

**UNIVERSIDAD RAFAEL LANDÍVAR**  
FACULTAD DE HUMANIDADES  
LICENCIATURA EN LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA

**"MÉTODO ABP (APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS) Y SU INCIDENCIA EN EL  
APRENDIZAJE DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES CON 2 Y 3 VARIABLES**

**(Estudio realizado con alumnos de Tercero Básico, secciones "A" y "B" del Instituto Mixto de  
Educación Básica por Cooperativa, jornada vespertina, del municipio de Chicamán,  
departamento de Quiché)"**

**TESIS DE GRADO**

**MOZARTH DARÍO FUENTES HERRERA**  
CARNET 23687-10

QUETZALTENANGO, DICIEMBRE DE 2015  
CAMPUS DE QUETZALTENANGO

**UNIVERSIDAD RAFAEL LANDÍVAR**  
FACULTAD DE HUMANIDADES  
LICENCIATURA EN LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA

**"MÉTODO ABP (APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS) Y SU INCIDENCIA EN EL  
APRENDIZAJE DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES CON 2 Y 3 VARIABLES**

**(Estudio realizado con alumnos de Tercero Básico, secciones "A" y "B" del Instituto Mixto de  
Educación Básica por Cooperativa, jornada vespertina, del municipio de Chicamán,  
departamento de Quiché)"**

TESIS DE GRADO

TRABAJO PRESENTADO AL CONSEJO DE LA FACULTAD DE  
HUMANIDADES

POR

**MOZARTH DARÍO FUENTES HERRERA**

PREVIO A CONFERÍRSELE

TÍTULO Y GRADO ACADÉMICO DE LICENCIADO EN LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA

QUETZALTENANGO, DICIEMBRE DE 2015  
CAMPUS DE QUETZALTENANGO

## **AUTORIDADES DE LA UNIVERSIDAD RAFAEL LANDÍVAR**

RECTOR: P. EDUARDO VALDES BARRIA, S. J.  
VICERRECTORA ACADÉMICA: DRA. MARTA LUCRECIA MÉNDEZ GONZÁLEZ DE PENEDO  
VICERRECTOR DE INVESTIGACIÓN Y PROYECCIÓN: ING. JOSÉ JUVENTINO GÁLVEZ RUANO  
VICERRECTOR DE INTEGRACIÓN UNIVERSITARIA: P. JULIO ENRIQUE MOREIRA CHAVARRÍA, S. J.  
VICERRECTOR ADMINISTRATIVO: LIC. ARIEL RIVERA IRÍAS  
SECRETARIA GENERAL: LIC. FABIOLA DE LA LUZ PADILLA BELTRANENA DE LORENZANA

## **AUTORIDADES DE LA FACULTAD DE HUMANIDADES**

DECANA: MGTR. MARIA HILDA CABALLEROS ALVARADO DE MAZARIEGOS  
VICEDECANO: MGTR. HOSY BENJAMER OROZCO  
SECRETARIA: MGTR. ROMELIA IRENE RUIZ GODOY  
DIRECTORA DE CARRERA: MGTR. HILDA ELIZABETH DIAZ CASTILLO DE GODOY

## **NOMBRE DEL ASESOR DE TRABAJO DE GRADUACIÓN**

MGTR. JUAN CARLOS VÁSQUEZ GARCÍA

## **REVISOR QUE PRACTICÓ LA EVALUACIÓN**

MGTR. ALMA GUICELA LIMA APARICIO DE SANCHEZ

## **AUTORIDADES DEL CAMPUS DE QUETZALTENANGO**

DIRECTOR DE CAMPUS: P. MYNOR RODOLFO PINTO SOLIS, S.J.

SUBDIRECTOR DE INTEGRACIÓN UNIVERSITARIA: P. JOSÉ MARÍA FERRERO MUÑIZ, S.J.

SUBDIRECTOR ACADÉMICO: ING. JORGE DERIK LIMA PAR

SUBDIRECTOR ADMINISTRATIVO: MGTR. ALBERTO AXT RODRÍGUEZ

SUBDIRECTOR DE GESTIÓN GENERAL: MGTR. CÉSAR RICARDO BARRERA LÓPEZ

Quetzaltenango 4 de noviembre de 2015

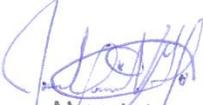
Ingeniero  
Jorge Derik Lima Par  
Subdirector Académico  
Campus Quetzaltenango  
Universidad Rafael Landívar

Estimado Ingeniero:

Por este medio me dirijo a usted, para informarle que según Oficio No: 0013-2015-evlv de fecha 04 de julio de 2015, fui nombrado asesor de la tesis titulada "MÉTODO ABP (APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS) Y SU INCIDENCIA EN EL APRENDIZAJE DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES CON 2 Y 3 VARIABLES", del estudiante Mozarth Darío Fuentes Herrera, con carné No. 2368710 inscrito en la carrera de LICENCIATURA EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA Y LA FÍSICA.

Merece la atención, hacer constar que el trabajo en mención está elaborado con responsabilidad, interés y diligencia, además, cumple con los requisitos de una investigación científica, se ajusta a la metodología señalada en el Campus. Por lo que doy aprobado el tema y ruego a usted sea nombrado un Comité de Tesis para su revisión.

Confiado el haber cumplido con el cargo honroso para el que se me asignó, sin otro particular, aprovecho la oportunidad, para suscribirme como su atento y seguro servidor.

  
Licenciado  
Juan Carlos Vásquez García  
PEDAGOGO  
Colegiado 10,078



### Orden de Impresión

De acuerdo a la aprobación de la Evaluación del Trabajo de Graduación en la variante Tesis de Grado del estudiante MOZARTH DARÍO FUENTES HERRERA, Carnet 23687-10 en la carrera LICENCIATURA EN LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA, del Campus de Quetzaltenango, que consta en el Acta No. 05515-2015 de fecha 8 de diciembre de 2015, se autoriza la impresión digital del trabajo titulado:

**"MÉTODO ABP (APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS) Y SU INCIDENCIA EN EL APRENDIZAJE DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES CON 2 Y 3 VARIABLES (Estudio realizado con alumnos de Tercero Básico, secciones "A" y "B" del Instituto Mixto de Educación Básica por Cooperativa, jornada vespertina, del municipio de Chicamán, departamento de Quiché)".**

Previo a conferírsele título y grado académico de LICENCIADO EN LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICA Y FÍSICA.

Dado en la ciudad de Guatemala de la Asunción, a los 9 días del mes de diciembre del año 2015.



*Irene Ruiz Godoy*  
\_\_\_\_\_  
MGTR. ROMELIA IRENE RUIZ GODÓY, SECRETARIA  
HUMANIDADES  
Universidad Rafael Landívar

## **Agradecimiento**

### **A Dios:**

Porque su infinita misericordia me acompañó en todos los instantes de mi vida para proveerme de aliento, fuerza, salud, entendimiento y paciencia.

### **A mi Familia:**

Que siempre me apoyó y me motivó durante el proceso de la carrera universitaria y de esta manera alcanzar esta meta.

### **A Universidad**

**Rafael Landívar,**

**Campus de Quiché:**

Que me abrió las puertas para iniciar este proyecto de trascendencia en mi vida profesional, como parte de mi superación personal.

### **A Universidad**

**Rafael Landívar,**

**Campus de Quetzaltenango:**

Pilar fundamental del proceso de formación académica que satisfactoriamente hoy llega a su culminación.

### **A la Coordinadora de la**

**Facultad de Humanidades:**

Mgtr. Bessy Ruiz Barrios, por brindarme su apoyo y orientación en los instantes que lo requería a partir de su inicio y durante el proceso de la Licenciatura.

### **A mi Asesor de Tesis y**

**Revisora de Fondo:**

Lic. Juan Carlos Vásquez García y Mgtr. Alma Guicela Lima Aparicio, por la comprensión y orientación brindada en cada una de las asesorías con el objetivo de darle forma a mi anteproyecto y así cumplir con los lineamientos de calidad que la Universidad requiere.

**A mis Catedráticos:**

Porque a través de su labor docente, actitud y experiencias han influido en mi formación para llegar a ser un profesional con principios y valores, preparado para enfrentar los retos que las circunstancias demandan y comprometido con el servicio en bien de la sociedad.

**A los Establecimientos:**

INMDIC é Instituto Básico por Cooperativa Chicamán, Centros educativos de nivel medio que abrieron sus puertas para realizar mis prácticas del Profesorado y realizar el estudio de investigación que conformaría mi tesis.

**A mis Compañeros y  
Compañeras:**

Por compartir amistad, tolerancia, respeto, buen humor y experiencias incidentes de manera positiva en la motivación para alcanzar el objetivo propuesto.

## **Dedicatoria**

- A Dios:** Fuente inagotable de sabiduría y de inteligencia, quién produjo el querer y el hacer por su buena voluntad, a Él sea toda la Honra, toda la Gloria y el Honor para siempre. Amén
- A mis Padres:** Oscar Valentín Fuentes Monzón, Luisa Herrera Castañaza, porque su amor, apoyo y comprensión no me faltaron, que mi triunfo sea una recompensa a sus múltiples sacrificios.
- A mi Esposa:** Flory Ventura Ramírez, por su apoyo incondicional, comprensión, sacrificio y amor.
- A mis Hijos:** Lissy Valeska, Ruth Esmeralda, Marianne Anawesly, Hans Christian, por darme ánimo, comprenderme y estar al tanto del proceso, porque en todo instante ellos constituyen una razón para alcanzar esta meta; que mi triunfo sea un ejemplo a seguir para reconocer en todo momento la fidelidad e infinita misericordia de Dios.
- A mi Nieta:** Sofía Nicole Dardón Fuentes, tus gracias y travesuras fueron mi motivación para perseverar hasta el final.
- A mi Yerno:** Douglas Leonardo Dardón Godoy, con respeto y aprecio
- A mis Hermanos:** Porque siempre conté con el apoyo de cada uno de ustedes en los momentos en que lo necesitaba.
- A mis Sobrinos y Sobrinas:** Con sincero afecto, Especialmente a Rodrigo Alberto Hurtado Fuentes, futuro Ingeniero y PEM que siempre estuvo con la disposición de tiempo para apoyarme cuando lo requería.

## Índice

	<b>Pág.</b>
<b>I. INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>1</b>
1.1 El Método ABP (Aprendizaje Basado en Problemas).....	7
1.1.1 Descripción.....	7
1.1.2 Características .....	8
1.1.3 Fases del Método ABP .....	9
1.2 Aprendizaje de Sistemas de Ecuaciones Lineales con 2 y 3 Variables .....	11
1.2.1 Ecuaciones de Primer Grado .....	12
1.2.2 Despeje de Variables .....	14
1.2.3 Función Lineal.....	15
1.2.4 Sistemas de Ecuaciones Lineales .....	15
1.2.5 Sistemas de 2 Ecuaciones con 2 Variables y de 3 Ecuaciones con 3 Variables.	16
1.2.6 Métodos de Solución .....	17
<b>II. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....</b>	<b>23</b>
2.1 Objetivos .....	23
2.1.1 Objetivo General .....	23
2.1.2 Objetivos Específicos .....	23
2.2 Hipótesis.....	24
2.3 Variables.....	24
2.4 Definición de Variables.....	24
2.4.1 Definición Conceptual.....	24
2.4.2 Definición Operacional .....	25
2.5 Alcances y Límites .....	25
2.6 Aporte .....	26
<b>III. MÉTODO.....</b>	<b>27</b>
3.1 Sujetos .....	27
3.2 Instrumentos .....	27

3.3	Procedimiento.....	29
3.4	Tipo de Investigación, Diseño y Metodología Estadística.....	31
<b>IV.</b>	<b>PRESENTACIÓN DE RESULTADOS.....</b>	<b>34</b>
<b>V.</b>	<b>DISCUSIÓN DE RESULTADOS.....</b>	<b>52</b>
<b>VI.</b>	<b>CONCLUSIONES.....</b>	<b>55</b>
<b>VII.</b>	<b>RECOMENDACIONES.....</b>	<b>57</b>
<b>VIII.</b>	<b>REFERENCIAS.....</b>	<b>59</b>
<b>IX.</b>	<b>ANEXOS.....</b>	<b>63</b>

## Resumen

La trascendencia de la Matemática a través de la historia ha generado su importancia en el contexto social, en vista de las dificultades que surgen, esta ciencia requiere la implementación de estrategias para solucionar problemas.

Por esta razón surge la inquietud de realizar la investigación para determinar la incidencia del Método ABP (Aprendizaje Basado en Problemas) en el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales con dos y tres variables.

El estudio experimental se realizó en el área de Matemática con 50 estudiantes de tercero básico del Instituto Mixto de Educación Básica por Cooperativa de Chicamán, Quiché; para ello se conformaron dos grupos: grupo experimental con 25 estudiantes de tercero sección "A" y grupo control con 25 estudiantes de tercero sección "B".

Para alcanzar los objetivos de la investigación se aplicó una prueba objetiva al inicio y al final del proceso a ambos grupos, con el grupo experimental se utilizó el método ABP y con el grupo control se trabajó una enseñanza tradicional.

Para verificar los alcances se utilizó la diferencia de medias y la t-student como metodología estadística, lo que comprobó la aceptación de la hipótesis alterna y el rechazo de la hipótesis nula, la media del grupo experimental fue de 67,88 puntos, superando en el aprendizaje al grupo control con media de 57,84 puntos, además muestra que la reprobación del curso se redujo.

De acuerdo al estudio realizado se sugiere utilizar en matemática el método ABP en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos y tres variables.

## I. INTRODUCCIÓN

Un aspecto importante del proceso educativo, lo constituye el hecho, que todos los esfuerzos de los componentes deben centrarse en lograr el desarrollo integral del alumno.

La resolución de problemas representa para el ser humano una serie de conflictos, principalmente cuando no se conocen estrategias apropiadas que permitan encauzar los procedimientos para llegar a resolverlos; para lograr estos objetivos es importante que el alumno se prepare convenientemente para enfrentar los innumerables problemas que la vida le presenta, en este contexto el maestro ejerce su liderazgo para orientar y acompañar al alumno a desenvolverse de manera competente en las circunstancias que la vida le presenta, por eso es importante que el docente se esfuerce por sentar las bases y desarrollar las estrategias que conduzcan al estudiante hacia el éxito; algunas de estas promueven los espacios para que el aprendizaje se realice en base a problemas, como cuando se hace referencia a las ecuaciones, porque lo que se espera es que al trasladar los problemas del aula al contexto no generen rechazo.

El caso del Método ABP es un recurso didáctico que puede incidir en el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales con 2 y 3 variables, en vista que promueve en el alumno: la construcción de su propio conocimiento, el aprendizaje a partir de hechos cotidianos, el fortalecimiento y formación de valores y a reconocer que las matemáticas han surgido precisamente para responder a las necesidades que ha tenido el ser humano desde su creación, por tal razón, algunos educadores que conocen la problemática han realizado durante años estudios de investigación con el fin principal de contribuir al mejoramiento de la calidad educativa y desde luego, la capacidad de resolución de problemas que afrontan los estudiantes..

En referencia al tema que se plantea se encuentran los siguientes aportes:

Según Prieto et al. (2006) en el artículo titulado Un nuevo modelo de aprendizaje basado en problemas, el ABP 4x4, publicado por la revista Aula Abierta 87 de la Universidad de Oviedo en su sitio electrónico, establecen que el ABP es eficaz para el desarrollo de competencias profesionales valiosas en asignaturas con más de 100 alumnos y brindan la posibilidad que al aplicarse en otras áreas ajenas a matemáticas producen el logro que: el aprendizaje sea

independiente y las competencias se desarrollen de manera productiva, esto se produce en vista que la carga de trabajo para los alumnos aumenta de forma que al realizar una evaluación alcanzan un éxito con objetivos valiosos y esto no solo favorece a los estudiantes, sino también a los profesores, porque el tipo de aprendizaje es más activo y contribuye al logro de competencias profesionales.

