aprendizaje del mismo tema.

2.3 Variables de estudios

Trabajo en equipo logro-individual.

Aprendizaje de productos notables

2.4 Definición de variables

2.4.1 Definición conceptual

Trabajo en equipo-logro individual.

Para Díaz y Hernández (2010) y Stigliano y Gentile (2006) el trabajo en equipo-logro individual es una estrategia para aprender cooperativamente, por lo cual se ubican a los alumnos en grupos de cuatro integrantes, quienes trabajan en la actividad dada por el docente hasta aprender el tema, luego de forma individual responden el cuestionario otorgado. Ese resultado es comparado con los anteriores, de manera que su avance individual determina los puntos que recibe su equipo.

Aprendizaje de productos notables.

Según la Enciclopedia Escuela para Maestros (2007) e Ibáñez y García (2009), aprendizaje de productos notables es la adquisición de una conducta nueva y duradera, puede ser física o mental acerca del conocimiento de los productos notables; reglas que determinan como solucionar ciertas multiplicaciones sin elaborar demasiados algoritmos. Este será un verdadero cambio de conducta si la persona lo hace suyo al enfrentar situaciones en su vida.

2.4.2 Definición operacional

Variables	Instrumentos	Quienes Responden	Análisis
a) Trabajo en equipo logro-individual	Escala de rango	Investigadora	Medidas de tendencia central y variabilidad sobre los promedios de elementos de la estrategia
b) Aprendizaje de Productos notables	Prueba objetiva al inicio y al finalizar la investigación	Estudiantes	T-student

Fuente: Elaboración propia

2.5 Alcances y límites

El estudio comprende la aplicación de la estrategia cooperativista, TELI en el aprendizaje de productos notables, se abordan los cuatro casos principales con estudiantes del ciclo básico, correspondientes al segundo grado, de las cuatro secciones se trabaja con dos, las cuales son: “A” y “B”.

Se llevó a cabo en el Instituto de Educación Básica del municipio de San Cristóbal, departamento de Totonicapán.

2.6 Aporte

Los resultados de esta investigación, contribuyen al desarrollo de la calidad educativa en el área de matemática para el país; fortalece la metodología para el aprendizaje de la matemática en la sociedad; promueve el aprendizaje significativo de productos notables a través del trabajo cooperativo y esto fortalece las habilidades matemáticas y competencias valóricas, para contrarrestar el rechazo a la matemática en el nivel básico.

El estudio se compartirá en cursos metodológicos en las carreras de profesorado de enseñanza media de la universidad Rafael Landívar, como en la licenciatura de la enseñanza de la Matemática y Física, a partir de ello, se pretende generar en las aulas ideas para crear más

situaciones pedagógicas efectivas. Es un precedente para futuras investigaciones de la facultad de humanidades del campus de Quetzaltenango. Finalmente sirve de modelo de aplicación para enriquecer la metodología de los profesionales actuales y futuros en el área de matemática.

III MÉTODO

3.1 Sujetos

Esta investigación se llevó a cabo con estudiantes de segundo grado del ciclo de educación básica, inscritos en el Instituto de Educación Básica INEB, en San Cristóbal Totonicapán, departamento de Totonicapán. Son 160 estudiantes del curso de matemática II, jornada vespertina. Se tomó de ellos a 38 estudiantes de la sección “A” y 39 estudiantes de la sección “B”, quienes se encuentran entre las edades de 13 a 15 años, de ellos 46 son jóvenes y 26 son señoritas. Para llegar al establecimiento la mayoría camina unos 15 minutos o toma transporte y se dedican solamente a estudiar 33 de los 78 estudiantes, los demás trabajan al mismo tiempo que asisten al establecimiento.

3.2 Instrumentos

Las herramientas que sirvieron para recolectar los datos y llevar a cabo el estudio son:

- Pruebas objetivas: Según el Ministerio de Educación (2011) consiste en un grupo de ítems correctamente elaborados para aplicarlo a situaciones académicas. Se utilizan para medir variables específicas así lo afirman Hernández, Fernández y Baptista (2014) como el conocimiento, personalidad, entre otras. La finalidad de aplicarlo es establecer el nivel de conocimiento sobre productos notables en los estudiantes y así evaluar la estrategia que se investiga; se elaboró el tipo no estandarizado.

Se aplicó a ambos grupos una prueba objetiva inicial o pre-test y una prueba objetiva final o post-test, cada una fue valorada en 100 puntos. El pre-test, contiene 6 ítems de evocación simple e incluye 7 ejercicios de operaciones algebraicas y consta de 4 ítems de selección múltiple y 3 ejercicios de productos notables el post-test

- Escala de rango: Para Hernández, Fernández y Baptista (2014) consiste en afirmaciones para valorar la reacción de la persona según indicadores. Es utilizado según los autores antes citados para “medir un objeto de actitud”; en este estudio son los cinco elementos que conlleva trabajar cooperativamente: Interdependencia positiva, responsabilidad personal, interacción estimulante cara a cara, revisión periódica del equipo y habilidades sociales.

Se utilizó para medir la implementación de la estrategia, del tipo Likert se elaboró y se empleó semanalmente, donde se valoró un elemento anterior más un elemento nuevo. Se calificó a través de asignar un valor numérico a cada indicador: (5) Completamente verdadero, (4) verdadero, (3) ni verdadero ni falso, (2) falso y (1) completamente falso. Cada ítem se tomó como una variable independiente por tanto no se realizó una suma total sino que se promedió según la calificación semanal.

3.3 Procedimiento

La investigación se desarrolló de la siguiente forma:

- Selección del tema

El punto de partida de la investigación fue hallar estrategias para contribuir a la armonía entre estudiantes y la matemática en el ciclo básico, puesto que se considera importante fortalecer los conocimientos en esta área.

- Elaboración de Antecedentes

Según las orientaciones proporcionadas por la catedrática del curso de Tesis I y de los lineamientos de la guía para el proceso de graduación de la universidad, se buscaron tesis y revistas que abordaran temáticas relacionadas con esta investigación.

- Redacción de la fundamentación teórica

Es la compilación de los temas específicos a desarrollar en la investigación, proveniente de libros electrónicos o físicos, así como de diccionarios y enciclopedias. Las publicaciones citadas vienen desde el año 2006 hasta el presente año para poseer información reciente.

- Planteamiento del problema

En esta fase se describió la problemática que contesta a la pregunta de investigación así también se fijaron los objetivos, se redactó las hipótesis, el alcance, los límites y el aporte. También se definió de forma operacional y conceptual las variables.

- Redacción del método

Contiene descripciones de los sujetos a investigar, instrumentos empleados, así como el procedimiento, tipo y diseño del estudio; el análisis efectuado a datos provenientes de los sujetos.

- Elaboración de los instrumentos

Es la fase donde se elaboró los instrumentos para medir las variables al recolectar datos de los sujetos. Estos van acorde a los objetivos de investigación y según la definición operacional en el planteamiento.

- Aplicación de la estrategia

La investigadora inició el trabajo de campo al emplear el estímulo experimental: Estrategia TELI al grupo experimental (sección B) en la temática seleccionada y con la otra sección trabajó el contenido matemático de la forma acostumbrada con los estudiantes.

- Tabulación de resultados

Se procedió a calificar las pruebas objetivas tanto iniciales, como finales de ambos grupos y los datos se tabularon para su respectivo análisis, asimismo se codificaron cada uno de los ítems de las escalas de rango a datos numéricos para realizar cálculos estadísticos.

- Análisis de datos

Con los datos organizados en tablas, se resumió los resultados de los instrumentos como lo son las pruebas objetivas iniciales y finales, se aplicó a los mismos la prueba estadística t.

- Redacción de discusión de resultados, conclusiones y recomendaciones

Seguidamente se confrontó los resultados obtenidos con el marco teórico y los antecedentes recolectados, se finalizó con las conclusiones que van en relación con los objetivos y se ofrecen sugerencias en las recomendaciones para posteriores estudios.

- Elaboración de referencias

Es la lista de todas las fuentes que se consultaron tanto para la elaboración de los antecedentes, fundamentación teórica y el método, ordenados alfabéticamente por el apellido del autor y estructurados según la naturaleza del documento.

- Presentación del informe final.

Recopilada toda la información y concluidos cada uno de los capítulos del trabajo investigativo se consolidó para la respectiva impresión y aprobación.