De la misma manera, Méndez y Porto (2008) en el artículo titulado Una experiencia didáctica desde el ABP: la satisfacción de docentes y estudiantes, publicado en la Revista Iberoamericana de Educación No. 46/5 del 25 de junio de 2008 de la Universidad de Murcia, España, difundido en su sitio electrónico, afirman que partiendo de la premisa que los estudiantes deben ser capaces para mejorar sus habilidades en la resolución de problemas y comunicación, además, que reflexionen sobre su propio rol en el aprendizaje, por tal razón, todas las estrategias metodológicas deben ir encaminadas hacia el alumno como eje central del proceso de enseñanza-aprendizaje con el fin de potenciar su capacidad cognitiva. En el caso del docente, debe comprender la complejidad de los procesos educativos, las funciones de la educación, del sistema educativo y el entorno donde se desenvuelve para que las competencias a alcanzar y evaluar sean cognitivas, metacognitivas y sociales. En el caso del estudiante, tiene la tarea de interpretar problemas, identificar necesidades y poner en marcha procedimientos que le den una explicación a los mismos. La relación correcta de los roles del docente y alumno en el proceso propician: motivación, facilidad de comprensión y un aprendizaje de mejor calidad, lo que al final se traduce en desarrollo de competencias que fomentan el trabajo colaborativo, lo que brinda al estudiante la capacidad de tener una visión holística de la realidad.

Por otra parte, Vásquez (2008) en su artículo Consideraciones sobre el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) en Matemáticas de la revista Educación y Ciencia de la Facultad de Educación de la Universidad Autónoma de Yucatán, en su volumen 11, número 35, difundido a través de su sitio de internet, considera que la resolución de problemas resulta ser una propuesta interesante probado en varios países y con muy buenos resultados, puesto que permite que el estudiante aprenda a pensar, deja por un lado la pasividad, de la misma manera el rol del profesor cambia, porque de una figura del maestro sabelotodo y con un modelo estandarizado, el docente toma en cuenta las necesidades del alumno, lo ayuda a utilizar su inteligencia de forma que las tareas

sean significativas y ligadas a la realidad, de modo que considere el aprendizaje como un proceso finito en el espacio y en el tiempo; además, que constituya una actividad continua que se extienda a lo largo de toda la vida; en otras palabras, esto indica que el aprendizaje debe ser significativo y de trascendencia.

Asimismo, Sánchez (2013) en el artículo Qué dicen los estudios sobre el aprendizaje basado en proyectos, publicado el 10 de marzo de 2013, en el sitio electrónico de la revista Actualidad Pedagógica, refiriéndose a los roles del docente y el estudiante, indica que en el método ABP los roles son diferentes, porque el método implica al alumno en los procesos de investigación de una manera autónoma, lo cual genera un producto final; por eso el ABP busca que el estudiante aplique los conocimientos adquiridos; su objetivo: que el estudiante sea un generador de soluciones, ideas, investigaciones, inquietudes y curiosidades, esto permite que las conjeturas son discutidas y comprobadas hasta llegar a un resultado que satisface las condiciones; todo esto genera un espíritu de búsqueda de respuestas a sus constantes inquietudes. Por ello concluye: el método ABP garantiza la adquisición de ciertos aprendizajes y destrezas como: el estudio autónomo, el interés por la información, trabajo en equipo, planificación de tiempo, capacidad de expresarse de forma adecuada y estímulo en la búsqueda de resultados para satisfacción de sus necesidades con el fin de practicar habilidades requeridas para su desenvolvimiento en el Siglo XXI.

También Alzate, Montes y Escobar (2013) en el artículo Diseño de actividades mediante la metodología ABP para la Enseñanza de la Matemática, versión electrónica de la Revista Scientia et Technic, Año XVIII, Vol. 18, No. 3 de la Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia, pp 542, consideran que la metodología Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) contribuye al mejoramiento académico de los estudiantes, porque si se les brinda una orientación adecuada y se establece una permanente interacción docente-estudiante, el alumno demostrará su capacidad a través de la exploración, la abstracción, clasificación y mediciones hasta obtener los resultados que le permitan comunicarse, hacer interpretaciones y representaciones, todo esto con el fin de descubrir la relación de las matemáticas con la realidad, no solo dentro de su ámbito familiar, sino también de su propio contexto. En estas circunstancias esta relación íntima hará que el estudiante mejore su capacidad de descubrimiento y de invención, cuyo fin consiste en llegar a

resolver los problemas con creatividad. En conclusión a través de este método el docente potencializa la capacidad de los alumnos, por esto se considera que la metodología ABP no influye de manera directa en el conocimiento de los estudiantes sobre las matemáticas, sino en la motivación para su aprendizaje, transformando el interés hacia su comprensión, para luego llegar a contextualizarlo.

Según Sessa y Cambriglia (2007) en el artículo titulado La validación de procedimientos para resolver sistemas de ecuaciones, publicado en su sitio electrónico por la Facultad de Cs. Exactas y Naturales de la Universidad de Buenos Aires é IDH de la Universidad Nacional de General Sarmiento en Argentina, con relación al contenido didáctico que ofrecen los libros de texto argentinos, consideran que la atención está puesta en el papel que realizan las propiedades aritméticas y los gráficos cartesianos, en la explicación y validación de los métodos algebraicos de resolución de ecuaciones, lo que configura la validez del procedimiento algebraico para encontrar las soluciones de estos sistemas de ecuaciones. Esto es considerado como un factor condicionante para entender el concepto de la realidad que se tiene, puesto que en este contexto los libros presentan la complejidad de la relación aritmético-algebraica, el tratamiento del sentido algebraico con otras formas de representación como: el lenguaje natural, los dibujos, gráficos cartesianos y los objetos geométricos entre otros; si se toma en consideración que la notación utilizada en un sistema de ecuaciones es una función booleana, porque a cada valor de las variables en juego se tiene una proposición cuyos valores pueden ser verdaderos o falsos, con un conjunto solución que da una proposición verdadera. Esta es una falla fundamental en vista que los alumnos con dificultad en álgebra no toman en cuenta la denotación de los objetos algebraicos, por lo que es importante que se tome en cuenta, identificar las condiciones a la hora de desarrollar una propuesta didáctica sobre los sistemas de ecuaciones lineales.

Asimismo, Díaz (2010) en su artículo Sistema de ecuaciones y resolución de problemas: Una propuesta de enseñanza y aprendizaje publicado por la revista III REPEM-Memorias de Santa Rosa, La Pampa, Argentina y difundido a través de su sitio electrónico, considera que la resolución de problemas es una parte fundamental de la matemática, ya que estas situaciones permiten que el estudiante encuentre la experiencia de conocer el potencial y utilidad de la matemática en los diferentes medios y condiciones, por lo que uno de los objetivos de los planes

de estudio consiste en modelar situaciones o fenómenos cuyos modelos resultantes lo constituyan sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas en diferentes circunstancias. Por tal razón estima que resolver un problema significa dar una explicación coherente a un conjunto de datos relacionados dentro del contexto, ya sea real, realista, imaginario o puramente matemático, y que para lograr su solución no existe un mecanismo predeterminado. Por lo anterior concluye que para trabajar los problemas el estudiante debe utilizar diferentes estrategias de solución, analice su recorrido y efectividad, que el docente integre lo geométrico con lo algebraico, además de permitir la continuidad de contenidos con la finalidad de aportar a la sociedad personas matemáticamente competentes.

De la misma forma, Trejo y Camarena (2011) en su artículo Análisis Cognitivo de situaciones problema con sistemas de ecuaciones algebraicas en el contexto del balance de materia, publicado por la revista Educación matemática, vol. 23 No. 2, México, en su sitio electrónico, consideran que el análisis cognitivo tiene su fundamento en las teorías de los campos conceptuales y de las matemáticas en el contexto de las ciencias, para dicho estudio se atiende la forma en la que los estudiantes representan y construyen aquellas magnitudes o expresiones que no cambian de valor, pese a sufrir algunas transformaciones en el modelo del entendimiento y de las soluciones en el momento de encontrarse con diferente tipo de representaciones que surgen en entorno, esto permite que el alumno establezca su propia propuesta de clasificación y forma de cómo encontrar soluciones para este tipo de representaciones. Desde este punto de vista se percibe a los estudiantes como constructores del conocimiento, lejos de ser recipientes pasivos, por lo que aprender matemática implica la capacidad de utilizarla para resolver eventos específicos en su área de formación profesional y laboral, por tal razón el docente debe fomentar en el estudiante: la integración de conocimientos matemáticos en las áreas de su formación y conocer lo que sucede con ellos cuando realizan una actividad contextualizada.

En otro aspecto, Trejo y Camarena (2011) en su artículo Concepciones de los profesores y su impacto en la enseñanza de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas publicado por la revista Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (vol. 24, pp. 1095-1102) a través de un estudio relacionado a la formación docente, busca entender la manera en la cual las concepciones de los docentes como: su trayectoria, experiencia, forma de pensar y actuar pueden producir un

impacto de manera directa en el aprendizaje de un sistema de ecuaciones algebraicas lineales con dos incógnitas, lo que evidenció un arraigo de conceptos pedagógicos tradicionales con un fuerte predominio de reglas y procedimientos, por ello la actividad docente requiere de conocimientos y habilidades a veces reflexivas y críticas, con el objeto de tomar decisiones que se ajusten al proceso. En el caso específico de la enseñanza de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, se planeó un estudio con el objetivo de acercarse a la forma de realizar el quehacer pedagógico y a la forma en la que este contenido se aplica a la realidad, el resultado fue: la motivación es un factor importante para despertar el interés en los estudiantes, porque en los establecimientos educativos el alumno es un ente pasivo, temeroso hacia las matemáticas, que su mala preparación en los grados anteriores genera un bajo nivel de rendimiento en esta área y que solo aprende a resolver problemas de ecuaciones simultáneas, si estos se ajustan exactamente a los pasos o procedimientos enseñados y por último: que la matemática no está contextualizada por tal razón deja de ser significativa.

También Chavarría (2014) en su artículo Dificultades en el aprendizaje de problemas que se modelan con ecuaciones lineales: El caso de estudiantes de octavo nivel de un colegio de Heredia, publicado por la revista Uniciencia, vol. 28, No, 2 (15-44) de la Escuela de Matemática, Universidad Nacional (UNA) de Costa Rica, presenta los resultados de su investigación con estudiantes del octavo año, con el objetivo de analizar las dificultades relacionadas en el tema de resolución de problemas algebraicos modelados mediante ecuaciones lineales con una incógnita, a raíz de la investigación se logró detectar causas en las dificultades de aprendizaje como estas: los aspectos afectivos, nivel bajo de conocimientos previos, poca comprensión relacional, fatiga, distractores, deficiencia en lectura y poca comprensión de términos. Por ello considera importante que en la resolución de problemas algebraicos se incluya la mediación docente, ya que los mismos presentan muchos datos que pueden ser omitidos por el estudiante, porque más que enseñar matemática el docente debe contribuir a desarrollar la comprensión lectora para que el alumno logre identificar los aspectos más relevantes de un problema. Estas dificultades debe conocerlas el profesor con el fin de implementar las estrategias metodológicas que reduzcan el impacto en el aprendizaje de las matemáticas.

De acuerdo a las investigaciones anteriores, el trabajo docente implica el uso de estrategias acordes a las necesidades del estudiante, utilizando diferentes recursos, que promueven llevar las acciones del contexto a contenidos matemáticos o viceversa; pero, debido a la complejidad que presenta el trasladar dichos contenidos, se considera que el método ABP es un recurso que puede favorecer y facilitar la comprensión de sistemas de ecuaciones simultáneas, porque impulsa el trabajo colaborativo, el análisis crítico, la discusión, la activación de pre-saberes, estimula y motiva para búsqueda de mecanismos en la solución de problemas que afectan al entorno. En todo esto, es importante que el docente tenga la plena convicción que su función, además de mediar y facilitar el proceso debe llevar inmerso promover los espacios para que el estudiante logre su autonomía.

## **1.1 Método ABP (Aprendizaje Basado en Problemas)**

### **1.1.1 Descripción**

Caiseda y Dávila (2006) consideran que el método ABP (Aprendizaje basado en problemas), es una metodología eficaz y flexible, permite que el estudiante aprenda un contenido específico, siempre y cuando asuma su responsabilidad en el proceso de resolución de un problema; esto sucede cuando se plantean problemas que se relacionan con la realidad, antes de conocer en la clase los conceptos, conocimientos y destrezas. En otras palabras los problemas se plantean antes y se espera que el estudiante aplique los conocimientos previos para resolverlos. Esta metodología permite que el proceso educativo se centre en el aprendizaje y que el alumno asuma actitudes de reflexión para enfrentarse a la problemática cotidiana. Algo muy importante de esta metodología lo constituye el hecho que logra identificar las necesidades del alumno en la búsqueda de estrategias para solucionar un problema, además contribuye para que en el aprendizaje se active el proceso de descubrir y aprender conceptos, ya que la metodología conlleva el trabajo cooperativo con grupos de tres o cuatro estudiantes. En el caso del docente, con esta metodología su rol cambia para convertirse en facilitador y mentor, deja de ser lo que generalmente sucede en el proceso educativo: que él explica el tema, propone las actividades y problemas de aplicación, lo sabe todo y se considera como una fuente de soluciones.

Gutiérrez, De la Puente, Martínez y Piña (2012) indican que el aspecto central del método ABP consiste en colocar a los estudiantes frente a un reto, en este caso, es un problema no conocido y a partir de esta situación se desarrollan nuevos conocimientos; en otras palabras, se parte de algo desconocido para llegar a conocimientos nuevos. Esta estrategia hace el éxito del ABP, porque depende de las habilidades de resolución de problemas y del pensamiento crítico, en vista que: pretende alcanzar la optimización de los recursos del estudiante, fortalece y mejora la calidad de su aprendizaje y al final hace que lo aprendido le sea de utilidad en la vida.

### **1.1.2 Características**

Gutiérrez et al. (2012) estiman que el método ABP debe tener características como:

- **Centrado en el estudiante:** En vista que los contenidos y temas deben producir interés en los alumnos y que las metas del aprendizaje sean determinadas por ellos, esto requiere la responsabilidad del estudiante por su propio aprendizaje.
- **Aprendizaje activo:** Porque los resultados son satisfactorios cuando el estudiante asume la responsabilidad de “aprender haciendo”, no importa si su trabajo es individual o grupal, pero lo importante es que a través del conocimiento, su actividad psicomotora y el aspecto motivacional, el estudiante construya su propio aprendizaje.
- **Aprendizaje colaborativo:** Consiste en el intercambio de conocimientos a través de su relación con pequeños grupos, esto facilita la integración y participación de los alumnos.
- **Grupo vs. equipo:** Al crear grupos se conforman equipos, desde luego que estos tienen una meta en conjunto, las funciones son bien definidas, cada integrante sabe que espera el resto de compañeros de él, las decisiones son consensuadas, los conflictos se resuelven de común acuerdo, todos sus integrantes son indispensables, las acciones de todos pueden producir efectos superiores a los esperados, no importa que sus integrantes posean variantes en conocimientos, estilos de vida y experiencias, esto hace que los resultados sean más satisfactorios.

- Razonamiento crítico: Esta característica es importante porque el ABP se enfoca más en el proceso que en el producto, por ello el razonamiento es más que la memorización.

### **1.1.3 Fases del Método ABP**

Egido et al.(2007) estiman que el método ABP pretende activar todos los conocimientos previos que el estudiante posea con el fin de promover una actitud de búsqueda de soluciones y de integrar conocimientos de diferentes áreas para facilitar la comprensión general de las situaciones y como tiene las características no solo de centrarse en el alumno sino también presenta una manera de organización curricular a través de problemas holísticos en lugar de disciplinas, aunque el procedimiento está basado en fundamentos teóricos en donde se supone que el deseo de aprendizaje es una característica natural del alumno, motivado por los estímulos que son generados en el propio contexto con el fin de promover las habilidades necesarias para que las experiencias que se adquieran tengan trascendencia en la vida, para que esta metodología sea aplicable es importante tomar en cuenta tres procesos íntimamente relacionados como: El planteamiento de la cuestión de estudio o problema, el proceso de grupo y el aprendizaje independiente, a estos se les denomina como componentes básicos del ABP.

Méndez y Porto (2008) también consideran que uno de los objetivos del método ABP en todas sus fases es que sea capaz de analizar la información que se le presente en cualquier momento y que pueda mejorar sus habilidades en la resolución de problemas, pero sin olvidar que un medio de encontrarle solución a los mismos es la comunicación, porque de esta manera formará un carácter reflexivo acerca del rol que desempeña en el aprendizaje, por ello se espera que al finalizar el proceso el alumno adquiera las competencias indispensables para tener un pensamiento crítico, elabore juicios y análisis de datos, sin dejar por un lado, la comunicación y cooperación con perseverancia, automotivación y seguridad de encontrar respuestas a sus inquietudes, fortaleciendo la honestidad, responsabilidad y compromiso. Para lograr estas competencias es importante que el docente presente las situaciones, establezca las condiciones y los alumnos clarifiquen el problema, identifiquen sus necesidades y utilicen los procedimientos que le den solución.

Exley y Dennick (2007) consideran que el proceso del ABP se desarrolla en siete fases primordiales:

- **Aclarar términos y conceptos:** La fase consiste en la aclaración de toda la terminología que se presenta en un problema o tema, este aspecto es muy importante en vista que la no comprensión de un solo término, puede generar una mala interpretación; por esta misma razón se debe propiciar la discusión entre los integrantes del equipo porque esto favorece un mejor enfoque en el planteamiento, ya que de esta manera los alumnos visualizan o se forman una idea que puede guiarlos a encontrar fácilmente las estrategias que permitan la solución de los problemas propuestos de manera satisfactoria; por tal razón este aspecto es relevante, porque incide en el éxito en la solución de un problema; en resumen: que el alumno lo entienda.
- **Definir los problemas:** En esta fase los problemas deben definirse: claramente, con exactitud y precisión, de manera que es importante evitar las ambigüedades que generan la confusión. Este factor es muy necesario porque la claridad en lo que se pretende lograr a través del problema puede generar un bloqueo mental en la búsqueda de soluciones.
- 
- **Analizar los problemas:** Esta fase es un espacio abierto para que el alumno pregunte con el fin de aclarar las dudas que tenga, porque cuando estas existen se producen obstáculos que inciden en la secuencia y solución de los problemas, que participe en discusiones, porque esto favorece la búsqueda de estrategias; sugiera y que con los conocimientos previos formule sus hipótesis del ¿por qué? ocurre, posibles causas y efectos que lo lleven fácilmente a encontrar las soluciones. Esta etapa permite que el alumno descubra las pistas que proporciona el propio problema.
- **Hacer una lista sistemática del análisis:** En esta etapa se elabora una lista acerca del planteamiento del problema, los datos que se conocen y los que se desconocen, es realmente pensar con que se cuenta y que hace falta; cuales son los pasos que se van a llevar a cabo, el orden jerárquico de los procedimientos a utilizar y cuáles son los apropiados para aplicar; es en otras palabras poner en juego los conocimientos necesarios.

- Formular los resultados del aprendizaje esperados: Con la información obtenida se puede prever los resultados que se obtienen, el grupo percibe si el trabajo desarrollado genera en ellos un nuevo conocimiento, si las estrategias le dan validez a las soluciones y si estas llenan la confiabilidad para ser aceptables y válidas.
- Aprendizaje independiente centrado en resultados: Tomando como base los resultados, el facilitador puede percibir que en cada alumno se da un aprendizaje que lo coloca con una capacidad de resolver otros problemas en circunstancias similares.
- Sintetizar y presentar nueva información: Con base en la exactitud de los resultados, el estudiante puede descubrir nueva información; los nuevos conocimientos se discuten y le dan validez a las hipótesis que plantearon, las experiencias se presentan con una secuencia lógica, por lo mismo, el docente como facilitador tiene la oportunidad de crear el espacio y coadyuvar al alumno para que se considere protagonista en la construcción de su aprendizaje.

Se debe tomar en cuenta que durante todas estas fases es importante establecer la responsabilidad y la claridad de las funciones, no solo del alumno, sino también el rol del docente como: facilitador, orientador, guía y que además, debe tener la predisposición de ayudar al alumno a que piense de manera crítica ante las circunstancias o problemas que plantea la vida cotidiana. Por estas razones, entre el método ABP y el método científico existen ciertas similitudes por la característica de los procesos que lo conforman.

## **1.2 Aprendizaje de Sistemas de Ecuaciones Lineales con 2 y 3 Variables**

Rosa (2006) acerca del aprendizaje considera que cuando se realiza la enseñanza deben situarse las cosas al nivel del desarrollo del estudiante, esto se debe a que cada periodo tiene su grado de abstracción, de asimilación, de facilidad de modelado y desde luego en el docente la didáctica a utilizar requiere de secuencia y continuidad; por tal razón, cuando se realizan actividades concretas, se ubica al estudiante en un nivel elemental; si por el contrario, la actividad es algebraica, el nivel del estudiante es a partir del séptimo año o sea la secundaria. De esta misma manera el desarrollo lógico se realiza en etapas y en cada una de ellas el ser humano va

perfeccionando sus conocimientos hasta que sea capaz de pensar usando abstracciones, pero cada una de estas etapas se desarrolla con base a la anterior y siempre con una secuencia.

El Currículo Nacional Base (2010) considera que los aprendizajes esperados se establecen con base a criterios claros, sencillos y medibles, y que el docente debe considerar como meta del aprendizaje los contenidos declarativos y los procedimentales; para que éste se produzca satisfactoriamente, debe darse una participación de los estudiantes en actividades intencionales que produzcan un pensamiento constructivo, que al final enriquecen los conocimientos de su entorno. De esta manera el proceso de aprendizaje requiere la participación activa del alumno, de tal manera que vaya construyendo internamente sus modelos cognitivos, habilidades psicomotoras, afectivas y actitudinales.

En el caso del aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales con 2 y 3 variables, se espera que el alumno sea competente para construir modelos matemáticos y que al final muestre un logro en la resolución de problemas; además que utilice diferentes métodos en la solución de este tipo de ecuaciones.

### **1.2.1 Ecuaciones de Primer Grado**

Chavarría (2014) estima que el álgebra es una herramienta indispensable en el avance de los conocimientos matemáticos de los estudiantes y la transición de la aritmética al álgebra causa en ellos dificultades en el aprendizaje, porque hablar de cantidades y luego llegar a generalizaciones con representaciones simbólicas de una manera abstracta, causa en los alumnos confusión, de modo que al pensamiento le es un poco complicado el cambio en este tipo de representaciones matemáticas; estas dificultades se agudizan cuando se llega al tema de resolución de problemas de ecuaciones, debido a que el lenguaje que se utiliza puede parecer en cierta forma incomprensible, pero esto se debe al poco ejercicio de análisis que la mente ha desarrollado en los procesos anteriores.

También es importante tomar en cuenta que existen otros factores que dificultan el proceso de resolución de problemas como: La falta de motivación para el desarrollo de las actividades de

esta naturaleza, la poca capacidad de reflexión en el análisis y la inconsistencia en los argumentos y posibles soluciones; estas dificultades hacen que el aprendizaje de la matemática tenga efectos negativos, por lo que el docente debe buscar las estrategias apropiadas para que estas consecuencias de rechazo se minimicen.

La resolución de problemas algebraicos debe verse como una herramienta de mucha utilidad para el educador en vista que promueve la contextualización del álgebra, por lo cual no conviene manejarse de manera aislada, porque esta vivencia al comprenderse plenamente, puede llegar a potencializar el conocimiento y generar un aprendizaje significativo en el estudiante.

Díaz (2010) por su parte estima que el docente debe tomar en cuenta que no es lo mismo hacer un ejercicio, que resolver un problema, porque en el caso del primero se aplica un algoritmo, mientras que en el segundo debe existir una explicación que proporcione respuestas coherentes y lógicas de acuerdo a las condiciones que el mismo exige y que el mecanismo que se utilice para llegar a dar estas soluciones puede variar de uno a otro, por esta razón es importante fomentar este tipo de actividad en los alumnos porque esto permite potenciar la utilidad de la matemática en su propio contexto y el desarrollo del pensamiento lógico.

Casiá et al. (2007) al referirse a una ecuación la identifican como una igualdad y de la misma manera como una expresión que compara dos cantidades mediante el uso del signo igual y que cumple ciertas condiciones para determinados valores de la variable o variables que aparecen en ella a quienes también se les conoce con el nombre de incógnitas.

En el caso cuando la ecuación se denomina de primer grado, se debe a que las incógnitas o variables tienen como exponente la unidad.

Sullivan (2006) afirma que una ecuación es una proposición cuyo valor puede ser verdadero o falso, dependiendo del valor que se le asigne a la variable; cuando los valores se restringen o se establece un dominio, los admisibles son aquellos que están dentro del dominio y a estos valores que nos dan una proposición verdadera se les conoce con el nombre de raíces o soluciones de la

ecuación. Cuando se dice que se va a resolver una ecuación significa que se deben encontrar todas las soluciones que hacen verdadera la ecuación

Aguilar, Bravo, Gallegos, Cerón y Reyes (2009) al referirse a una ecuación indican que es una igualdad con una o varias incógnitas que se representan con letras y que una fórmula para encontrar una cantidad que se puede medir es también una ecuación, además las ecuaciones con expresiones algebraicas que buscan el valor de una variable o representan modelos matemáticos que resuelven situaciones de la vida cotidiana. Las ecuaciones de primer grado que llevan una incógnita se resuelven mediante el uso de ecuaciones equivalentes con operaciones elementales que se aplican a ambos miembros de la ecuación hasta llegar a obtener el valor de la variable.

Como las ecuaciones son realmente igualdades y generalmente cuando se habla de estas se compara una situación con otra; por esta razón, siempre debe tomarse en consideración que tiene que existir un primero y un segundo miembro para realizar la operación.

### **1.2.2 Despeje de Variables**

Ortiz, Marroquín, Pérez y Navajas (2006) consideran importante que en la búsqueda de soluciones de cualquier tipo de ecuaciones, el estudiante debe manejar correctamente las variables en vista que estas letras o símbolos sustituyen cantidades que permiten la resolución de problemas; estos valores, no solamente son utilizados en matemática, sino también en otras ciencias en las que se requiere la correcta manipulación de las mismas, por eso es importante insistir que para realizar el proceso de despeje de variables en una ecuación se debe aplicar las leyes de cancelación de las igualdades, las cuales establecen que al realizar las mismas operaciones en ambos miembros de una igualdad, como en este caso, la igualdad se mantiene.

Pérez, Aldana, López y Pazzetty (2007) al referirse a variable indican que esta representa a una magnitud que posee un valor que puede cambiar de acuerdo a las circunstancias y condiciones que exija una ecuación, y que tanto las constantes como variables forman parte de una expresión algebraica. También consideran que de manera usual en matemáticas se representan las variables utilizando las tres primeras o las tres últimas letras del abecedario.

Aguilar et al. (2009) afirman que para despejar una variable basta con aplicar las operaciones inversas a cada miembro de una ecuación, por ejemplo, si en un miembro de la ecuación existe suma, la operación que se aplica es la resta a ambos miembros; si por el contrario es multiplicación, la operación a aplicar a los dos miembros es división; si es una potencia, se aplica una raíz; esto se hace para mantener la igualdad de la ecuación, porque si solamente se aplica a un miembro, deja de ser ecuación.

### **1.2.3 Función Lineal**

Antonyan, Cendejas y Aguilar (2007) indican que la idea común acerca de lo que es una función, es considerada como la relación que existe entre el valor de una variable a la que se le llama  $y$ , y que se encuentra en relación con otra llamada  $x$ , como  $x$  y  $y$  son variables puede suceder que el valor de la variable  $y$  depende de la elección de  $x$ , por tal razón a la variable  $x$  se le conoce como variable independiente, mientras que a  $y$  se le conoce con el nombre de variable dependiente, esto se da porque el valor de  $y$  va a depender de los movimientos que tenga  $x$ , cuando la función es de primer grado se le conoce también como función lineal.

Una forma de representar algebraicamente una función es  $y = f(x)$ , la cual tiene la ventaja de denotar de manera sencilla que la variable independiente es  $x$ , mientras que la variable dependiente es  $y$ , en este caso el nombre de la función es  $f$ .

Pérez et al. (2007) indican que una función lineal es la que se puede representar en forma de una ecuación en la cual la variable ó incógnita tiene como exponente la unidad y su representación gráfica en el plano cartesiano es una línea recta; por tal razón, se le denomina de esta manera, esto constituye la característica especial de la igualdad. Esta función tiene la forma  $y = mx + b$ , en donde  $m$  y  $b$  son constantes diferentes de cero y  $x$  es la variable o incógnita.

### **1.2.4 Sistemas de Ecuaciones Lineales**

Matute (2008) al referirse a un sistema considera a un conjunto de dos o más ecuaciones con dos o más incógnitas que son resueltas al mismo tiempo o de manera simultánea y su solución es un

par ordenado  $(x, y)$  el cual indica el punto de intersección de las líneas en el plano, como también ocurre que el sistema no tiene soluciones porque las rectas son paralelas y no se cortan, o puede ser que el sistema tiene infinitas soluciones porque las ecuaciones coinciden o se sobreponen.

Stewart, Redlin y Watson (2007) afirman que un sistema de ecuaciones es un conjunto de ecuaciones que tiene las mismas variables y que su solución depende de los valores que se le asignen a las variables, esto hace que cada uno de las ecuaciones del sistema se cumple, por eso cuando dice: resolver el sistema, se refiere a la forma de encontrar todas las soluciones de las ecuaciones que lo componen.

Sandoval et al. (2011) consideran que al referirse a un sistema de ecuaciones lineales, se refieren a resolverlas simultáneamente; el sistema puede estar conformado por dos o más variables. Cuando se procede a resolverlo se tiene que determinar el conjunto de pares ordenados  $(x, y)$  que son los números reales que satisfacen al mismo tiempo las ecuaciones, a este conjunto se le denomina conjunto solución del sistema. Los sistemas de acuerdo a las soluciones que tengan pueden ser: compatibles determinados: porque tienen una solución y es cuando las rectas tienen un punto donde se intersectan; compatibles indeterminados: porque tiene infinitas soluciones y se debe a que las rectas coinciden en todos los puntos, es decir que las rectas se sobreponen; y por último, los sistemas incompatibles porque no tienen ningún punto en común y gráficamente las rectas son paralelas, esto significa que no existe ningún punto de intersección en las líneas que comprende cada una de las ecuaciones.

### **1.2.5 Sistemas de 2 Ecuaciones con 2 Variables y de 3 Ecuaciones con 3 Variables**

Aguilar et al. (2009) dicen que un sistema de dos ecuaciones con dos variables tiene la forma:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

De esta manera la solución lo constituyen todos los pares ordenados que satisfacen las dos ecuaciones de la forma como se representa simbólicamente:

$$\{(x, y) | a_1x + b_1y = c_1\} \cap \{(x, y) | a_2x + b_2y = c_2\}$$

Cada ecuación representa una recta en el plano y de la misma manera como lo han citado otros autores, puede existir coincidencia en un punto, también pueden ser coincidentes en infinitos puntos debido a que las ecuaciones son iguales, aunque aparentemente por la forma de expresión no parezcan, y por último que no exista ninguna coincidencia porque las rectas son paralelas y por más que se les prolongue no se va a dar ningún punto de intersección.

Stewart et al. (2007) consideran que un sistema de ecuaciones con tres y más variables, se puede representar simbólicamente de la siguiente manera:

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = c$$

en donde  $a_1, a_2, \dots, a_n$  y  $c$  son números reales, y  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , son las variables. En el caso de tener tres o cuatro variables, para identificarlas se utilizan las letras  $x, y, z$  y  $w$ , en lugar de  $x_1, x_2, x_3$ , y  $x_4$ , también en este caso son ecuaciones lineales como el siguiente ejemplo:

$$x + y + z = 2w - \frac{1}{2},$$

algunas veces puede darse que un sistema de tres variables esté con todas

las variables o bien puede ser triangular:

$$\begin{cases} x - 2y - z = 1 \\ -x + 3y + 3z = 4 \\ 2x - 3y + z = 10 \end{cases} \quad \begin{cases} x - 2y - z = 1 \\ y + 2z = 5 \\ z = 3 \end{cases}$$

### 1.2.6 Métodos de Solución

Sandoval et al. (2011) consideran que un sistema de 2 ecuaciones con 2 variables se puede resolver a través de diferentes métodos como: el gráfico, el de igualación, el de sustitución, el de reducción o bien por determinantes. En este caso solo se hace mención a los cuatro primeros.