3.4 Tipo de investigación, diseño y metodología estadística

Es del tipo cuantitativa la investigación, puesto que la recolección de datos se usa para refutar o no la hipótesis relacionada con alguna teoría explican Hernández, Fernández y Baptista (2014) a través del uso de valoraciones numéricas y el análisis estadístico.

La investigación posee un diseño experimental, definido por Morales (2013) y Hernández, Fernández y Baptista (2014) como el plan para recoger datos en la investigación, esto a través de manipular la variable independiente y analizar las consecuencias en la variable dependiente y así explicar el cambio en el grupo experimental contra el grupo control.

Para analizar los datos se aplicó la prueba estadística t de Student, según Morales (2012) y Hernández, Fernández y Baptista (2014) es un valor que indica la existencia de una diferencia significativa entre dos grupos; es decir si el valor obtenido esta fuera del área normal o probable. Se puede obtener por el programa EXCEL y por las fórmulas siguientes:

- Valor estadístico t: $t = \frac{\bar{x} - \bar{y} - \Delta_o}{S_{x-y}}$

La media de la muestra se obtiene de $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ y $\bar{y} = \frac{\sum y}{n}$

Para $\sigma_1 \neq \sigma_2$ entonces $S_{x-y} = \sqrt{\frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m-2}} \sqrt{\frac{n+m}{nm}}$

Para Achaerandio (2010) el límite para dejarle la explicación de la ocurrencia de un cambio a la probabilidad es del 0.05 en una investigación por tanto el nivel de confianza es del 95% y se verifica la incidencia de la estrategia si $t \leq -t_{\alpha/2,v}$ o $t \geq t_{\alpha/2,v}$

De manera que la hipótesis nula y alternativa quedó planteada como:

- $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = \Delta_0$
- $H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq \Delta_0$

En Morales (2012) y Morales (2013) afirma que se debe obtener una magnitud de la diferencia significativa para que sea más interpretable el resultado a través del tamaño del efecto:

$$\text{Tamaño del efecto (d)} = \frac{2t}{\sqrt{N_1 + N_2 - 2}}$$

Y los indicadores para valorar el tamaño del efecto de Cohen son: 0.20 = pequeño, 0.50 = moderado y 0.80 = grande.

IV PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

Tabla 3: Resultados de la implementación de la estrategia TELI en el grupo experimental.

	Elemento 1 (interdependencia positiva)	Elemento 2 (Responsabilidad y compromiso personal)	Elemento 3 (Interacción estimulante cara a cara)	Elemento 4a (revisión periódica del equipo y establecimiento objetivos mejora)	Elemento 4b (revisión periódica del equipo y establecimiento objetivos mejora)	Elemento 5 (habilidades sociales)
Semana 1	2					
Semana 2	4	2	3			
Semana 3	4	3	3	3	5	
Semana 4	3	3	3	3	5	3
Promedio	3.25	2.67	3	3	5	3

Fuente: Elaboración propia, Octubre 2015

La tabla 3 muestra los resultados al introducir la estrategia Trabajo en equipo-logro individual, TELI, con los estudiantes en el grupo experimental, según las escalas de rango.

Tabla 4: Medidas de tendencia central y variabilidad según promedios de los elementos de TELI

Moda	Mediana	Media	Rango	Desviación Estándar	Puntuación más alta observada	Puntuación más baja observada
3	3.5	3.3	2.33	0.02	5	2.67

Fuente: Elaboración propia, Octubre 2015

La tabla anterior indica que de los 10 grupos solamente la mitad aplicaba a su aprendizaje cada uno de los elementos que conlleva trabajar en equipo, pues la categoría que más repitió fue 3 (ni verdadero, ni falso). La mitad de los grupos está por arriba del valor 3.5 y el resto por debajo de este (mediana). El promedio de los grupos es de 3.3 y se desvían 0.02 de la escala. El elemento que menos se aplicó fue la responsabilidad (Elemento 2) pues recibió una calificación de 2 (falso).

Tabla 4: Puntuaciones de los estudiantes en el pre-test y post-test

Grupo Experimental: Segundo, sección B				Grupo contraste: Segundo, sección A			
Clave	Pre	Post	Diferencia	Clave	Pre	Post	Diferencia
1	55	60	5	1	10	20	10
2	50	60	10	3	45	50	5
3	65	70	5	4	15	30	15
4	50	50	0	5	25	50	25
5	80	100	20	6	80	60	-20
6	60	90	30	7	0	40	40
7	40	30	-10	8	20	90	70
8	20	40	20	9	25	20	-5
9	5	30	25	10	30	40	10
11	95	60	-35	12	65	80	15
12	70	40	-30	13	80	100	20
13	30	50	20	14	30	50	20
14	35	40	5	15	20	20	0
15	85	30	-55	16	20	40	20
16	20	30	10	17	20	40	20
17	65	60	-5	18	60	70	10
18	5	30	25	19	10	50	40
19	15	20	5	20	60	50	-10
20	10	40	30	21	15	50	35
21	65	60	-5	22	40	60	20
22	40	50	10	23	40	30	-10
23	50	40	-10	24	55	100	45
24	10	40	30	25	30	60	30
25	30	70	40	27	20	40	20
26	20	30	10	28	5	20	15
27	10	40	30	29	20	30	10
28	50	60	10	30	25	40	15
29	35	50	15	31	55	70	15
30	50	90	40	32	15	30	15
31	15	30	15	33	50	50	0
32	20	50	30	34	15	40	25
33	35	10	-25	35	15	60	45
34	20	30	10	36	5	30	25
36	20	40	20	37	15	40	25
38	20	40	20	38	45	40	-5
39	35	50	15	39	15	10	-5
40	15	40	25	40	45	40	-5
41	20	80	60	41	30	60	30
42	15	80	65	Media	30.79	47.37	16.6
Media	36.67	48.97	12.31				

Fuente: Elaboración propia, Octubre 2015

Se muestra en la tabla 5 los datos recopilados de la aplicación de las pruebas objetivas: Inicial (antes de emplear la estrategia con uno de los grupos) para medir conocimientos generales de álgebra y final (después de aplicar la misma) para conocer sobre el aprendizaje de productos notables.

Tabla 5: Resultados de realizar el contraste de medias

	Grupo experimental, N = 39 Segundo, sección "B"			Grupo contraste, N = 38 Segundo, sección "A"			t(p)	Tamaño del efecto
	Pre-test	Post-test	Post menos pre	Pre-test	Post-test	Post menos pre		
Media	36.67	48.97	12.30	30.79	47.37	16.58	t = 0.34	d = 0.07
Desviación	23.66	20.23	-3.43	20.62	21.27	0.65	Valor Crítico =1.99	

Fuente: Elaboración propia, Octubre 2015

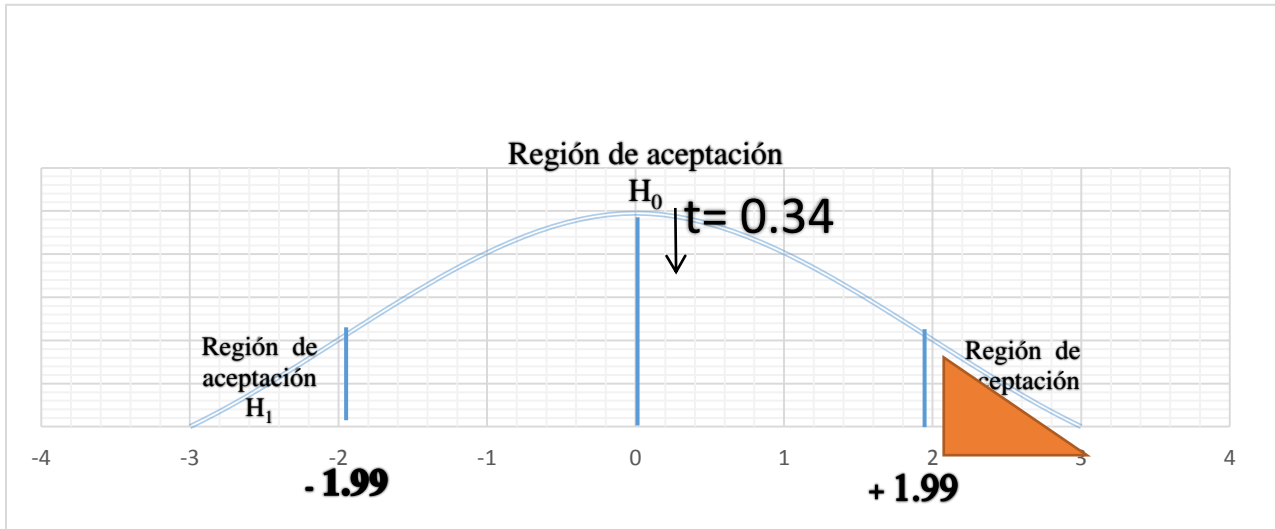
De la tabla 6, se observa que al calcular la media del grupo experimental en el Pre-test obtuvo 36.67 puntos y se aleja en 23.66 unidades con respecto de la media, mientras que el grupo control la media es de 30.79 puntos y una desviación estándar de 20.62 unidades. En el post-test, luego de aplicar la estrategia el grupo experimental tuvo una media de 48.97 puntos y una desviación estándar de 20.23 unidades, en tanto el grupo control obtuvo una media de 47.37 puntos y se aleja de la media 21.27 unidades.