- Método gráfico: Este método consiste en graficar las ecuaciones en un mismo plano cartesiano, luego se determinan las coordenadas del punto o los puntos de intersección de las rectas, si existen. Esto lo podemos demostrar con el siguiente ejemplo:

Resuelva el sistema  $\begin{cases} 4x - y = 1 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$

$$y = 4x - 5$$

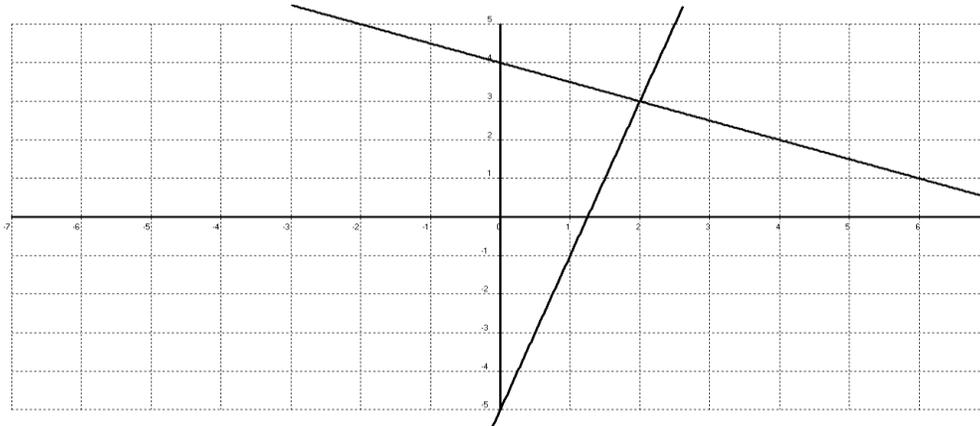
$$y = \frac{-x}{2} + 4$$

Al despejar y en las dos ecuaciones se tiene:

Al graficar ambas ecuaciones en el mismo plano cartesiano se obtiene:

Gráfica No. 1.

Sistema de ecuaciones compatible y determinado



Fuente: Resolver 9 Matemáticas, Santillana (2011)

Como el punto donde se da la intersección es (2,3), significa que el valor de  $x$  es 2 y el valor de  $y$  es 3 y como es una única solución el sistema es compatible y determinado.

- Método de Igualación: Con este método se despeja la misma variable en las dos ecuaciones, luego procedemos a igualar las expresiones resultantes y de esta manera obtenemos los valores de las incógnitas. El siguiente ejemplo muestra el proceso a seguir:

Resolver el sistema: 
$$\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 4x - 3y = 5 \end{cases}$$

Al despejar la variable  $y$  en las dos ecuaciones se tiene:

$$y = \frac{8-3x}{2} \quad y = \frac{4x-5}{3}$$

Se igualan las dos ecuaciones, de manera que solamente se tenga a  $x$  como única incógnita:

$$\begin{aligned}\frac{8-3x}{2} &= \frac{4x-5}{3} \\ 3(8-3x) &= 2(4x-5) \\ 24-9x &= 8x-10 \\ -9x-8x &= -10-24 \\ -17x &= -34 \\ x &= \frac{-34}{-17} \\ x &= 2\end{aligned}$$

Sustituimos el valor de  $x$  en una de las ecuaciones del sistema para hallar el valor de  $y$ :

$$\begin{aligned}3x+2y &= 8 \\ 3(2)+2y &= 8 \\ 6+2y &= 8 \\ 2y &= 8-6 \\ 2y &= 2 \\ y &= \frac{2}{2} \\ y &= 1\end{aligned}$$

Como se puede observar la solución del sistema es  $(2, 1)$ ; para verificar si este resultado es correcto, se procede a sustituir los valores encontrados para cada incógnita y se opera:

$$\begin{array}{l}3x+2y=8 \quad 4x-3y=5 \\ 3(2)+2(1)=8 \quad 4(2)-3(1)=5 \\ 6+2=8 \quad 8-3=5 \\ 8=8 \quad 5=5\end{array}$$

Como ambas soluciones satisfacen plenamente el sistema, el resultado obtenido es correcto.

- Método de Sustitución: Este método consiste en despejar una de las variables en cualquiera de las ecuaciones que conforman el sistema, la expresión que se obtiene se sustituye en la otra ecuación para luego encontrar el valor de la otra incógnita, el proceso se presenta a continuación:

$$\text{Resolver el sistema: } \begin{cases} 3x-2y=-11 \\ x+y=8 \end{cases}$$

Se despeja  $x$  en la segunda ecuación:  $x=8-y$

Se sustituye el valor de la variable encontrada en la primera ecuación, se realizan las operaciones indicadas y se obtiene:

$$\begin{aligned}3x - 2y &= -11 \\3(8 - y) - 2y &= -11 \\24 - 3y - 2y &= -11 \\y - 2y &= -11 - 24 \\-5y &= -35 \\y &= \frac{-35}{-5} \\y &= 7\end{aligned}$$

El valor de  $y$  se sustituye en una de las dos ecuaciones del sistema para determinar el valor de la otra variable:

$$\begin{aligned}x + y &= 8 \\x + 7 &= 8 \\x &= 8 - 7 \\x &= 1\end{aligned}$$

El par ordenado  $(1,7)$  representa la solución de las ecuaciones y que al verificarlas se comprueba que los valores satisfacen correctamente el sistema.

- **Método de Reducción:** Un sistema de ecuaciones se resuelve por este método al convertir ambas en una sola, para ello se amplifica de manera conveniente de modo que los coeficientes de las variables que se van a eliminar tengan signos diferentes, de esta forma solamente queda una incógnita, cuyo valor se encuentra, como se muestra con el ejemplo siguiente:

$$\text{Resolver el sistema: } \begin{cases} 2x + y = 6 \\ 3x - y = 14 \end{cases}$$

Se puede observar que la variable  $y$  tiene signos diferentes, por lo que procedemos a eliminarlos:

$$\begin{array}{r}2x + y = 6 \\ \underline{3x - y = 14} \\ \hline\end{array}$$

Se hace la reducción de términos y se obtiene el valor de una variable:

$$\begin{array}{r} 2x + y = 6 \\ 3x - y = 14 \\ \hline 5x = 20 \\ x = \frac{20}{5} \\ x = 4 \end{array}$$

Se sustituye  $x$  en cualquiera de las ecuaciones dadas para encontrar el valor de  $y$ , por ejemplo en la primera ecuación y se obtiene:

$$\begin{array}{r} 2x + y = 6 \\ 2(4) + y = 6 \\ 8 + y = 6 \\ y = 6 - 8 \\ y = -2 \end{array}$$

Se hace la comprobación de resultados en ambas ecuaciones:

$$\begin{array}{r} 2x + y = 6 \quad 3x - y = 14 \\ 2(4) + (-2) = 6 \quad 3(4) - (-2) = 14 \\ 8 - 2 = 6 \quad 12 + 2 = 14 \\ 6 = 6 \quad 14 = 14 \end{array}$$

La solución del sistema es  $(4, -2)$  y como se puede comprobar que satisface el sistema, el resultado es verdadero.

Pérez et al. (2007) consideran que para la solución de un sistema de 3 ecuaciones con 3 variables se puede aplicar cualquiera de los métodos anteriores, pero el método que facilita mucho más la solución del sistema es el método de reducción, tal y como lo vemos en el siguiente ejemplo:

$$\text{Resolver el sistema: } \begin{cases} 4x + 2y + z = 660 & (1) \\ x + y + 2z = 425 & (2) \\ x + y + z = 305 & (3) \end{cases}$$

Al resolver la primera y la segunda ecuación, amplificándola por  $-2$ , se elimina la incógnita  $y$ , de esta manera se obtiene una cuarta ecuación:

$$\begin{array}{r} \begin{cases} 4x + 2y + z = 660 & (1) \\ x + y + 2z = 425 & (2) \end{cases} \\ \hline \begin{cases} 4x + 2y + z = 660 & (1) \\ -2x - 2y - 4z = -850 & (2) \end{cases} \\ \hline 2x \quad -3z = -190 & (4) \end{array}$$

Se toma la primera y la tercera ecuación amplificándola por -2, se elimina la misma incógnita y se obtiene:

$$\begin{cases} 4x + 2y + z = 660 & (1) \\ -2x - 2y - 2z = -610 & (3) \\ \hline 2x - z = 50 & (5) \end{cases}$$

Al obtener las ecuaciones (4) y (5), se conforma un nuevo sistema de 2 ecuaciones con 2 variables y se procede a reducirlas para encontrar el valor de z:

$$\begin{aligned} 2x - 3z &= -190 & (4) \\ -2x + z &= -50 & (5) \\ \hline -2z &= -240 \\ z &= \frac{-240}{-2} \\ z &= 120 \end{aligned}$$

Al encontrar el valor de la incógnita  $z = 120$ , se sustituye este valor en la ecuación (5) y se despeja la variable x:

$$\begin{aligned} 2x - z &= 50 \\ 2x - (120) &= 50 \\ 2x - 120 &= 50 \\ 2x &= 50 + 120 \\ x &= 170 \\ x &= \frac{170}{2} \\ x &= 85 \end{aligned}$$

Al tener el valor de x, se toma la ecuación (3) y se sustituye cada uno de los valores encontrados para hallar el de la tercera variable.

$$\begin{aligned} x + y + z &= 305 \\ 85 + y + 120 &= 305 \\ y &= 305 - 85 - 120 \\ y &= 100 \end{aligned}$$

Con el ejercicio concluido se puede deducir que los valores de las variables son:

$$\begin{aligned} x &= 85 \\ y &= 100 \\ z &= 120 \end{aligned}$$

Existen otros métodos de resolución de este tipo de ecuaciones, pero únicamente se hace énfasis en los anteriores, por ser los más usuales.

## II. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La resolución de problemas de cualquier índole, área de la ciencia ó nivel de estudios, representa ciertas complicaciones para un estudiante, esto se debe a algunos factores como: la interpretación de términos utilizados, el orden en la secuencia de procesos mentales que el mismo requiere y la trascendencia que estos tienen en la vida diaria. En estas condiciones, el aprendizaje debe considerar que las circunstancias de la vida es un factor propicio para que el estudiante sea realmente un protagonista del proceso educativo y que al resolver problemas, no solo experimente el descubrimiento, sino también que los conocimientos del aula, lleguen a la contextualización de la realidad.

En el caso de los estudiantes de tercero básico del Instituto de Educación Básica por Cooperativa de Chicamán, manifiestan en la resolución de problemas algunas dificultades, mayormente cuando se refiere a aquellos, cuyo proceso requiere de ecuaciones de primer grado, ya sea de una omás variables.

En este entorno las capacidades se ven restringidas, en vista que encontrar un procedimiento adecuado que permita interpretar de manera correcta los enunciados y planteamientos, y trasladar el lenguaje usual a un lenguaje algebraico, se convierte prácticamente en una dificultad. Al respecto de esta contrariedad surge la siguiente interrogante: ¿Cómo el método ABP incide en el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales con 2 y 3 variables?

### 2.1 Objetivos

#### 2.1.1 Objetivo General

Determinar la incidencia del método ABP en la solución de problemas de sistemas de ecuaciones lineales con 2 y 3 variables.

#### 2.1.2 Objetivos Específicos

- Identificar el nivel de aprendizaje de los estudiantes de tercero básico al utilizar el método ABP en la solución de ecuaciones simultáneas.

- Analizar si el método ABP incide en la solución de ecuaciones simultáneas de 2 y 3 incógnitas.
- Comparar los resultados obtenidos después de aplicar el método ABP en la solución de ecuaciones simultáneas a los estudiantes.
- Innovar la enseñanza-aprendizaje de la matemática al aplicar el método ABP en la solución de ecuaciones simultáneas de 2 y 3 incógnitas.

## 2.2 Hipótesis

H<sub>1</sub>: El método ABP incide en el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales con 2 y 3 variables.

H<sub>0</sub>: El método ABP no incide en el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales con 2 y 3 variables.

## 2.3 Variables

Variable independiente: Método ABP.

Variable dependiente: Aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales con 2 y 3 variables.

## 2.4 Definición de las Variables

### 2.4.1 Definición Conceptual

#### **Variable independiente: Método ABP**

Caisedá y Dávila (2006) definen el método ABP, como una herramienta o experiencia educativa que pretende que el estudiante aprenda un contenido específico como parte de su propia responsabilidad en el proceso de aprendizaje, mediante la resolución de problemas. De acuerdo a

lo anterior el método ABP, permite que a través del planteamiento de problemas se pueda producir el aprendizaje de los estudiantes acerca de un contenido matemático en lo particular.

**Variable dependiente: Aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales con 2 y 3 variables:**

Sandoval et al. (2011) Definen que un sistema de dos ecuaciones lineales con dos y tres variables o incógnitas son las que se resuelven de la manera cuando se determina el conjunto de pares ordenados  $(x, y)$  de números reales, los valores de las variables satisfacen simultáneamente las ecuaciones, el valor de cada variable está en función de la otra u otras que componen el sistema.

En resumen un sistema de ecuaciones lineales con 2 y 3 variables es el sistema en el que los valores de las variables se satisfacen para todas las ecuaciones, de manera que cada variable tiene un valor que se hace verdadero en cada una de las ecuaciones que lo conforman.

**2.4.2 Definición Operacional**

**Cuadro No. 1**

<b>Variable</b>	<b>Instrumento</b>	<b>Responde</b>	<b>Análisis</b>
1. Método ABP (Aprendizaje basado en problemas)	Pre- test	Estudiante	T de student
2. Sistemas de ecuaciones lineales con 2 y 3 variables	Post-test	Estudiante	Diferencia de medias

Fuente: Elaboración propia

**2. 5 Alcances y Límites**

• **Alcances:**

Proporcionar a las autoridades educativas del Instituto Mixto de Educación Básica por Cooperativa de Chicamán, Quiché, la investigación efectuada con estudiantes de tercero básico, para ello se tomó a los estudiantes de la sección “A” como grupo experimental y a los estudiantes de la sección “B” como grupo control. Dicho estudio permitió conocer mediante la resolución de

problemas las dificultades y factores que inciden en el aprendizaje de ecuaciones simultáneas con 2 y 3 variables.

• **Límites:**

El estudio únicamente hizo énfasis en problemas relacionados con ecuaciones simultáneas, el factor limitante que incidió en la implementación de la investigación fue el desarrollo de otras actividades que realizó el centro educativo.

## **2.6 Aportes**

Plantear a los docentes del área de matemática del ciclo básico la importancia de implementar la resolución de problemas como una herramienta importante para desarrollar el pensamiento, lo que permite la ventaja de facilitar la resolución de aquellos que surgen, no solo en el aula, sino también a los que suceden en el propio entorno.

La aplicación del método ABP permite la participación del alumno, favorece la discusión, fomenta el análisis crítico, el trabajo cooperativo, la práctica de valores humanos y la comprensión, lo que promueve la construcción y fortalecimiento del propio carácter.

De la misma manera, con la investigación se espera dejar un aporte a la Universidad Rafael Landívar, con el objetivo de generar un espacio no solo de discusión, sino también de investigación, en vista que el tema en lo particular cuenta con escasa información en los medios de consulta propiamente de la Facultad de Humanidades, además se va a contribuir con proporcionar algunas herramientas que permitan mejorar la calidad educativa del país y por lo consiguiente, fortalecer el aprendizaje de las matemáticas para que al final los resultados en la evaluación del rendimiento escolar sean positivos en el alcance de las competencias.

### III. MÉTODO

#### 3.1 Sujetos

Los sujetos participantes en el estudio son alumnos de tercero básico secciones “A” y “B” del Instituto de Educación Básica por Cooperativa del municipio de Chicamán, departamento de Quiché, para tal objeto participan 25 estudiantes de la sección “A” y 25 de la sección “B” de ambos sexos, quienes se encuentran legalmente inscritos en el establecimiento y son originarios en su mayoría de la cabecera municipal, mientras que otros provienen de lugares circunvecinos. El idioma materno que predomina en ellos es el castellano, k’iche y pocomchí, cuyas edades oscilan entre los 15 y 20 años de edad.

La sección “A” constituye el grupo experimental en donde se aplicó el método ABP; mientras que la sección “B” es el grupo control, cuya metodología es la enseñanza tradicional. Es importante resaltar, como referencia del contexto, que una parte de estudiantes posee condiciones económicas de clase media, regularmente quienes residen en el casco urbano, mientras que otra parte es de escasos recursos, principalmente quienes provienen del área rural.