La diferencia que existe entre ambas secciones es muy pequeña debido a que el valor t es de 0.34, realizado a un nivel de confianza del 95%. Estadísticamente se interpreta como un cambio no significativo porque $t < t_{\alpha/2, v}$ y $t_{\alpha/2, v} = 1.99$ (valor crítico).

Al cuantificar la puntuación de t para interpretar mejor el resultado a través de calcular el tamaño del efecto (d) se obtiene un 0.07 y comparándolo con la escala de Cohen dicha ponderación se encuentra por debajo del 0.20 que corresponde a decir que la estrategia en esta situación experimental ha tenido un efecto muy pequeño.

De las dos hipótesis planteadas, los datos aportan evidencia únicamente para la hipótesis nula la cual afirma que: Al aplicar la estrategia trabajo en equipo logro-individual en el grupo experimental al aprender el tema de los productos notables no existe diferencia significativa al 0.05 con respecto a los resultados del grupo contraste en el aprendizaje del mismo tema. Por tanto en el siguiente capítulo se argumenta el por qué no se aportó evidencia a favor de la hipótesis alterna y el resultado gráfico de la prueba de hipótesis se muestra a continuación.

Gráfica 1: Resultado gráfico de la comprobación de hipótesis a través de la diferencia de medias



Fuente: Elaboración propia, Octubre 2015

En la gráfica 1, se observa que t cuyo valor es de 0.34, es localizado dentro de la región de aceptación de la hipótesis nula.

V DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Al ubicar a los estudiantes del grupo experimental en equipos, conformados por 4 estudiantes, configurados de tal manera que, en cada grupo hubiera: Uno con alto, dos de medio y uno de bajo rendimiento, además que dos integrantes fueran jóvenes y dos señoritas, es para llevar a cabo lo planteado en la investigación, de aplicar la estrategia trabajo en equipo-logro individual TELI y así responder a la pregunta de cómo incide el empleo de la misma en el aprendizaje de los productos notables. Por tanto el estudio, tiene la finalidad de analizar la incidencia de la interacción entre los estudiantes en el aprendizaje del tema matemático y ofrece como explicación alterna, que por el empleo de la estrategia existe entre el grupo experimental y control una diferencia significativa en los resultados al 0.05 en el aprendizaje de los productos notables.

A través del pre-test, se determinó que el grupo experimental con una media de 36.67 puntos aventaja en conocimientos sobre productos notables al grupo control en 5.88 puntos, quien obtuvo una media de 30.79 puntos.

La investigación coincide con lo expuesto por otras, tal como Roselli (2008), quién identifica el desafío de los jóvenes que aprenden en interrelación con otros, pues lidian con el conocimiento y con las relaciones interpersonales, luego de emplear un método de enseñanza grupal y un método individualista en dos grupos de estudiantes. También comprobó que el aprendizaje cooperativo se desarrolla mejor en procesos de ejercitación. Así que, en la presente investigación al emplear la estrategia TELI, se observó que al conformar los grupos y reacomodar a los estudiantes en las agrupaciones para generar la heterogeneidad en rendimiento académico y género, a los estudiantes no les resultó fácil trabajar de esta forma; puesto que al iniciar las clases los escritorios se arreglaban al estilo café, pero estos estaban muy distantes, se les instó siempre a acercarse para comunicarse mejor, lo cual sucedió con el paso del tiempo. Se encontró que la dificultad residía en la falta de costumbre en trabajar entre jóvenes y señoritas, menos cuando un docente les asignara a estructuras grupales, donde había compañeros con quienes no habían trabajado antes.

Mientras que Adesoji (2009), quien aplicó la estrategia TELI para mejorar las habilidades matemáticas en sus estudiantes, encontró que es eficaz para alcanzar un mayor conocimiento y favorece a entablar relaciones positivas entre compañeros y hacia el docente. Así mismo Iglesia y López (2014), comprobaron que el docente potencia las capacidades de sus estudiantes, tanto cognoscitivas como afectivas luego de emplear la estrategia TELI. No obstante en el presente estudio, el desarrollo de habilidades sociales en las estructuras grupales se vio limitado por el tiempo, porque el curso se impartía los días lunes y martes por tanto si había alguna actividad se veía interrumpido el trabajo con el grupo experimental. Añadido las diversas actividades que se realiza por la estrategia, los estudiantes tenían poco espacio para ejercitar, como para aprender de estos elementos. En tanto en el grupo contraste se privilegiaba de recibir explicaciones más detalladas sobre los procedimientos. La asimilación de la técnica, es la otra limitante, pues los estudiantes no aplican constantemente las normas: Escasas explicaciones se brindaban en dudas de la lectura realizada para luego resolver los ejercicios, por lo que se les indicó que no se les respondería dudas sin antes haber consultado a sus compañeros, por ello es que se pondera en la escala de rango una media de 3.3 puntos el empleo de los elementos (ver tabla 4).

El avance en la clase fue lento cuando los grupos leían sobre el contenido, así que la docente prosiguió a exponer o realizar un par de demostraciones para presentar el contenido en 15 minutos o menos a los grupos, así ellos trabajaran la transferencia de algoritmos, lo cual resulto mejor, pues interactuaban un poco más, de manera que se corrobora lo descrito por Roselli.

Por su parte Barreto (2014), a través de su estudio, indica que deducir geoméricamente los productos notables será posible si antes se trabaja los sólidos de geometría juntamente con material manipulable. En la investigación, se utilizó solamente las imágenes de figuras geométricas para hacerles comprender cómo deducirlo, pero fue en vano pues al no manejar tales conceptos se confundían con las explicaciones algebraicas del procedimiento.

Ahora bien, Acevedo (2006), presenta resultados sobre el ascenso en notas a través de promover el trabajo en equipo por medio de guías y manipulables. Su estudio trata del aprendizaje cooperativo y los productos notables, logró determinar que sus estudiantes al trabajar en pequeños grupos elevaron su nota con respecto al pre-test y uno de los inconvenientes

encontrados fue el tiempo. En el presente estudio, al evaluar el aprendizaje de los productos notables en ambos grupos, se observó que el grupo experimental en el post-test obtuvo una media de 48.97 puntos, su nota promedio ascendió 12.30 puntos con respecto al pre-test, pero no fue más alta que el grupo control (ver tabla 5), pues ellos obtuvieron una nota promedio de 47.37 puntos, los cuales ascendieron 16.58 puntos. Por tanto se confirma lo afirmado por Pujolàs (2010), que aprender más y sobreabundantemente se relaciona a la ayuda mutua, intercambio de opiniones y si un elemento esta carente no se produce los beneficios deseados, lo cual le hizo falta al grupo experimental. Por tanto se coincide con Roselli, es todo un desafío el desarrollar relaciones interpersonales, pues en la medida que incorporen actitudes se logrará la cosecha esperada pues el trabajo grupal es en base a ideas y no por gustos. Cabe resaltar que el grupo control tendía a conformarse por triadas o pares al resolver los ejercicios, aunque siempre se les instó a trabajar individualmente.

En tanto, Cadoche y Galván (2006), quienes constataron mejoría en las competencias interpersonales, unión grupal y labor docente luego de haber empleado el trabajo en equipo-logro individual, TELI a un grupo de estudiantes. Además los estudiantes se beneficiaron en disminuir la tensión y aumentar la confianza al recibir el curso de matemática. En contraposición, en esta investigación que se analiza, se midió el efecto de TELI en el nivel de aprendizaje de productos notables en los estudiantes y se contrastaron con la sección que no trabajó de esta forma, por tanto se hace necesario investigar qué ocurre en la percepción de los jóvenes al estudiar matemáticas de esta forma, su opinión luego de trabajar este tipo de estrategia y los posibles cambios que pueda producirse en el futuro en cuanto a conocimiento y actitudes que desarrollen los estudiantes.

En cuanto a Martos (2008), quien investigó el valor que se otorga a los productos notables por medio de encuestar a docentes, concluyó que la percepción en muchas instituciones es de concepto y no así como una técnica y los tutores no toman la apreciación que los estudiantes le asignan a esta temática. Esta variable, en la investigación fue estudiada a través de aplicar una estrategia para su aprendizaje tal como lo hicieran: Amaya (2009), a través de su estudio, concluyó que implementar una secuencia didáctica basada en teorías didáctico-matemáticas resulta en aprendizajes significativos en el tema de productos notables y motivación en el

estudiante. Valencia (2012), en su investigación concluyó que emplear organizadores gráficos en temas de productos notables y factorización produce efectividad en el aprendizaje.

Por tanto al comparar los resultados de los grupos experimental y control a un nivel de significancia estadística del 0.05, se observa que la implementación del trabajo en equipo-logro individual como estrategia fue influyente en el aprendizaje de productos notables, aunque menos incidente en comparación con el grupo control, debido a que el valor t es de 0.34 menor al valor crítico el cual es 1.99.

En consecuencia del proceso de contrastar los resultados de ambos grupos de estudiantes, se alcanzó el objetivo general, el cual literalmente afirma: Analizar la incidencia de la estrategia trabajo en equipo-logro individual en el aprendizaje de productos notables. Así mismo se rechaza H_1 y se acepta H_0 que asevera: Al aplicar la estrategia trabajo en equipo logro-individual en el grupo experimental al aprender el tema de los productos notables no existe diferencia significativa al 0.05 con respecto a los resultados del grupo control en el aprendizaje del mismo tema.

VI CONCLUSIONES

- Se determinó a través del pre-test, aplicados al grupo experimental y control en el cual el primero obtuvo una media de 36.67 y el segundo alcanzó una media de 30.79 puntos de manera que aventajaba en 5.88 puntos el experimental al control.
- Se implementó la estrategia TELI en el grupo experimental, a través de incorporar los elementos del trabajo en equipo: Interdependencia positiva, responsabilidad y compromiso personal, interacción estimulante cara a cara, revisión periódica del equipo y habilidades sociales para el aprendizaje de los productos notables; mediante explicaciones, reflexiones y dinámicas. Como resultado solamente 5 de los 10 grupos practicaron dichos elementos en las actividades de clase, pues se obtuvo en la escala de rango una media de 3.3 puntos.
- Al evaluar el aprendizaje de los productos notables se evidenció que el grupo experimental obtuvo una nota promedio de 48.97 puntos en el cual ascendieron 12.30 puntos con respecto al pre-test, en tanto el grupo control obtuvo un promedio de 47.37 puntos y ascendió 16.38 puntos.
- Al comparar las notas obtenidas del grupo experimental con respecto al grupo control por medio de la prueba estadística t de student, se encontró que t se valora en 0.34, el cual es menor a 1.99, que es el valor crítico. Por tanto no existe diferencia significativa al 0.05. Debido a que el grupo experimental le hizo falta integrar totalmente, cada uno de los elementos básicos del trabajo en equipo.

VII RECOMENDACIONES

- Que los docentes y futuros investigadores apliquen pruebas pre-test, con el cual se genere una perspectiva real del estado previo del conocimiento matemático en los grupos de estudiantes, para medir objetivamente el progreso de los alumnos en base a los resultados del pre-test.
- Que los docentes en el establecimiento apliquen adecuadamente equipos mixtos de trabajo con la implementación de la estrategia, de manera que los estudiantes se apropien de los elementos para trabajar en equipo y así obtengan los beneficios de potenciar su conocimiento, aprender a interrelacionarse con el género opuesto y empoderarles para trabajar en equipo en otros contextos.
- Que los docentes e investigadores realicen una cuidadosa planeación de la bitácora en función de aprovechar el tiempo que disponen, así mismo se implemente el tiempo suficiente, puesto que la aplicación de la estrategia con lleva la enseñanza y aprendizaje del contenido matemático como también la transferencia e incorporación de los elementos para el trabajo en equipo conformado por estudiantes de ambos sexos.
- Que los docentes apliquen los elementos del trabajo en equipo en todas las áreas, así promover las habilidades sociales para la transformación del paradigma sobre las estructuras grupales. Así mismo fomentar el análisis sobre los pros y los contras, sobre las estrategias cooperativistas con estudiantes de la facultad de humanidades y se investigue sobre la influencia de estas estrategias en la actitud de los estudiantes hacia el curso de matemática.

VIII REFERENCIAS

- Acevedo, H. (2007). Enseñanza de los productos notables por medio del aprendizaje cooperativo (Tesis de licenciatura). Recuperada de <http://repositorio.uis.edu.co/jspui/bitstream/123456789/7120/2/125267.pdf>
- Achaerandio, L. (2010). Iniciación a la práctica de la investigación, 7ª ed. Guatemala: Universidad Rafael Landívar. Instituto de Investigaciones Jurídicas.
- Adesoji, F. y Ibraheem, T. (2009). Effects of student teams-achievement division strategy and mathematics knowledge on learning outcomes in chemical kinetics. *Journal of international social research*, vol. 1, 15-26
- Amaya, D. (2009). Operaciones con polinomios y productos notables: Una propuesta de enseñanza [Ponencia]. Universidad pedagógica y tecnológica de Colombia. Recuperado de http://www.sosyalarastirmalar.com/cilt2/sayi6pdf/adesoji_ibraheem.pdf
- Barreto, J. (2014). Dinamización matemática: Deducción geométrica de los productos notables en el espacio tridimensional como recurso didáctico en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática. *Unión* 38, 115-133. Recuperado de <http://www.fisem.org/www/union/revistas/2014/38/archivo11.pdf>
- Cabanne, N. (2008). Didáctica de las matemáticas. Buenos aires: Editorial Bonum
- Cadoche, L. y Galván, S. (2006). Trabajo en equipo-logro individual: Una experiencia de aprendizaje cooperativo en medicina veterinaria. *REDVET*, 10 vol. 7. Recuperado de <http://www.veterinaria.org/revistas/redvet/n111106/110625.pdf>
- De la Cerda, M. (2013). Por una pedagogía de ayuda entre iguales. España: GRAO. Recuperado de <https://books.google.com.gt/books?id=Ta0pkMep-WIC&pg=PA203&dq=por+una+pedagogia+de+ayuda+entre+iguales&hl=es&sa=X&ei=h-5fVdr9NLDPsQSo9YDAAw&ved=0CBsQ6AEwAA#v=onepage&q=por%20una%20pedagogia%20de%20ayuda%20entre%20iguales&f=false>

Díaz, F, y Hernández, G. (2010). Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista. México: MacGraw Hill

Dirección General de Gestión de Calidad Educativa –DIGECADE– (2008). Curriculum Nacional Base: Ciclo básico del nivel medio Guatemala: Ministerio de Educación

Enciclopedia Escuela para Maestros (2007) Aprendizaje cooperativo. España: Lexus. Pág. 869-877

Esquinas, S. (2011). Dificultades de aprendizaje del lenguaje algebraico: del símbolo a la formalización algebraica: aplicación a la práctica docente. España: Universidad Complutense de Madrid. Recuperado de <http://www.ebrary.com>

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, M. (2014). Metodología de la investigación, 6ª. ed. MacGraw Hill: México.