En el cuadro se presenta la cantidad y distribución de los sujetos de estudio:

**Cuadro No. 1**

Grupo	Grado	Sección	Hombres	Mujeres	Total	Total de sujetos
Experimental	Tercero	A	13	12	25	50
Control	Tercero	B	10	15	25	

Fuente: Trabajo de campo. (agosto-septiembre 2015)

#### 3.2 Instrumentos

Los instrumentos utilizados para la presente investigación son: un pre-test y prueba inicial a los dos grupos, con ítems que evidencien conocimientos, habilidades y destrezas en la resolución de ejercicios y problemas matemáticos utilizando ecuaciones de primer grado con dos variables, lo que permitió hacer patente la incidencia del método ABP en el aprendizaje de ecuaciones

simultáneas. Además esta prueba objetiva inicial sirvió para descubrir los conocimientos previos que poseen los estudiantes antes de aplicación de la metodología; posteriormente, al final del estudio se empleó una prueba similar a la inicial, con el objeto de verificar el impacto que el método produjo, para luego medir estadísticamente las diferencias entre ambos grupos.

Con el grupo experimental se trabajó el método ABP con aplicaciones en sistemas de ecuaciones simultáneas, para ello se utilizó material específico y se realizaron las pruebas con el fin de conocer deficiencias y avances en la habilidad de resolución de problemas que se plantearon, con notas de acuerdo a las actividades que se realicen. Además las actividades se calificarán de acuerdo a una lista de cotejo con el fin de verificar los avances e identificar el impacto que tendrá la metodología en el rendimiento académico de los estudiantes.

Con el grupo control, la actividad que se desarrolló consistió en una enseñanza tradicional utilizando los recursos mínimos como: libro, cuaderno y pizarrón, sin considerar la aplicación de alguna estrategia de aprendizaje relevante; los contenidos se evaluaron de acuerdo a parámetros de notas acumulativas que establece el sistema y que lleva un informe al final del ciclo.

Para terminar el proceso de investigación, se pasó un post-test y prueba final con el objeto de verificar si la aplicación del método ABP incidió positiva o negativamente en el aprendizaje de las ecuaciones simultáneas y si se marcan diferencias entre el grupo experimental y el grupo control, esto se hizo con el objetivo de considerar, si la metodología ABP es favorable o bien desfavorable al proceso educativo, específicamente si se trata de problemas que se resuelven a través de sistemas de ecuaciones con dos y tres variables.

Las pruebas tuvieron un valor de 100 puntos para hacer un total del 100% y están diseñadas como se describe a continuación:

**Descripción:**

- Pre-test y prueba inicial:

Parte informativa de la Institución Educativa,

Valoración de la prueba: 100 puntos,

Información del estudiante,

Recomendaciones generales,

I serie. Complementación de Preguntas. Valor 20 puntos,

II serie: Selección múltiple de pares ordenados que satisfacen un sistema. Valor 20 puntos,

III serie. Identificación y descripción de gráficas de sistemas como consistentes, inconsistentes o dependientes. Valor 30 puntos,

IV serie. Problemas que implican ecuaciones simultáneas que se resuelven a través del método de reducción. Valor 30 puntos..

- Post-test y prueba final:

Parte informativa de la Institución Educativa,

Valoración de la prueba: 100 puntos,

Información del estudiante,

Recomendaciones generales,

I serie. Complementación de preguntas. Valor 15 puntos,

II serie. Selección múltiple de pares ordenados que satisfacen un sistema. Valor 16puntos,

III serie. Resolución de sistemas con dos variables: por igualación, reducción y sustitución. Valor 27 puntos,

IV serie. Resolución de sistema con tres variables por reducción. Valor 10 puntos,

V serie. Resolución de problemas utilizando cualquiera de los métodos. Valor 32puntos.

### **3.3 Procedimiento**

La investigación se desarrolló de acuerdo a las actividades siguientes:

- **Selección del tema:**

La selección del tema se hizo de acuerdo a un sondeo entre docentes y alumnos, con el objetivo de detectar algunas deficiencias en el aprendizaje de las matemáticas, fue de esta manera que se llegó a la conclusión que los estudiantes encuentran ciertas dificultades en la forma como resolver problemas, debido a que no conocen estrategias para solucionarlos, prueba de ello y de acuerdo a documentos relacionados con la metodología ABP, se consideró aplicarla a estudiantes de este grado con el fin de experimentarla, para ello se utilizan problemas del

entorno y lograr el aprendizaje de ecuaciones simultáneas. Por ello se elige el tema: Método ABP y su incidencia en el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales con dos y tres variables.

• **Perfil de investigación:**

Se presentó al curso de Tesis I los contenidos como: Tema, Pregunta de Investigación, Objetivos, Justificación é Índice temático.

• **Antecedentes:**

La recopilación de los antecedentes surge de acuerdo a los artículos de revistas digitales y documentos que citan las variables de investigación y de conformidad a la guía de graduación de la Universidad.

• **Marco Teórico:**

Después de ser aprobado el tema de tesis, se realizó la respectiva recopilación de documentos como medios de consulta que ayudarían en la elaboración de los antecedentes y en los fundamentos del marco teórico, los que estaban disponibles en revistas digitales y de conformidad a las variables a investigar.

• **Planteamiento del problema:**

Es una etapa importante dentro del proceso en vista que define las acciones a seguir en la investigación y fases que la conforman, de la misma manera se incluyen objetivos: general y específicos, definición de cada variable, alcances, límites y aportes que dará el estudio.

• **Método:**

En este aspecto se define quienes son los sujetos de estudio, tipo de investigación, que en este caso es experimental, con diferencia de medias, como metodología estadística para comparar los resultados de las secciones participantes en sus momentos iniciales y finales.

• **Análisis y discusión de resultados:**

Al obtener los resultados se hace una comparación de conformidad con la metodología estadística, a través de gráficas y tablas estadísticas, con base en los datos obtenidos en el pre-

test, post-test y los instrumentos que utilizó el estudio, con el fin de confirmar los objetivos e hipótesis.

• **Conclusiones:**

A partir de la interpretación de resultados obtenidos, comparados y analizados, al final del documento se elaboran las conclusiones en función de los objetivos e hipótesis definidos en esta investigación.

• **Recomendaciones:**

Constituyen las sugerencias finales que parten de las conclusiones de acuerdo al estudio realizado en el área de Matemática, con los estudiantes de tercero básico del Instituto Mixto de Educación Básica por Cooperativa de Chicamán.

• **Propuesta:**

Finalizada la investigación se presenta una propuesta con el fin de poner a disposición una técnica o herramienta que permita contribuir a mejorar la calidad educativa, que favorezca el rendimiento académico de acuerdo a los requerimientos que demanda la educación actual.

• **Referencias:**

Se hace un detalle de las fuentes consultadas con el nombre del autor, año, nombre del documento o libro, lugar de edición y editorial.

### **3.4 Tipo de Investigación, Diseño y Metodología Estadística**

• **Tipo de investigación:**

El estudio en este caso es de tipo cuantitativo, al respecto Hernández, Fernández y Baptista (2010) exponen que el tipo de investigación es cuantitativo, cuando un enfoque utiliza datos numéricos que permiten corroborar o bien descartar la hipótesis a través de un procedimiento de análisis estadístico con el fin de observar el comportamiento de las variables en el proceso investigativo.

**•Diseño:**

Esta investigación presenta un diseño experimental, al referirse a este tema Morales (2013) describe que un diseño es experimental cuando existe un grupo experimental y un grupo control que no recibe el mismo tratamiento, sino que únicamente es objeto de comparación la dependencia entre ambas considerando su respectiva causa y efecto.

**•Metodología estadística:**

Se aplicó la diferencia de medias, el análisis de datos pares o t-student, la media aritmética, desviación típica y porcentajes a través del análisis de datos en el programa Excel.

En este caso Castañeda, De la Torre, Morán y Lara (2007) establecen que para el análisis e interpretación de datos es necesario utilizar técnicas estadísticas básicas; para poder procesar la información de la investigación es importante usar ecuaciones que permitan expresar en números los resultados obtenidos; por lo que al presentar el informe de resultados se puede hacer uso de tablas o gráficos que describan los logros obtenidos a través del estudio, para ello se utilizan las fórmulas como las que se muestran a continuación:

Nivel de confianza:

$$NC = 95\%; \quad Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$$

Promedio muestral:

Antes de aplicación de la estrategia:

$$\bar{X} = \frac{\Sigma f \cdot X}{N}$$

Después de la aplicación de la estrategia:

$$\bar{Y} = \frac{\Sigma f \cdot Y}{N}$$

Desviación típica estándar o muestral:

$$S_1 = \sqrt{\left(\frac{\Sigma f \cdot d^2}{N}\right) - \left(\frac{\Sigma f \cdot d^1}{N}\right)^2}$$

$$S_2 = \sqrt{\left(\frac{\Sigma f \cdot d^2}{N}\right) - \left(\frac{\Sigma f \cdot d^1}{N}\right)^2}$$

Valor estadístico de prueba Z:

$$Z = \frac{(\bar{x} - \bar{y}) - \Delta_0}{\sqrt{\frac{(\sigma_1)^2}{N} + \frac{(\sigma_2)^2}{N}}}$$

Media aritmética de las diferencias:  $\bar{d} = \frac{\sum d_1}{N}$

Desviación típica o estándar para la diferencia entre la evaluación inicial antes de su aplicación y la evaluación final después de su aplicación.

$$Sd = \sqrt{\frac{\sum (d_1 - \bar{d})^2}{N - 1}}$$

Valor estadístico de prueba:  $t = \frac{\bar{d} - \Delta_0}{\frac{Sd}{\sqrt{N}}}$

Grados de Libertad: N - 1

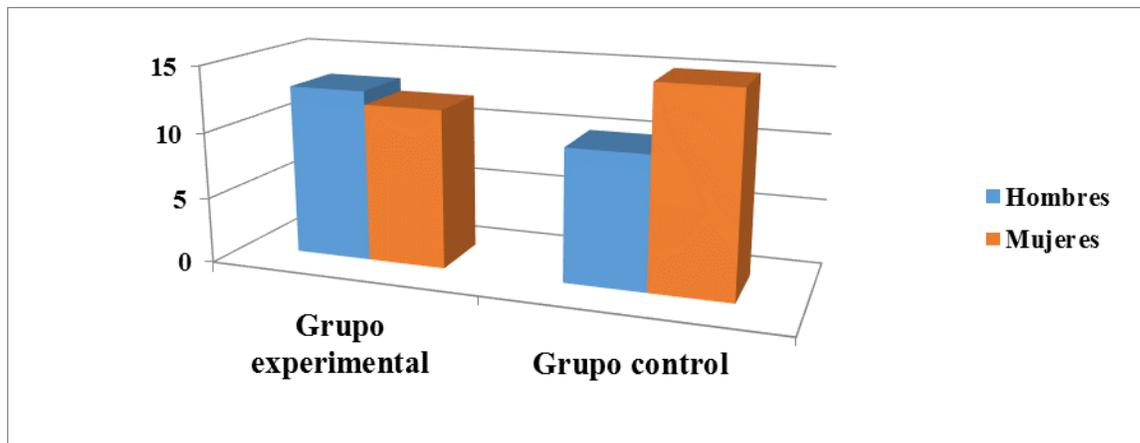
#### IV. PRESENTACIÓN DE RESULTADOS

El trabajo de campo a través del estudio experimental utilizó a dos grupos de estudiantes de tercero básico en el curso de Matemática, por lo que antes de iniciar la investigación se practicó un diagnóstico de ambos grupos a través de un pre-test, con el fin de conocer las habilidades de los estudiantes, con sus conocimientos previos en la resolución de ecuaciones simultáneas con varias incógnitas por medio de problemas, todo esto con el fin de proponer una forma más activa y participativa que permita desarrollar la capacidad de enfrentar y resolver los problemas que las circunstancias de la vida presentan.

Los datos obtenidos permiten tener una percepción sobre la aceptación o rechazo de la hipótesis nula, para elaborar las conclusiones y recomendaciones; además, facilitar la interpretación de los diferentes elementos y aspectos que participaron en la investigación.

**Gráfica No. 1**

**Estudiantes participantes en el proceso**



Fuente: Trabajo de campo (agosto-septiembre 2015)

**Interpretación:** En la gráfica número 1 se ilustra la cantidad de 50 sujetos participantes en el presente estudio, clasificados por género; el grupo experimental conformado por alumnos de tercero sección “A”: 13 hombres y 12 mujeres, para un total de 25; mientras que el grupo control, conformado por alumnos de tercero sección “B”: 10 hombres y 15 mujeres para un total de 25.

**Tabla No. 1**

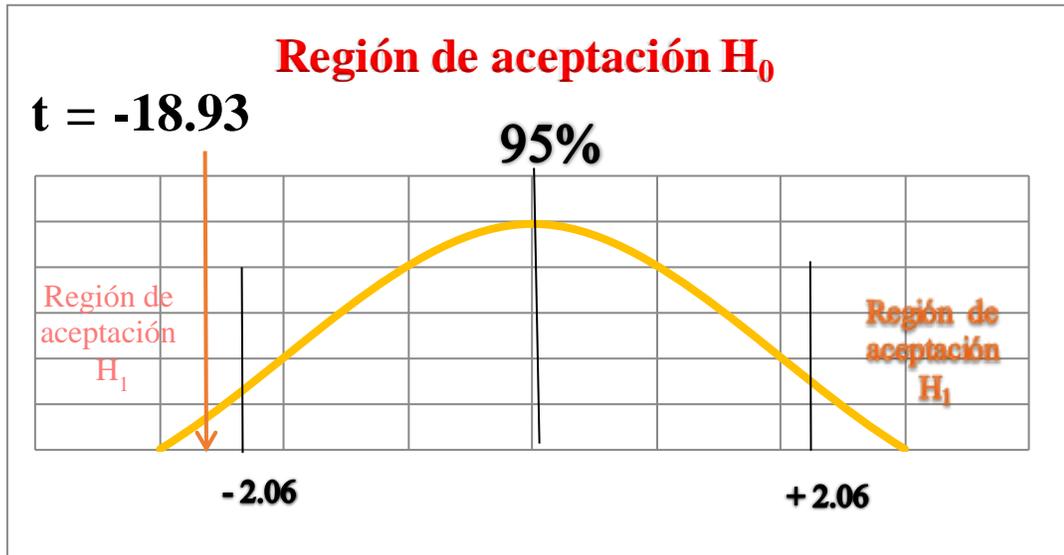
**Resultados de pre-test y post-test aplicados al grupo experimental**

<b>Prueba t para medias de dos muestras emparejadas</b>		
<b>GRUPO EXPERIMENTAL</b>		
<b>MÈTODO ABP</b>	<b>Pre-test</b>	<b>Post-test</b>
Media	46,84	67,88
Varianza	71,97	79,69
Observaciones	25,00	25,00
Diferencia hipotética de las medias	0,00	
Grados de libertad	24,00	
Estadístico t	-18,93	
Valor crítico de t (dos colas)	- 2,06	

Fuente: Trabajo de campo (agosto-septiembre 2015)

**Interpretación:** En la tabla número 1, prueba t para la media de dos muestras emparejadas el pre-test del grupo experimental obtiene una media aritmética de 46,84 puntos y el post-test una media aritmética de 67,88 puntos, y como el estadístico  $t = -18.93$  es menor que el valor crítico  $t$  (dos colas) = - 2.06, estadísticamente se comprueba la efectividad del Método Aprendizaje Basado en Problemas, por lo que se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna  $H_1$ , que dice: El método ABP incide en el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales con dos y tres variables.

Gráfica No. 2.