Ibañez, P y García, G. (2009). Matemáticas: Aritmética y álgebra. México: Cenage Learning. Recuperado de https://books.google.com.gt/books?id=P3UTxcpEgDcC&printsec=frontcover&hl=es&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false

Iglesia, J. y López, T. (2014). Estudiar y aprender en equipos cooperativos: Aplicación de la técnica TELI (Trabajo en equipo-logro individual) para trabajar contenidos matemáticos. Magister 1, vol. 28. Recuperado de <http://dev2.elsevier.es/es-revista-magister-375-articulo-estudiar-aprender-equipos-cooperativos-aplicacion-90355662>

Instituto de Educación Radiofónica –IGER– (2014) Matemática Segundo Semestre Uatlán. Guatemala: IGER. Recuperado de https://books.google.com.gt/books?id=CtETBAAAQBAJ&printsec=frontcover&hl=es&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false

Jimenez, J. (2006) Matemática 1 SEP. México: Ediciones Umbral. Recuperado de https://books.google.com.gt/books?id=n-Ebosd6UZEC&hl=es&source=gbs_slider_cls_metadata_9_mylibrary

- Lima, G. (2014). Cuaderno de trabajo de estadística. Guatemala: Copymax.
- Martos, E. (2008). Valores prácticos y epistémicos de los productos notables en profesores de matemáticas (Tesis de maestría). Recuperada de <http://tesis.ipn.mx/bitstream/handle/123456789/5994/1448.pdf?sequence=1>
- Ministerio de Educación –MINEDUC– (2011). Herramientas de Evaluación en el Aula. Guatemala: Ministerio de Educación
- Morales, P. (2012). Análisis estadísticos combinando EXCEL y programas de Internet. Guatemala: URL: Editorial Cara Parens.
- Morales, P. (2013) Investigación experimental, diseños y contrastes de medias. Guatemala: URL: Editorial Cara Parens.
- Pujolàs, P. (2010). Aprender juntos alumnos diferentes: los equipos de aprendizaje cooperativo en el aula. España: Ediciones Octaedro, S.L. Recuperado de <http://www.ebrary.com>
- Robledo-Rella, V. (2014). Introducción a las matemáticas: Ejercicios y problemas. México: Larousse - Grupo Editorial Patria. Recuperado de <http://www.ebrary.com>
- Roselli, N. (2008) La disyuntiva individual-grupal: Comparación entre dos modelos alternativos de enseñanza en la universidad. Ciencia, Docencia y Tecnología, 36, Vol. 19, 87-188. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=14503605>.
- Sánchez, R. (2010). La comprensión matemática de los productos notables, cocientes notables y descomposición factorial en el décimo año de los colegios “Víctor Mideros” y “Daniel Reyes” de la parroquia de San Antonio de Ibarra. Propuesta de metodología lúdica a través de software (Tesis de licenciatura). Recuperada de <http://repositorio.utn.edu.ec/bitstream/123456789/428/1/FECYT%20962%20TESIS%20FINAL.pdf>
- Serres, Y. (2007). Ejercicios, problemas y modelos en la enseñanza del álgebra. En R. Cantoral, O. Covián, R. Farfán, J. Lezama y A. Romo (Eds) Investigaciones sobre enseñanza y

aprendizaje de las matemáticas: Un reporte iberoamericano, 163-168. México: Ediciones Díaz de Santos. Recuperado de https://books.google.com.gt/books?id=l-RvCQAAQBAJ&printsec=frontcover&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q=Serres&f=false

Soto, E. (2010). Matemáticas Preuniversitarias. México. Recuperado de <http://www.aprendematematicas.org.mx/>

Soto, E. (2011). Diccionario ilustrado de conceptos matemáticos. México. Recuperado de <http://www.aprendematematicas.org.mx/>

Stigliano, D. y Gentile, D. (2006). Enseñar y aprender en grupos cooperativos: Comunidades de dialogo y encuentro. Buenos Aires: Centro de publicaciones educativas y material didáctico. Recuperado de: <https://books.google.com.gt/books?id=8D05m3nSfBkC&pg=PA24&dq=Stigliano+y+Gentile&hl=es&sa=X&ei=3jZIVYzCD8zlsASu0IGACQ&ved=0CB8Q6AEwAA#v=onepage&q=Stigliano%20y%20Gentile&f=false>

Suárez, C. (2010). Cooperación como condición social de aprendizaje. España: Editorial UOC. Recuperado de <http://www.ebrary.com>

Swokowski E y Cole J. (2007). Álgebra y trigonometría con geometría analítica. México: Cenage Learning

Valencia, M. (2012). Aplicación de la estrategia didáctica de organizadores gráficos en el aprendizaje de productos notables y factorización de los estudiantes del noveno año de educación general básica del Colegio Nacional Veracruz del cantón Pastaza (Tesis de maestría). Recuperada de <http://repositorio.uta.edu.ec/jspui/handle/123456789/6018>

IX ANEXOS



Escala de Rango No. 1

Estudio sobre: Trabajo en equipo-logro individual y su incidencia en el aprendizaje de los productos notables. Dirigido a estudiantes de segundo básico, sección “B” **Fecha:** _____

Escala de calificación para evaluar los elementos del trabajo cooperativo:					
5	4	3	2	1	
Completamente verdadero (sí todos los grupos cumplen la afirmación)	Verdadero (si la mayoría de los grupos cumplen la afirmación)	Ni falso, ni verdadero (la mitad de los grupos cumplen la afirmación)	Falso (algunos grupos cumplen la afirmación)	Completamente falso (ninguno de los grupos cumplen la afirmación)	
Elemento: Interdependencia positiva			5	4	3
1. Cada integrante ayuda y explica a sus compañeros para que aprendan					



Escala de Rango No. 2.

Estudio sobre: Trabajo en equipo-logro individual y su incidencia en el aprendizaje de los productos notables. Dirigido a estudiantes de segundo básico, sección “B” **Fecha:** _____

Escala de calificación para evaluar los elementos del trabajo cooperativo:							
5	4	3	2	1			
Completamente verdadero (sí todos los grupos cumplen la afirmación)	Verdadero (si la mayoría de los grupos cumplen la afirmación)	Ni falso, ni verdadero (la mitad de los grupos cumplen la afirmación)	Falso (algunos grupos cumplen la afirmación)	Completamente falso (ninguno de los grupos cumplen la afirmación)			
Elemento: Interdependencia positiva			5	4	3	2	1
1. Cada integrante ayuda y explica a sus compañeros para que aprendan							
Elemento: Responsabilidad y compromiso personal			5	4	3	2	1
1. Cumple cada estudiante con tareas y materiales							
Elemento: Interacción estimulante cara a cara			5	4	3	2	1
1. Se expresan frases para animarse en el trabajo que realizan							

Escala de Rango No. 3.

Estudio sobre: Trabajo en equipo-logro individual y su incidencia en el aprendizaje de los productos notables. Dirigido a estudiantes de segundo básico, sección “B” **Fecha:** _____

Escala de calificación para evaluar los elementos del trabajo cooperativo:							
5	4	3	2	1			
Completamente verdadero (sí todos los grupos cumplen la afirmación)	Verdadero (si la mayoría de los grupos cumplen la afirmación)	Ni falso, ni verdadero (la mitad de los grupos cumplen la afirmación)	Falso (algunos grupos cumplen la afirmación)	Completamente falso (ninguno de los grupos cumplen la afirmación)			
Elemento: Interdependencia positiva			5	4	3	2	1
1. Cada integrante ayuda y explica a sus compañeros para que aprendan							
Elemento: Responsabilidad y compromiso personal			5	4	3	2	1
1. Cada estudiante realiza los ejercicios de la guía							
Elemento: Interacción estimulante cara a cara			5	4	3	2	1
1. Se expresan frases para animarse en el trabajo que realizan							
Elemento: Revisión periódica del equipo y establecimiento objetivos de mejora			5	4	3	2	1
1. Determinaron actitudes que favorecen/no favorecen y las que deben mejorar							
2. Establecen objetivos claros como equipo							



Escala de Rango No. 4.

Estudio sobre: Trabajo en equipo-logro individual y su incidencia en el aprendizaje de los productos notables. Dirigido a estudiantes de segundo básico, sección “B” **Fecha:** _____

Escala de calificación para evaluar los elementos del trabajo cooperativo:							
5	4	3	2	1			
Completamente verdadero (sí todos los grupos cumplen la afirmación)	Verdadero (si la mayoría de los grupos cumplen la afirmación)	Ni falso, ni verdadero (la mitad de los grupos cumplen la afirmación)	Falso (algunos grupos cumplen la afirmación)	Completamente falso (ninguno de los grupos cumplen la afirmación)			
Elemento: Interdependencia positiva			5	4	3	2	1
1. Cada integrante ayuda y explica a sus compañeros para que aprendan							
Elemento: Responsabilidad y compromiso personal			5	4	3	2	1
1. Cumple cada estudiante con tareas y materiales							
Elemento: Interacción estimulante cara a cara			5	4	3	2	1
1. Se expresan frases para animarse en el trabajo que realizan							
Elemento: Revisión periódica del equipo y establecimiento objetivos de mejora			5	4	3	2	1
1. Determinaron actitudes que favorecen/no favorecen y las que deben mejorar							
2. Establecen objetivos claros como equipo							
Elemento: Habilidades sociales y de pequeño grupo.			5	4	3	2	1
1.. Aportan opiniones, orientaciones y materiales a su equipo							



PRUEBA DIAGNÓSTICA

Nombre:		Punteo:	
Fecha:	Sección:	Valor total: 10 pts.	

Instrucciones Generales:

- Trabaje de forma individual
- Realice lo que se le solicita en cada inciso
- Trabaje con limpieza y orden
- Utilice lapicero azul o negro para responder

1. Complete las siguientes oraciones.

Valor: 6 pts.

El número pequeño colocado a la derecha y arriba de un número o letra es _____

La expresión que tiene solamente un término es un _____

La parte de un término algebraico formada por letras se llama ^{100 pts.} _____

Los términos que tienen partes literales iguales se le denominan _____

La ley de exponentes dice que si hay bases iguales los exponentes se _____

En la ley de los signos de la suma y resta, signos iguales da como resultado _____

2. Opere lo siguiente:

Valor: 14 pts.

<p>a. Reduzca los términos semejantes que hay en la siguiente expresión: $-12x+45y+3x+60y$</p> <p style="text-align: right;">R/</p>	<p>b. Reduzca los términos semejantes que hay en la siguiente expresión: $4x^3+3x^2-x^3-x^2$</p> <p style="text-align: right;">R/</p>
<p>c. Sume: $5x - 3y + 1$; $2y - x - 7$; $12 + 5y - 15x$</p> <p style="text-align: right;">R/</p>	<p>d. De $2^a - 5b + 8$ restar $a - 6b + 3$</p> <p style="text-align: right;">R/</p>
<p>e. Multiplique $(5x + 9y)(5x + 9y)$</p> <p style="text-align: right;">R/</p>	<p>f. Multiplique $(3a + 2)(3a - 2)$</p> <p style="text-align: right;">R/</p>
<p>g. Efectuar x^2y^3/xy^2</p> <p style="text-align: right;">R/</p>	



PRUEBA FINAL

Nombre:		Punteo:	
Fecha:	Sección:	Valor total: 100 pts.	

Instrucciones Generales:

- Trabaje de forma individual.
- Trabaje con limpieza y orden.
- Realice lo que se le solicita en cada inciso.
- No utilice corrector ni realice tachones en la respuesta, se tomará como incorrecta.
- Utilice lapicero azul o negro para responder.

1. Subraye la respuesta correcta para cada afirmación o pregunta. Valor: 4 pts.

Al operar $(m+3)(m-3)$ la respuesta es m^2 _____, ¿Cuál es el término que falta?

- a. -9 b. $+6$ c. $+9$

Los términos que hacen falta en $(a+5)(a-2) = a^2$ _____ son:

- a. $+3a-10$ b. $-10a-3$ c. $-3a-10$

“ $b^2 + 6b + 9$ ” se obtiene de multiplicar:

- a. $(b+3)$ b. $(b-3)^2$ c. $(b+3)^2$

Al resolver $(y-3)^3$ el resultado es $y^2 - 3y^3 + 6y - 6$, será que la respuesta es:

- a. Correcta b. Incorrecta c. Ni correcto ni incorrecto

2. Efectúe los siguientes productos notables y realice el respectivo procedimiento Valor: 6 pts.

$(2a + 5)(2a - 5)$
$(5x + y)^2$
$(x - 3)(x - 5)$

“Las raíces de la educación son amargas (difíciles) pero el fruto de la educación es dulce”

Aristóteles



PRUEBA INDIVIDUAL No. 1

Nombre:		Punteo:	
Fecha:	Sección: "B"	Valor total: 10 pts.	

Instrucciones Generales:

- Trabaje de forma individual
- Realice lo que se le solicita en cada inciso
- Trabaje con limpieza y orden
- Utilice lapicero azul o negro para responder

1. Resuelva los siguientes productos notables

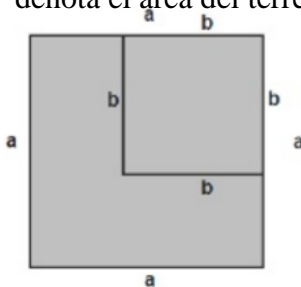
Valor: 6 pts.

$(x + 1)(x - 1) =$ _____
 $(x^2 + 4/9)(x^2 - 4/9) =$ _____
 $(3x + 1/5)(3x - 1/5) =$ _____

2. Resuelva los planteamientos y proporcione la respuesta correcta, deje constancia de procedimiento.

Valor: 4 pts.

Juan tiene un terreno cuadrado de lados **a** y planea construir una casa utilizando el terreno de lados **b**, como se muestra en la siguiente figura. ¿Cuál es la expresión algebraica que denota el área del terreno sobrante?



- a) $a^2 - b^2$
- b) $a^2 - 2ab^2 - b^2$
- c) $a^2 + 2ab^2 - b^2$
- d) $a^2 + b^2$

Escriba dos binomios cuyo producto sea $x^2 - 25$. Explique cómo determinó su respuesta.

R/ _____



PRUEBA INDIVIDUAL No. 2

Nombre:		Punteo:
Fecha:	Sección: "B"	

Instrucciones Generales:

- Trabaje de forma individual
- Realice lo que se le solicita en cada inciso
- Trabaje con limpieza y orden
- No utilice corrector ni realice tachones en la respuesta, se tomará como incorrecta.
- Utilice lapicero azul o negro para responder

1. Resuelva los siguientes productos notables

Valor: 6 pts.

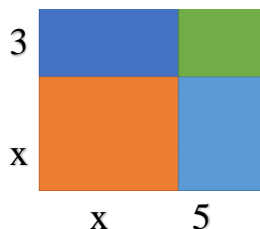
$(x - 4)(x - 5) =$ _____

$(x + 8)(x - 6) =$ _____

$(z + 7)(z + 8) =$ _____

2. Resuelva los planteamientos y proporcione la respuesta correcta, deje constancia de procedimiento.
Valor: 4 pts.

Determine el área del rectángulo estableciendo el área de las cuatro secciones y sumando los resultados y multiplicar los dos lados



R/ _____

Observar la siguiente expresión algebraica escrita en una hoja de papel. ¿Qué expresión ha sido cubierta por la mancha?



- a) $x + 3$
- b) $x - 3$
- c) $x + 5$
- d) $x - 5$



PRUEBA INDIVIDUAL No. 3

Nombre:		Punteo:	
Fecha:	Sección: "B"	Valor total: 10 pts.	

Instrucciones Generales:

- Trabaje de forma individual
- Realice lo que se le solicita en cada inciso
- Trabaje con limpieza y orden
- No utilice corrector ni realice tachones en la respuesta, se tomará como incorrecta.
- Utilice lapicero azul o negro para responder

1. Resuelva los siguientes productos notables

Valor 8 pts.

$(s - 7)^2 =$ _____

$(8m + 9)^2 =$ _____

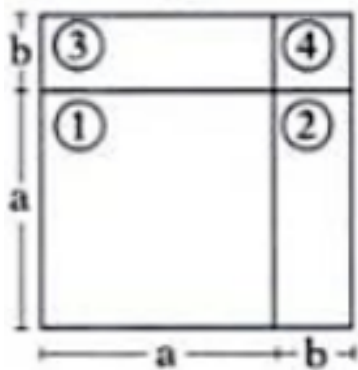
$(4y + 5a)^2 =$ _____

$(3y + 5)^2 =$ _____

2. De acuerdo a la figura conteste la pregunta, subrayando algunas de las opciones que se le presentan como la más adecuada. (Deje constancia de procedimiento)

Valor 2 pts.

¿Cuál es el área del cuadrado cuyo lado es $a + b$?



- a) $(a + b)^2$
- b) $a^2 + ab + b^2$
- c) $(a + b)(a - b)$

No.	Nombres	Votación	Punteo	Grupo
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				
21				
22				
23				
24				
25				
26				
27				
28				
29				
30				
31				
32				
33				
34				
35				
36				
37				
38				
39				
40				
41				
42				

Formación de grupos:

Segundo B

No. de miembros por equipo:

Cantidad de equipos:

Ubicación de los equipos:

Guía de trabajo: Primera semana de trabajo

Lugar: Instituto de Educación Básica, San Cristóbal, Totonicapán **Grado:** Segundo básico **Sección:** B **Fecha:** 17 al 18 de agosto

Contenido para aprender a trabajar en equipo: Interdependencia positiva.