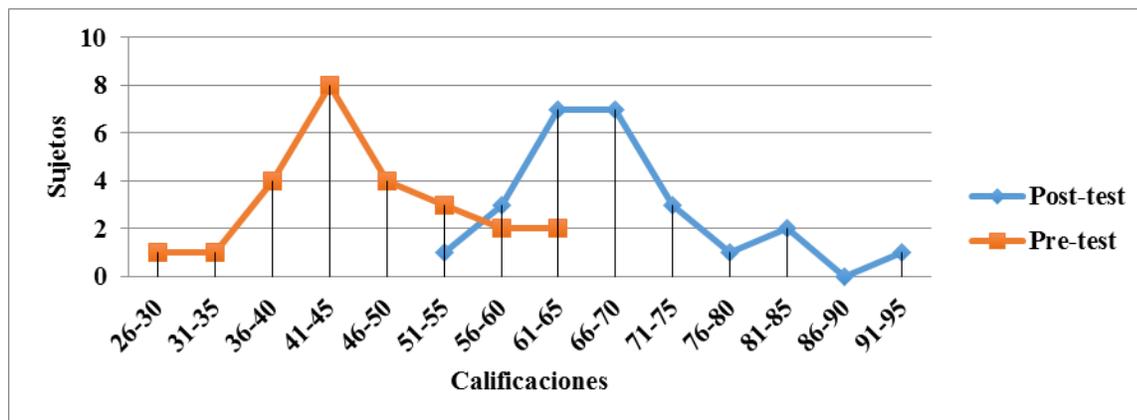


Fuente: Trabajo de campo (agosto-septiembre 2015)

**Interpretación:** En la gráfica número 2 se muestra en la curva la región de aceptación de la hipótesis alterna, en el pre test y post-test del grupo experimental con un estadístico  $t = -18,93$  al 95% y con un valor crítico de  $-2,06$ .

**Gráfica No. 3**

**Comparativo de resultados de pre-test y post-test de grupo experimental**



Fuente: Trabajo de campo (agosto-septiembre 2015)

**Interpretación:** En la gráfica número 3 se presenta el comparativo entre los resultados del pre-test y post-test obtenidos por el grupo experimental en donde se puede observar que el rango de los resultados del pre-test estuvo entre 26 y 65, mientras que al aplicar el método ABP el post-test incidió positivamente en el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales con 2 y 3 variables, porque el rango de las calificaciones estuvo entre 51 y 95.

**Tabla No. 2**

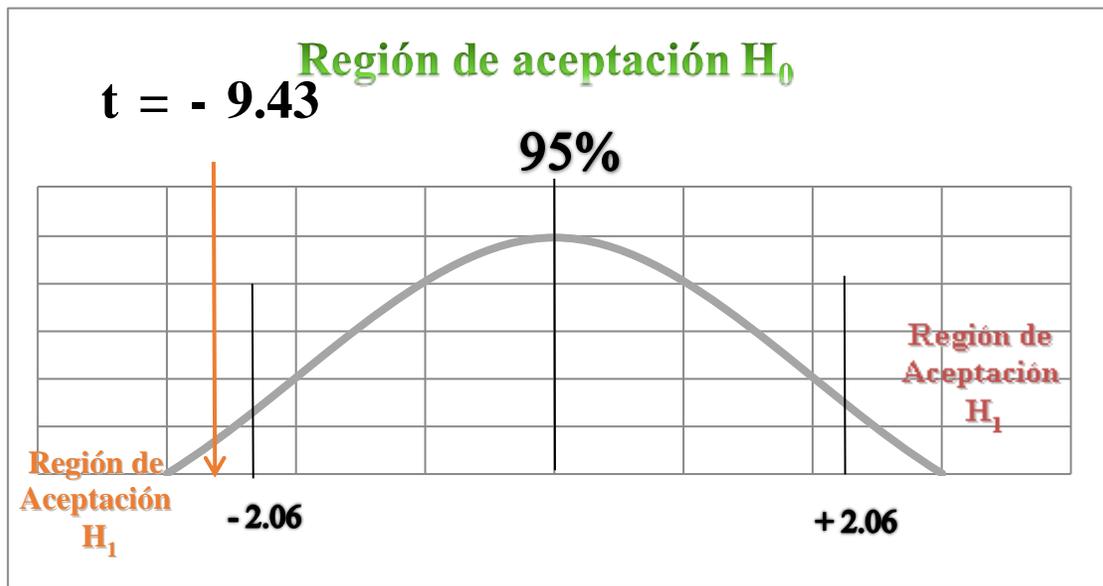
**Resultados de evaluaciones inicial y final aplicadas al grupo control**

<b>Prueba t para medias de dos muestras emparejadas</b>		
<b>GRUPO CONTROL</b>		
<b>METODOLOGÍA TRADICIONAL</b>	<b>Ev.Inicial</b>	<b>Ev.Final</b>
Media	43,72	57,84
Varianza	36,29	90,97
Observaciones	25,00	25,00
Diferencia hipotética de las medias	0,00	
Grados de libertad	24,00	
Estadístico t	-9,43	
Valor crítico de t (dos colas)	- 2,06	

Fuente: Trabajo de campo. (agosto-septiembre 2015)

**Interpretación:** En la tabla número 2, prueba t para medias de dos muestras emparejadas, la evaluación inicial al grupo control presenta una media aritmética de 43,72 puntos y la evaluación final una media aritmética de 57,84 puntos y como el estadístico  $t = -9.43$  es menor que el valor crítico  $t$  (dos colas) = - 2.06, estadísticamente se comprueba que las clases tradicionales también son viables, pero, el aprendizaje de los estudiantes no es el esperado.

Gráfica No. 4

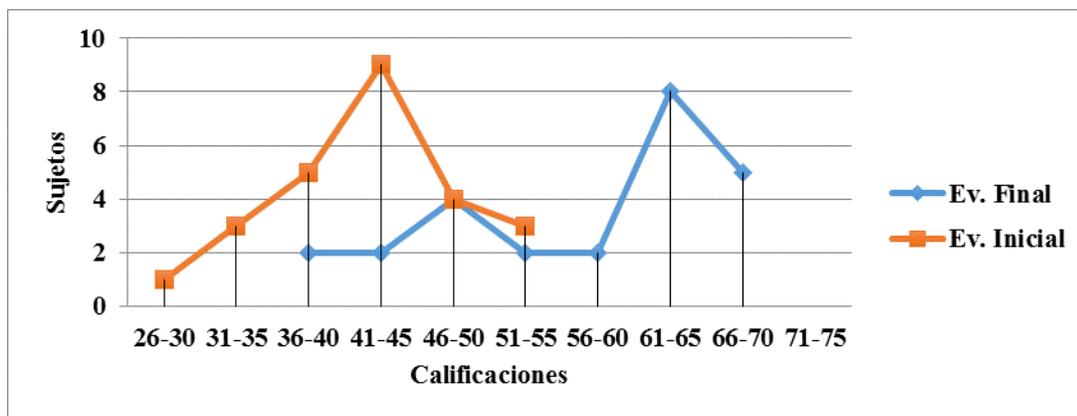


Fuente: Trabajo de campo (agosto-septiembre 2015)

**Interpretación:** En la gráfica número 4 se muestra en la curva la región de aceptación de la hipótesis alterna en la evaluación inicial y final del grupo control con un estadístico  $t = -9.43$  a un nivel de confianza del 95% y con un valor crítico de - 2,06.

**Gráfica No. 5**

**Comparativo de resultados de evaluación inicial y final del grupo control**



Fuente: Trabajo de campo (agosto-septiembre 2015)

**Interpretación:** La gráfica número 5 muestra que antes del desarrollo de la temática sobre ecuaciones simultáneas utilizando la enseñanza tradicional en el grupo control con la realización de clases magistrales el rango de las calificaciones de la evaluación inicial estuvo en el rango 26 y 55, mientras que al desarrollarse el tema de la manera antes descrita se obtuvo una mejoría leve en los resultados y el rango de calificaciones obtenidas en la evaluación final estuvo entre 36 y 70 puntos, por lo que se concluye que la metodología es viable para el aprendizaje de ecuaciones simultáneas, aunque el avance es mínimo, además se mantiene la tendencia que muy pocos estudiantes aprueban el curso.

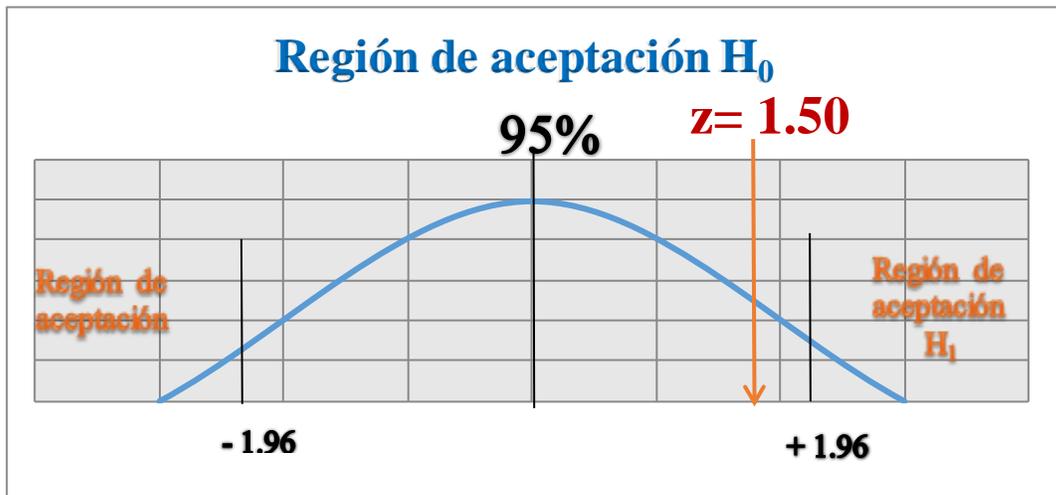
**Tabla No. 3**

<b>Prueba z para medias de dos muestras</b>		
	<b>Inicial Experimental 3o. "A"</b>	<b>Inicial Control 3o. "B"</b>
Media	46.84	43.72
Varianza (conocida)	71.97	36.29
Observaciones	25.00	25.00
Diferencia hipotética de las medias	0.00	
Estimador z	1.50	
Valor crítico de z (una cola)	1.64	
Valor crítico de z (dos colas)	1.96	

Fuente: Trabajo de campo (agosto-septiembre 2015)

**Interpretación:** En la tabla número 3, prueba Z para medias de dos muestras, la evaluación inicial del grupo experimental logra una media aritmética de 46.84 puntos y el grupo control alcanza una media aritmética de 43.72 puntos, esto muestra una mínima diferencia entre ambos, por lo que se deduce que el nivel de aprendizaje en la resolución de ecuaciones simultáneas con 2 y 3 variables en ambos grupos es bajo.

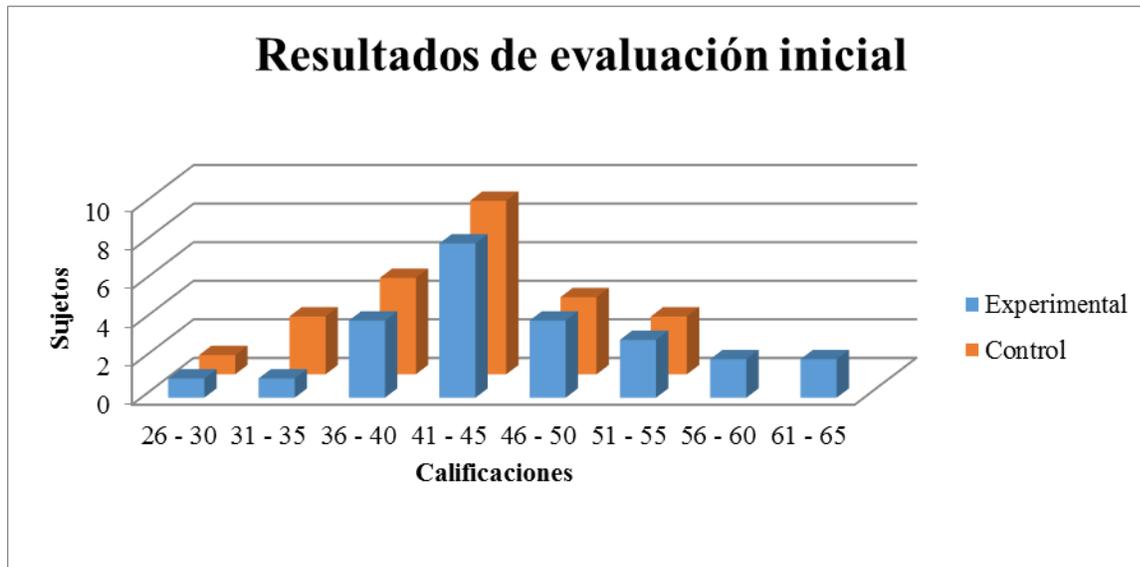
Gráfica No. 6



Fuente: Trabajo de campo (agosto-septiembre 2015)

**Interpretación:** En la gráfica número 6, se muestra la curva entre ambos grupos con un estadístico  $z = 1.50$  y un valor crítico  $z$  de dos colas de 1.96 a un nivel de confianza del 95%, en donde se presenta la región de aceptación de la hipótesis alterna

Gráfica No. 7



Fuente: Trabajo de campo (agosto-septiembre 2015)

**Interpretación:** En la gráfica número 7 se presentan los resultados de la evaluación de inicio entre ambos grupos y se observa que al practicarse al grupo experimental el rango de calificaciones estaba entre 26-30 y 61-65, mientras que al hacerle la prueba al grupo control el rango de calificaciones está entre 26-30 y 51-55, por tal razón se concluye que los dos grupos tienen un nivel bajo de aprendizaje sobre ecuaciones simultáneas con 2 y 3 variables.

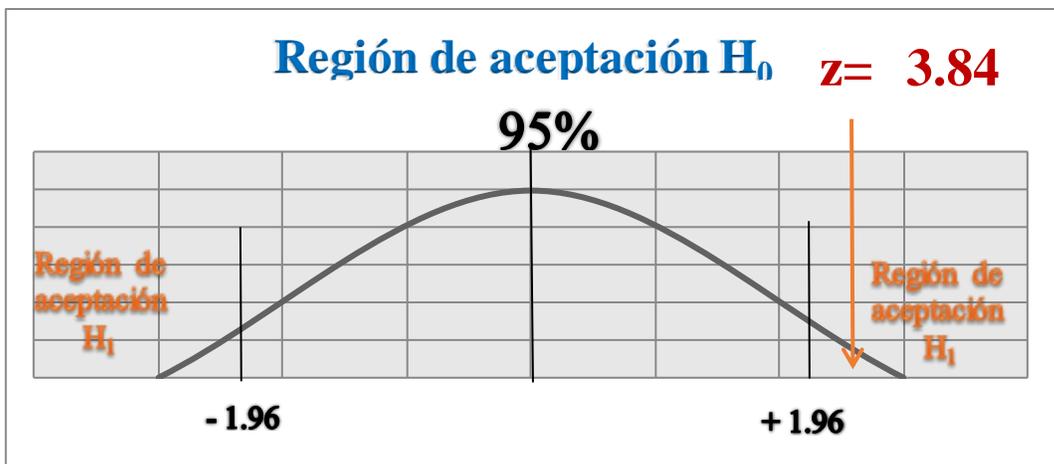
Tabla No. 4

Prueba z para medias de dos muestras		
	Final Experimental 3o. A	Final Control 3o. B
Media	67.88	57.84
Varianza (conocida)	79.69	90.97
Observaciones	25.00	25.00
Diferencia hipotética de las medias	0.00	
Estimador z	3.84	
Valor crítico de z (una cola)	1.64	
Valor crítico de z (dos colas)	1.96	

Fuente: Trabajo de campo (agosto-septiembre 2015)

**Interpretación:** En la tabla número 4 se presenta la prueba Z para medias de dos muestras de la evaluación final, en este caso el grupo experimental obtuvo una media aritmética de 67,88 puntos y el grupo control de 57,84, por lo que existe cierta diferencia entre ambos y como el estimador  $z = 3.84$  es mayor que el valor crítico de  $z$  (dos colas) de 1.96, por lo que estadísticamente se rechaza la hipótesis nula  $H_0$  y se comprueba que la aplicación del Método ABP es efectiva, de esta manera se acepta la hipótesis de investigación  $H_1$ : El método ABP incide en el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales con 2 y 3 variables.