Contenido Matemático: Multiplicación de binomios conjugados.

Indicador de logro: Concibe el éxito como una meta compartida que depende del aporte de los demás.
Resuelve la multiplicación de binomios conjugados

Interdependencia positiva

“Si estamos juntos no hay nada imposible. Si estamos 3divididos todo fallará”

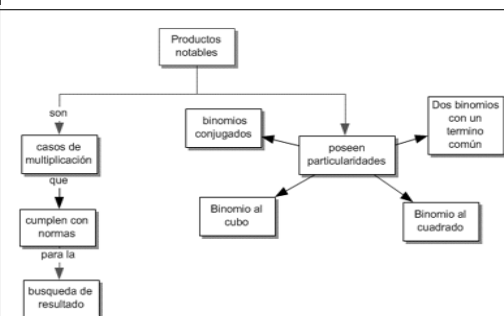
Winston Churchill

“La sustancia”: Comprendí que la interdependencia positiva es

- a. _____
b. _____

Productos notables

Son... _____
Se utiliza en... _____
Ayuda a... _____



Multiplicación de dos binomios conjugados

También llamado producto de la suma por la diferencia. Son dos binomios que difieren por un signo en un término ejemplo:

$$(a + b)(a - b) \quad (4a + 3b)(4a - 3b)$$

La forma de resolver es

$$\begin{array}{c} \text{Multiplicar} \\ (a + b)(a - b) = a^2 - b^2 \\ \text{Multiplicar} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{Multiplicar} \\ (4a + 3b)(4a - 3b) = 16a^2 - 9b^2 \\ \text{Multiplicar} \end{array}$$

Esto se obtiene porque al realizar el procedimiento largo se tendría

$$(a + b)(a - b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$$

Nota:

Binomio: expresión que posee dos términos

Conjugado: Enlazado con otro por una ley o relación.

Tarea: Ejercicio del álgebra No. 64 del 1 al 10

Ejercicios:

Encuentre los productos indicados de:

- $(a - 15)(a + 15)$ _____
- $(x + \frac{1}{4})(x - \frac{1}{4})$ _____
- $(x + 3)(x - 3)$ _____

Escribir sobre la línea el término correcto que falta de las siguientes igualdades.

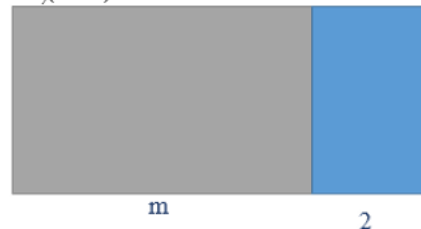
- $(x + \underline{\quad})(x - 2) = x^2 - \underline{\quad}$
- $(m - \underline{\quad})(m + 1) = \underline{\quad} - 1$

Completar las siguientes ideas para formar expresiones comprobables:

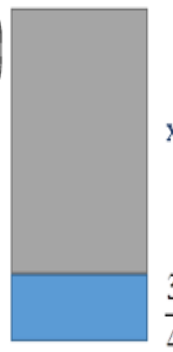
- $(a + \frac{3}{4})$ es el binomio conjugado de _____
- “ $b^2 - 121$ ” se obtiene de multiplicar $(b + 11)$ por: _____
- Escribir dos binomios conjugados _____

Complemento: Realizar los arreglos para representar geoméricamente la respuesta de los siguientes productos notables:

1. $(m + 2)(m - 2)$



2. $(x - \frac{3}{4})(x + \frac{3}{4})$



Guía de trabajo del 24 de agosto al 8 de septiembre

Establecimiento: Instituto de Educación Básica, San Cristóbal, Totonicapán | **Curso:** Matemática | **Grado:** 2º básico | **Sección:** B

Contenido para aprender a trabajar en equipo:
 Responsabilidad y compromiso personal
 Interacción estimulante cara a cara.

Contenido Matemático:
 Multiplicación de dos binomios con un término en común.

Indicador de logro:

- Es responsable de su aprendizaje para aportar a la meta del equipo.
- Dar apoyo para promover el progreso de los miembros del equipo
- Opera la multiplicación de dos binomios con un término en común.

Responsabilidad personal e Interacción estimulante cara a cara.

“Yo hago lo que usted no puede y usted hace lo que yo no puedo. Juntos podemos hacer grandes cosas”
 Madre Teresa de Calcuta

Responsabilidad individual es cumplir con _____
 Si soy responsable ayudo a mi equipo a _____

Interacción estimulante cara a cara es _____
 Se promueve con _____ y _____

Multiplicación de dos binomios con un término en común.

Llamado también: Producto de dos binomios de la forma $(x + a)(x + b)$

Son dos binomios semejantes pero no iguales. Ejemplo

Binomios	Término común	Términos distintos
$(y + 5)(y - 2)$	y	5, -2
$(m - 4)(m - 6)$	m	-4, -6

Se resuelve

1. $(y + 5)(y - 2)$

y^2	+	$3y$	-	$6y$
Primero		Tercero		Segundo
Multiplicar		Sumar		Multiplicar
terminos		algebraicamente		terminos
comunes		terminos distintos,		distintos,
		respetar signos y		respetar signos
		multiplicar		
		termino común		

2. $(m - 4)(m - 6)$

m^2	-	$10m$	-	24
-------	---	-------	---	------

Ejercicios:

1. La suma algebraica de $-1+7$ da como resultado _____
2. Al multiplicar los números $-1+7$ es igual a _____
3. Término común de los binomios $(y-1)(y+7)$ es _____

Analizar cada igualdad y anotar si es verdadero o falso

4. $(x - 8)(x + 1) = x^2 + 8x + 8$ _____
5. $(x + 8)(x + 1) = x^2 + 9x + 8$ _____

Efectuar las siguientes productos notables:

6. $(y - 3)(y + 9) =$ _____
7. $(z - 6)(z - 7) =$ _____
8. $(2b + 5)(2b + 3) =$ _____

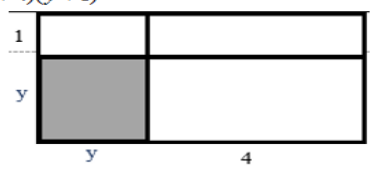
Miscelánea

9. $(w + 7)(w - 7) =$ _____
10. $(m + 8)(m - 9) =$ _____

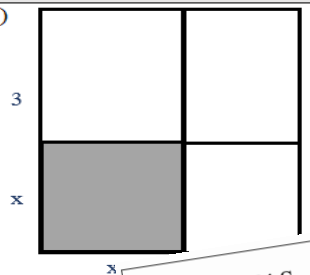
Trabajo en casa: No. 67 del 1 al 5

Complemento: Por medio de áreas encontrar la respuesta de:

a. $(y + 4)(y + 1)$



b. $(x + 2)(x + 3)$



RESPUESTAS

1. 6
2. -7
3. y
4. falso
5. verdadero
6. $y^2 + 3y - 27$
7. $z^2 - 13z + 42$
8. $4b^2 + 16b + 15$
9. $w - 49$
10. $m^2 - m - 72$

Guía de trabajo del 14 al 22 de septiembre

Establecimiento: Instituto de Educación Básica, San Cristóbal, Totonicapán | **Curso:** Matemática | **Grado:** 2º básico | **Sección:** B

Contenido para aprender a trabajar en equipo:
Evaluación de equipo

Contenido Matemático:
Binomio elevado al cuadrado.

Indicador de logro:

- Autoevalúa el trabajo que realizan grupalmente
- Resuelve el producto llamado binomio elevado al cuadrado.

Evaluación de equipo

“El trabajo en el equipo es el combustible que permite que gente común alcance logros extraordinarios”

Andrew Carnegie

. Binomio elevado al cuadrado.

También llamado cuadrado de la suma de dos cantidades, cuando el binomio tiene signo positivo $(a + b)^2$ o cuadrado de la diferencia de dos cantidades, si el binomio tiene signo negativo $(a - b)^2$

Ejemplo:
 $(6x + 4)^2$ $(x - 5)^2$ $(7p^2 - 2q^3)^2$

Este producto indica multiplicar dos veces el binomio.

1. $(6x + 4)^2 =$

$\frac{36x^2}{\text{Primero}}$	$+$	$\frac{48x}{\text{Tercero}}$	$+$	$\frac{16}{\text{Segundo}}$
Multiplicar 6x por		Multiplicar		Multiplicar 4 por

2. $(y - 5)^2 =$

$\frac{y^2}{\text{Primero}}$	$-$	$\frac{10y}{\text{Tercero}}$	$+$	$\frac{25}{\text{Segundo}}$
Multiplicar y por		Multiplicar lo que indica la flecha		Multiplicar 5 por

3. $(7p^2 - 2q^3)^2 =$

$\frac{49p^4}{\text{Primero}}$	$-$	$\frac{28p^2q^3}{\text{Tercero}}$	$+$	$\frac{16q^6}{\text{Segundo}}$
--------------------------------	-----	-----------------------------------	-----	--------------------------------

Ejercicios:
Elegir en cada caso la respuesta adecuada a cada uno de los planteamientos:

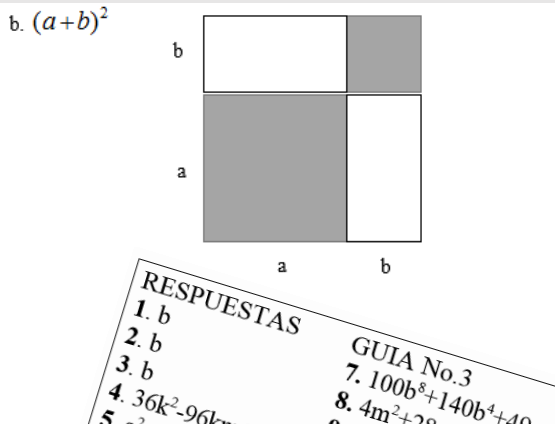
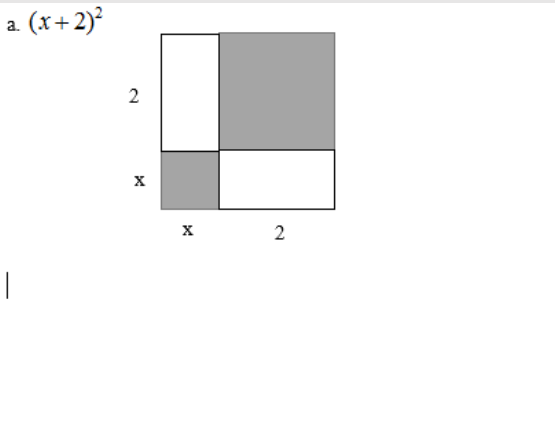
- Es el cuadrado de 7
a) 41 b) 14 c) 49
- Expresión que se obtiene de multiplicar $3a^2b$ por $3a^2b$
a) $6a^2b$ b) $9a^4b^2$ c) $9a^2b$
- ¿Cuál es el resultado de multiplicar $-a^2x^2$ por $-a^2x^2$?
a) $-2a^2x^2$ b) a^4x^4 c) $-a^4x^4$
¿Cómo se aplica el procedimiento de elevar un binomio al cuadrado en las siguientes expresiones?
- $(6k - 8m)^2 =$ _____
- $(a + 4)^2 =$ _____
- $(2x + 3y)^2 =$ _____
- $(10b^4 - 7)^2 =$ _____

Miscelánea

- $(2m + 7)^2 =$ _____
- $(9a + 5b)(9a - 5b) =$ _____
- $(x - 7)(x + 5) =$ _____
- $(x^3 + 1)(x^3 + 5) =$ _____

Trabajo en casa: No. 62 del 1 al 5 y No 63 del 1 al 5

Complemento: Por medio de áreas encontrar la respuesta de:



RESPUESTAS
 1. b
 2. b
 3. b
 4. $36k^2 - 96km + 64m^2$
 5. $a^2 + 8a + 16$
 6. $4x^2 + 12xy + 9y^2$
GUIA No.3
 7. $100b^8 + 140b^4 + 49$
 8. $4m^2 + 28m + 49$
 9. $9a^2 - 25b^2$
 10. $x^2 - 2x - 35$
 11. $x^6 + 6x^3 + 5$

Guía de trabajo del 14 al 22 de septiembre

Establecimiento: Instituto de Educación Básica, San Cristóbal, Totonicapán | **Curso:** Matemática | **Grado:** 2° básico | **Sección:** B

Contenido para aprender a trabajar en equipo:

Habilidades sociales y de pequeño grupo

Indicador de logro:

- Demuestra actitudes de cooperación y comunicación en el equipo.
- Opera el binomio elevado al cubo.

Contenido Matemático: Binomio elevado al cubo.

Habilidades sociales y de pequeño grupo.

Se refiere al aprendizaje de destrezas, hábitos y actitudes interpersonales y de grupo para cooperar, comunicar y resolver conflictos. Como:

- ✓ Comunicarse claramente
- ✓ Brindarse con sinceridad aceptación, ayuda y motivación unos a otros.
- ✓ Darle a cada integrante del equipo el valor que tienen como persona
- ✓ Resolver los conflictos de forma constructiva, si hay alguna dificultad se debe llegar a un consenso entre todos, buscando una solución en la cual gane cada uno.

. Binomio elevado al cubo.

También llamado cubo de un binomio.

Las expresiones $(a+b)^3$ y $(k-5)^3$ son ejemplos de este tipo de productos. Se resuelve.

1. $(a+b)^3$

	+	+	+
Primero		Tercero	Cuarto
Multiplicar a por a por a		Multiplicar (a) ² por b por 3	Multiplicar a por (b) ² por 3
		Segundo	
		Multiplicar b por b por b	

2. $(k-5)^3$

	-	+	-
Primero		Tercero	Segundo
Multiplicar k por k por k		Multiplicar (k) ² por 5 por 3	Multiplicar 5 por 5 por 5
		Cuarto	
		Multiplicar k por (5) ² por 3	

3. $(4x+y)^3$

	+	+	+
Primero		Tercero	Segundo
Multiplicar 4x por 4x por 4x		Multiplicar (4x) ² por y por 3	Multiplicar y por y por y
		Cuarto	
		Multiplicar 4x por (y) ² por 3	

Ejercicios:

Completar las siguientes afirmaciones:

1. El resultado de multiplicar $(2x)^2$ por 3 es _____
2. Si $5x$ se multiplica tres veces por sí mismo da _____
3. Si multiplico $(3x)^2$ por y por 3 es igual a _____

Resolver los siguientes productos notables.

4. $(c-4d)^3 =$ _____
5. $(3a+b)^3 =$ _____
6. $(2x^3-5y^2)^3 =$ _____

Miscelánea

7. $(x+1)(x-3) =$ _____
8. $(3z-2)^3 =$ _____
9. $(3z-4)^2 =$ _____
10. $(3x^2+11)(3x^2-11) =$ _____

Tarea para casa.

Ejercicio 68 del algebra del 1 al 11 (excepto ejercicio 7)

RESPUESTAS
GUIA No 4

1. $12x^2$
2. $25x^3$
3. $27x^2y$
4. $c^3+12c^2d-48cd^2+64d^3$
5. $27a^3+27a^2b+9ab^2+b^3$
6. $8x^9-60x^6y^2+150x^3y^4-y^3$
7. x^2-2x-3
8. $27z^3-54z^2+36z-8$
9. $9z^2-24z+16$
10. $9x^4-121$

PLAN DEL EQUIPO

Nombre y apellidos	Cargo

Formado por:

Objetivos del equipo	
1	
2	
3	
4	

Nombre	Compromisos personales:

Nos comprometemos a

¿Cómo funciona nuestro equipo?	Necesito mejorar	Bien	Muy bien
1. ¿Hemos aprendido todos?			
2. ¿Hemos acabado el trabajo a tiempo?			
3. ¿Nos hemos ayudado?			
4. ¿Hemos progresado en los demás objetivos?			
5. ¿Ha ejercido cada uno su cargo correctamente?			
6. ¿Hemos cumplido cada uno nuestro compromiso?			

REVISIÓN DEL FUNCIONAMIENTO DEL EQUIPO

¿Qué es lo que hacemos especialmente bien?
¿Qué debemos mejorar?

Valoración global ⁽¹⁾:

Visto bueno de la profesora

(1) Valoración global: negativa, positiva, muy positiva