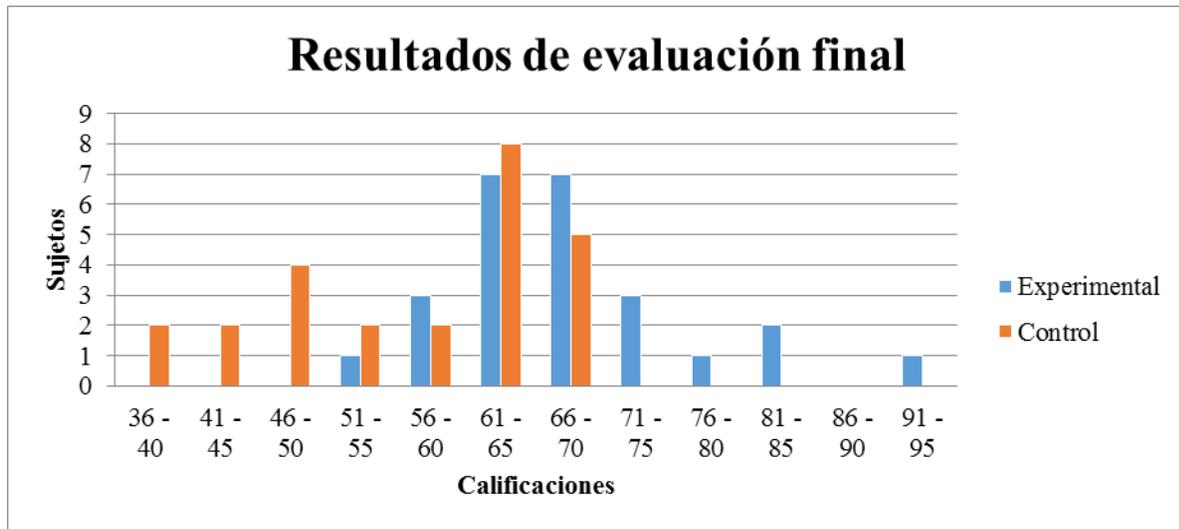
**Gráfica No. 8**



Fuente: Trabajo de campo (agosto-septiembre 2015)

**Interpretación:** En la gráfica número 8 se presenta la curva y el estimador  $z = 3.84$  es mayor que el valor crítico de  $z$  (dos colas) de 1.96, se demuestra que el Método ABP incide favorablemente en el aprendizaje de ecuaciones simultáneas con 2 y 3 variables y por lo consiguiente se acepta la hipótesis alterna.

Gráfica No. 9



Fuente: Trabajo de campo. (agosto-septiembre 2015)

**Interpretación:** En la gráfica número 9, se presentan los resultados del post-test y la evaluación final; en el grupo experimental el rango de calificaciones osciló entre 51 y 95, con una media aritmética de 67.88 puntos; mientras que el rango de calificaciones en el grupo control estuvo entre 36 y 70 puntos con una media aritmética de 57.84; por lo que se deduce que la aplicación del método incide favorablemente en mejorar las notas de los alumnos e incluso puede reducir el índice de no aprobación del curso, por lo que se acepta la hipótesis alterna que dice: El método ABP incide en el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales con dos y tres variables.

A continuación se presentan otros datos acerca del comportamiento de los sujetos del grupo experimental y control durante el proceso, los cuales son analizados separadamente con el fin de brindar una mejor percepción sobre la metodología del ABP y tradicional:

## Resultados obtenidos del desarrollo y seguimiento del método ABP

**Tabla No. 5**

### Datos de pre-test del grupo experimental

No. de sujetos	25
Nota máxima	65
Nota mínima	30
Media aritmética	46
Rango	35
Desviación Estándar	8.6

Fuente: Trabajo de campo (agosto-septiembre 2015)

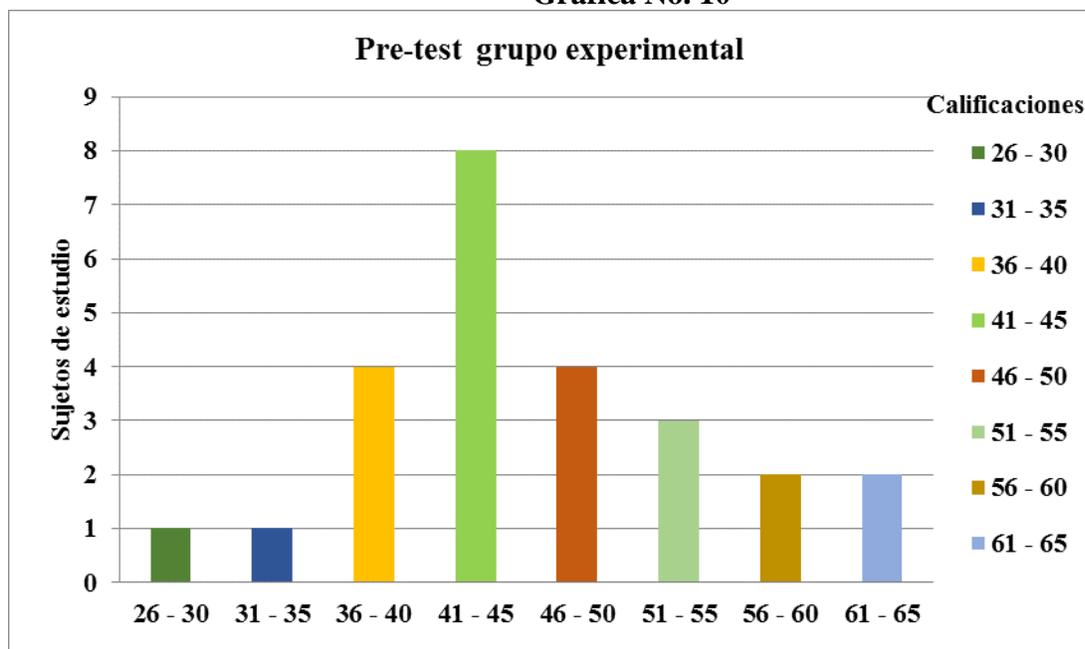
**Tabla No. 6**

### Diagnóstico de pre-test grupo experimental

I	f	fa	f/t	f/t*100	x	f*x	x <sup>2</sup>	f*x <sup>2</sup>	Li	Ls
26 - 30	1	1	0.0400	4	28	28	784	784.0	25.5	30.5
31 - 35	1	2	0.0400	4	33	33	1089	1089.0	30.5	35.5
36 - 40	4	6	0.1600	16	38	152	1444	5776.0	35.5	40.5
41 - 45	8	14	0.3200	32	43	344	1849	14792.0	40.5	45.5
46 - 50	4	18	0.1600	16	48	192	2304	9216.0	45.5	50.5
51 - 55	3	21	0.1200	12	53	159	2809	8427.0	50.5	55.5
56 - 60	2	23	0.0800	8	58	116	3364	6728.0	55.5	60.5
61 - 65	2	25	0.0800	8	63	126	3969	7938.0	60.5	65.5
<b>Σ</b>	<b>25</b>		<b>1.00</b>	<b>100</b>		<b>1150</b>	<b>17612</b>	<b>54750.0</b>		

Fuente: Trabajo de campo (agosto-septiembre 2015)

**Gráfica No. 10**



Fuente: Trabajo de campo. (agosto-septiembre 2015)

**Tabla No. 7**

**Datos del post-test al grupo experimental**

No. de sujetos	25
Nota máxima	91
Nota mínima	55
Rango	36
Media aritmética	68
Desviación Estándar	8.83

Fuente: Trabajo de campo. (agosto-septiembre 2015)

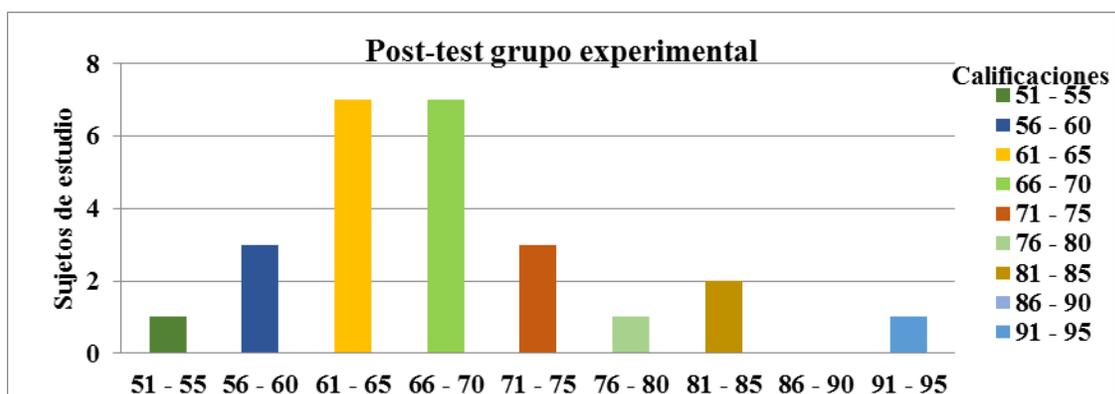
**Tabla No. 8**

**Diagnóstico de post-test grupo experimental**

I	f	fa	f/t	f/t*100	x	f*x	x <sup>2</sup>	f*x <sup>2</sup>	Li	Ls
51 - 55	1	1	0.0400	4	53	53	2809	2809.0	50.5	55.5
56 - 60	3	4	0.1200	12	58	174	3364	10092.0	55.5	60.5
61 - 65	7	11	0.2800	28	63	441	3969	27783.0	60.5	65.5
66 - 70	7	18	0.2800	28	68	476	4624	32368.0	65.5	70.5
71 - 75	3	21	0.1200	12	73	219	5329	15987.0	70.5	75.5
76 - 80	1	22	0.0400	4	78	78	6084	6084.0	75.5	80.5
81 - 85	2	24	0.0800	8	83	166	6889	13778.0	80.5	85.5
86 - 90	0	24	0.0000	0	88	0	7744	0.0	85.5	90.5
91 - 95	1	25	0.0400	4	93	93	8649	8649.0	90.5	95.5
<b>Σ</b>	<b>25</b>		<b>1.00</b>	<b>100</b>		<b>1700</b>	<b>49461</b>	<b>117550.0</b>		

Fuente: Trabajo de campo. (agosto-septiembre 2015)

**Gráfica No. 11**



Fuente: Trabajo de campo. (agosto-septiembre 2015)

**Tabla No. 9**

**Datos de evaluación inicial al grupo control**

No. de sujetos	25
Nota máxima	55
Nota mínima	30
Media aritmética	42.2
Rango	25
Desviación Estándar	6.43

Fuente: Trabajo de campo. (agosto-septiembre 2015)

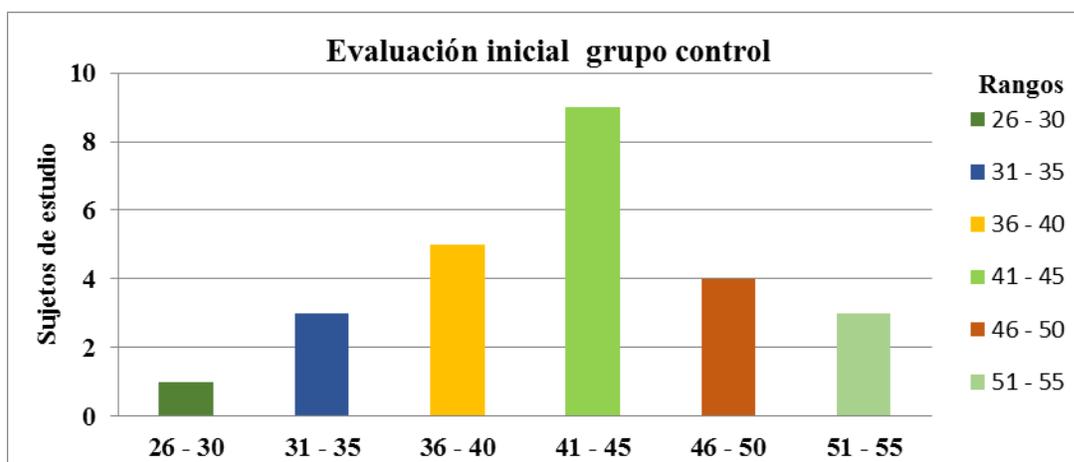
**Tabla No. 10**

**Diagnóstico de evaluación inicial grupo control**

I	f	fa	f/t	f/t*100	x	f*x	x^2	f*x^2	Li	Ls
26 - 30	1	1	0.0400	4	28	28	784	784.0	25.5	30.5
31 - 35	3	4	0.1200	12	33	99	1089	3267.0	30.5	35.5
36 - 40	5	9	0.2000	20	38	190	1444	7220.0	35.5	40.5
41 - 45	9	18	0.3600	36	43	387	1849	16641.0	40.5	45.5
46 - 50	4	22	0.1600	16	48	192	2304	9216.0	45.5	50.5
51 - 55	3	25	0.1200	12	53	159	2809	8427.0	50.5	55.5
<b>Σ</b>	<b>25</b>		<b>1.00</b>	<b>100</b>		<b>1055</b>	<b>10279</b>	<b>45555.0</b>		

Fuente: Trabajo de campo. (agosto-septiembre 2015)

**Gráfica No. 12**



Fuente: Trabajo de campo. (agosto-septiembre 2015)

**Tabla No. 11**

**Datos de evaluación final al grupo control**

No. de sujetos	25
Nota máxima	70
Nota mínima	40
Rango	30
Media aritmética	56.8
Desviación Estándar	9.72

Fuente: Trabajo de campo. (agosto-septiembre 2015)

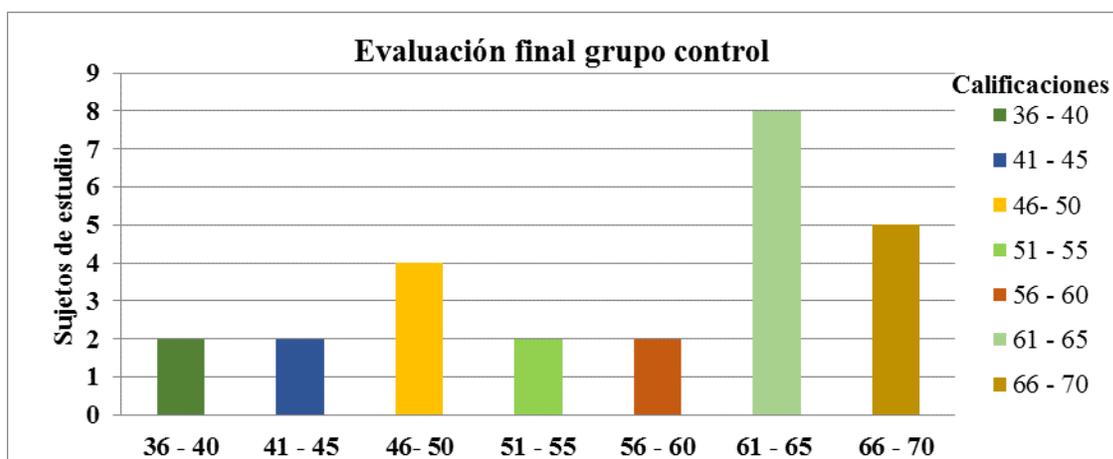
**Tabla No. 12**

**Diagnóstico de evaluación final grupo control**

I	f	fa	f/t	f/t*100	x	f*x	x^2	f*x^2	Li	Ls
36 - 40	2	2	0.0800	8	38	76	1444	2888.0	35.5	40.5
41 - 45	2	4	0.0800	8	43	86	1849	3698.0	40.5	45.5
46- 50	4	8	0.1600	16	48	192	2304	9216.0	45.5	50.5
51 - 55	2	10	0.0800	8	53	106	2809	5618.0	65.5	70.5
56 - 60	2	12	0.0800	8	58	116	3364	6728.0	70.5	75.5
61 - 65	8	20	0.3200	32	63	504	3969	31752.0	75.5	80.5
66 - 70	5	25	0.2000	20	68	340	4624	23120.0	80.5	85.5
<b>Σ</b>	<b>25</b>		<b>1.00</b>	<b>100</b>		<b>1420</b>	<b>20363</b>	<b>83020.0</b>		

Fuente: Trabajo de campo (agosto-septiembre 2015)

**Gráfica No. 13**



Fuente: Trabajo de campo (agosto-septiembre 2015)

Al finalizar el tiempo de aplicación de la metodología específica a ambos grupos se hizo una evaluación en base a una lista de cotejo con ocho aspectos, cuyo objetivo era conocer el logro de la competencia: Construye modelos matemáticos en la representación y análisis de relaciones cuantitativas; los resultados que se obtuvieron se presentan a continuación:

**Tabla No. 13**

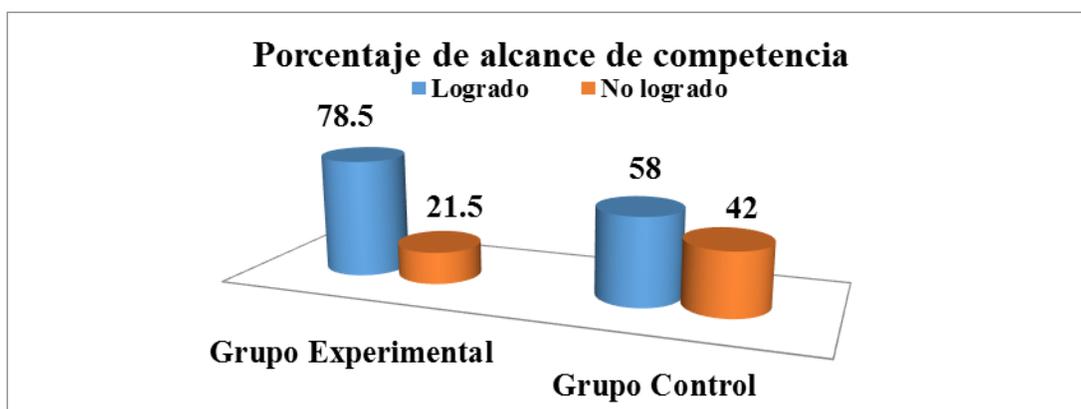
**Comparativo de logro de competencia: Construye modelos matemáticos en la representación y análisis de relaciones cuantitativas.**

Ítem 1	Utiliza la observación como medio de aprendizaje							
	Grupo experimental				Grupo control			
	Frecuencia		Porcentaje		Frecuencia		Porcentaje	
	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO
	22	3	88	12	16	9	64	36
Ítem 2	Analiza y define los problemas con claridad							
	Grupo experimental				Grupo control			
	Frecuencia		Porcentaje		Frecuencia		Porcentaje	
	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO
	17	8	68	32	12	13	48	52
Ítem 3	Aplica los conocimientos previos y estrategias en la resolución de nuevos problemas							
	Grupo experimental				Grupo control			
	Frecuencia		Porcentaje		Frecuencia		Porcentaje	
	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO
	18	7	72	28	13	12	52	48
Ítem 4	Muestra dedicación y responsabilidad							
	Grupo experimental				Grupo control			

	Frecuencia		Porcentaje		Frecuencia		Porcentaje	
	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO
		19	6	76	24	16	9	64
Ítem 5	Participa de manera constructiva y contribuye al trabajo individual o de grupo							
	Grupo experimental				Grupo control			
	Frecuencia		Porcentaje		Frecuencia		Porcentaje	
	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO
	21	4	84	16	17	8	68	32
Ítem 6	Utiliza diferentes métodos en la resolución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones							
	Grupo experimental				Grupo control			
	Frecuencia		Porcentaje		Frecuencia		Porcentaje	
	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO
	19	6	76	24	11	14	44	56
Ítem 7	Usa modelos matemáticos al representar y resolver problemas							
	Grupo experimental				Grupo control			
	Frecuencia		Porcentaje		Frecuencia		Porcentaje	
	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO
	21	4	84	16	15	10	60	40
Ítem 8	Formula resultados de acuerdo a los nuevos conocimientos							
	Grupo experimental				Grupo control			
	Frecuencia		Porcentaje		Frecuencia		Porcentaje	
	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO
	20	5	80	20	16	9	64	36

**Interpretación:** Al comparar los datos entre el grupo experimental y el grupo control se puede observar que en cada uno de los aspectos evaluados se observa un mejor rendimiento y logro de la competencia en el grupo experimental, mientras que en el grupo control el alcance fue menor debido en parte a la metodología utilizada puesto que el grupo experimental era motivado por la manera en que se presentan los problemas del contexto y por la forma en que se resuelven a través de un sistema de ecuaciones simultáneas. Es importante resaltar que esta evaluación se dio al final del proceso de investigación con ambos grupos, tomando en cuenta que se hizo con la misma temática sobre el conocimiento de ecuaciones simultáneas, la variante fue la metodología utilizada. La gráfica ilustra el alcance entre ambos grupos:

Gráfica No. 14



Fuente: Trabajo de campo (agosto-septiembre 2015)

La escala de rango utilizada para verificar la satisfacción en el alcance de la competencia a los dos grupos, tenía cuatro aspectos calificados con una escala de 1 a 3, los criterios son: No satisfactorio, medianamente satisfactorio y satisfactorio, al tabular los datos de ambos grupos se obtienen los resultados que se presentan en la tabla No. 14.

Tabla No. 14

1. Razonamiento crítico: Analiza y define el problema con claridad						
Grupo	Experimental			Control		
Criterios	No. de alumnos	%	% de logro de grupo	No. de alumnos	%	% de logro de grupo
1. No satisfactorio	1	1.33	84.0	8	10.67	48
2. Medianamente satisfactorio	10	26.67		11	29.33	
3. Satisfactorio	14	56.0		6	8.00	
2. Aprendizaje auto-dirigido: Utiliza recursos educativos relevantes, aplica los conocimientos previos a los nuevos problemas, demuestra iniciativa y es organizado.						
Grupo	Experimental			Control		
Criterios	No. de alumnos	%	% de logro de grupo	No. de alumnos	%	% de logro de grupo
1. No satisfactorio	1	1.33	85.33	3	4.00	70.67
2. Medianamente satisfactorio	9	24.0		16	42.67	
3. Satisfactorio	15	60.0		6	24.0	
3. Participación: Participa de manera constructiva y contribuye al trabajo de grupo, muestra dedicación y responsabilidad para que el grupo logre sus objetivos.						
Grupo	Experimental			Control		
Criterios	No. de alumnos	%	% de logro de grupo	No. de alumnos	%	% de logro de grupo
1. No satisfactorio	0	0	82.67	4	5.33	72.0

2. Medianamente satisfactorio	13	34.67		13	34.67	
3. Satisfactorio	12	48.0		8	32.0	
<b>4. Actitud humanística: Está consciente de sus cualidades y limitaciones, tiene una visión integral y holística de los problemas bajo estudio.</b>						
Grupo	Experimental			Control		
Criterios	No. de alumnos	%	% de logro de grupo	No. de alumnos	%	% de logro de grupo
1. No satisfactorio	2	2.67	80.0	7	9.33	62.67
2. Medianamente satisfactorio	11	29.33		14	37.33	
3. Satisfactorio	12	48.0		4	16.0	

Fuente: Trabajo de campo (agosto-septiembre 2015)

**Interpretación:** Como se puede observar el desenvolvimiento de los alumnos del grupo experimental fue mejor que el grupo control, por lo que se concluye que la metodología ABP favorece el aprendizaje de ecuaciones simultáneas.

## V. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

El interés al realizar el estudio surge por la importancia que tienen las matemáticas, como parte del conocimiento humano para que el estudiante desarrolle habilidades lógicas y de análisis que permitan enfrentarse a las circunstancias que suceden continuamente; por tal razón las dinámicas del proceso de enseñanza deben ser factores que favorecen la construcción del saber y la capacidad de resolver problemas que la vida cotidianamente presenta.

Uno de los factores que incide en el aprendizaje de ecuaciones simultáneas de 2 o 3 variables lo constituye la metodología a utilizar y la motivación docente, las cuales dan una dinámica diferente al proceso; el método ABP brinda esta oportunidad, puesto que permite tomar problemas muy sencillos y del contexto diario para trasladarlo a las aulas.

En ese contexto Gutiérrez et al. (2012) consideran que el método ABP es una propuesta educativa que persigue lograr un aprendizaje de análisis y razonamiento de alto nivel con el fin de enfrentar nuevas condiciones de vida como parte de la adaptación del ser humano a las diferentes circunstancias que han promovido el desarrollo de la historia.

Por su parte Caiseda y Dávila (2006) indican que el aprendizaje basado en problemas es una experiencia educativa que permite al estudiante aprender un determinado contenido asumiendo responsabilidad en el proceso de aprendizaje a través de resolución de problemas que surgen en el propio medio, de esta manera al enfrentar al alumno con un problema, el docente logra identificar las necesidades de aprendizaje para enfocarse en el problema planteado, por ello esta actividad favorece el proceso de descubrimiento de conceptos y conocimientos previos que son necesarios para resolver los problemas. Además es importante reconocer que en este proceso el profesor asume un rol diferente que en una enseñanza tradicional, ya que se convierte en un facilitador consciente de los logros que alcancen los alumnos, en un guía que ayuda a los alumnos a pensar críticamente y a reflexionar sobre las circunstancias que afronta.

En el presente capítulo se analizarán los resultados de la investigación experimental realizada con los estudiantes de tercero básico del Instituto Mixto de Educación Básica por Cooperativa del

municipio de Chicamán, departamento de El Quiché, para ello se determinó como objetivo: Determinar la incidencia del método ABP en la solución de problemas de sistemas de ecuaciones lineales con 2 y 3 variables.

De acuerdo a los resultados obtenidos en la aplicación del pre-test, escala de rango y post-test al grupo experimental y al grupo control se evidenció que el método ABP es más efectivo en el aprendizaje de ecuaciones simultáneas con 2 y 3 variables que al utilizar una enseñanza tradicional o aquella que identificamos como tradicional, además hubo reducción de bajas calificaciones, el trabajo de los estudiantes en los grupos generó una mayor participación e interés, la estrategia ofreció flexibilidad porque a partir de lo que hacen los estudiantes mejora la calidad del aprendizaje, la calificación es más fluida, favorece el pensamiento crítico, el razonamiento eficaz y la creatividad.

Por su parte Stewart et al. (2007) refieren que muchas de las situaciones del mundo real presentan características que no se pueden modelar con una sola ecuación, sino que se representan por múltiples variables y es de esta manera como surgen los sistemas de ecuaciones con diferente cantidad de variables.

En este sentido Sessa y Cambriglia (2007) consideran que llevar al estudiante a modelar o sencillamente trasladar los enunciados descritos en palabras a un lenguaje algebraico representa una situación compleja para él, puesto que lograr identificar las variables que permiten evaluar una función que se relacione con otra y cuyas soluciones son satisfactorias a las condiciones de un problema o ejercicio, representan la complejidad y el desafío para aquellos que realmente se interesan; y es en este entorno en donde la metodología del ABP propicia una interrelación de disciplinas a través de los conocimientos adquiridos.

Los resultados alcanzados a través de las diferentes actividades desarrolladas dan una idea sobre la incidencia de la metodología ABP; por ejemplo, en los datos estadísticos de muestras emparejadas las pruebas aplicadas al grupo experimental: el pre-test tuvo una media aritmética de 46.84 y el post-test de 67.88, esto da una diferencia de 21.04, este dato refleja evolución de los estudiantes al aplicar las estrategias que sugiere la metodología de investigación. Con relación al

grupo control la media aritmética que dio la evaluación inicial fue de 43.72 y la evaluación final fue de 57.84, esto indica una diferencia de 14.12 con este dato se puede deducir que también existió una evolución en los estudiantes aunque está fue mínima.

Con ambos indicadores se infiere que tanto la metodología ABP y la enseñanza tradicional brindan resultados positivos en la enseñanza de ecuaciones simultáneas, con la diferencia que el ABP, incide favorablemente en el aprendizaje porque reduce el índice de no aprobación, se alcanza un mayor logro en mejorar los puntajes en esta área, asimismo va formando con mayor solidez el desarrollo del pensamiento crítico, el alumno es más activo y participativo, a la vez que va mejorando la capacidad de enfrentar y resolver problemas que plantea su entorno. De esta manera se deduce que la metodología del ABP es una estrategia muy importante en el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales con dos y tres variables en vista que de conformidad con lo que se desea promueve la capacidad de acción y de conocimiento del estudiante en el análisis y comprensión; por lo tanto se infiere que la hipótesis de investigación: El método ABP incide en el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales, se llegó a comprobar como una estrategia que favorece el aprendizaje.

## VI. CONCLUSIONES

- Al realizar un comparativo entre las medias aritméticas obtenidas por el grupo experimental y el grupo control, al nivel del 0.05, se muestra una diferencia de 10.04 puntos, lo que refleja que el nivel de aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales a través del método ABP es sobresaliente, también el estadístico  $t = 4.09$  es mayor que el valor crítico de  $t = 2.06$ , de dos colas y como se encuentra en la región de aceptación de la hipótesis alterna, se rechaza la hipótesis nula que dice: El método ABP no incide en el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales con 2 y 3 variables y se acepta la hipótesis alterna: El método ABP incide en el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales con 2 y 3 variables.
- De acuerdo a los resultados obtenidos se deduce que la implementación del ABP en esta investigación, presenta una muestra de reducir los índices de no aprobación del área de matemática.
- El desarrollo de las actividades que sugiere la metodología del ABP con la aplicación de un pre-test y un post-test permitió concluir que los sujetos del presente estudio al inicio manifestaran temor al momento de enfocar problemas, en vista que no comprendían términos, ni tenían una estrategia definida para la identificación de variables, circunstancia que se redujo al aplicar la metodología del ABP.
- La utilización de situaciones o problemas del contexto y la adecuada aplicación de las estrategias del ABP inciden favorablemente en la resolución de problemas con ecuaciones lineales, porque favoreció la activación de pre-saberes, principalmente cuando muchos de estos que suceden en la vida cotidiana son resueltos a través de sistemas de ecuaciones simultáneas. lo que permitió al estudiante obtener resultados satisfactorios.
- A través del ABP se fortaleció en los estudiantes el trabajo cooperativo, el análisis y comprensión de problemas, la habilidad de relacionar los conocimientos que adquiere a las diferentes áreas, el aprendizaje auto dirigido, la responsabilidad y sobre todo el fortalecimiento de los valores que promueven el respeto mutuo y la convivencia pacífica.

- Se establece que la metodología del ABP también promueve que el profesor desarrolle un rol diferente, porque se desenvuelve como un mediador y facilitador que modela el pensamiento, que conoce sus limitaciones y lo motiva a salir de un contexto en donde es considerado un sabelotodo cuya función es la de llenar de conocimientos al estudiante y dejarlo inmerso en la pasividad que produce la metodología tradicional.
- El método ABP favorece la interrelación, puesto que la comunicación pasa de ser de una sola vía para convertirse en una relación de doble vía, donde el estudiante construye sus propios conocimientos, fortalece su carácter y desarrolla un análisis crítico

## VII. RECOMENDACIONES

- Difundir el ABP como método para la resolución de ecuaciones lineales con 2 y tres variables, con el fin de promover su inclusión en la metodología educativa a través de la realización de talleres de actualización y de conocimiento de nuevos modelos de aprendizaje en el medio, con el propósito de propiciar el mejoramiento de la calidad educativa no solo en Matemática, sino también en otras áreas del conocimiento, de acuerdo a los resultados obtenidos en la presente investigación.
- Solicitar a las Direcciones Departamentales de Educación y Supervisiones Educativas la oportunidad de dar a conocer la utilización de la metodología del ABP y otras estrategias que favorezcan el aprendizaje de la Matemática con el fin de reducir los malos resultados en las evaluaciones del rendimiento escolar.
- Promover en los estudiantes la relación con situaciones-problema, los cuales se generan dentro del mismo contexto, esto con el fin de reducir el temor a enfrentarse a las circunstancias y familiarizarlos con la terminología que utiliza el lenguaje algebraico, porque de esta manera se facilita la comprensión y no representa dificultad el trasladar la terminología usual a un lenguaje matemático o viceversa.
- Utilizar los recursos del medio para que el estudiante se interese por descubrir problemas que se pueden trasladar a las aulas, realice manipulaciones, construya sus propias estrategias y elabore secuencias, ya que de esta manera se afirman los conocimientos y se mejora la capacidad de abstracción.
- Tomar en cuenta que la metodología ABP en la solución de sistemas de ecuaciones lineales con dos y tres variables, ofrece las ventajas que promueve en el estudiante la observación, participación, colaboración, desarrollo del análisis crítico, habilidad de interpretación del lenguaje matemático, autoevaluación, responsabilidad y sobre todo el fortalecimiento de valores morales y de solidaridad, tan necesarios en nuestra sociedad.

- Desarrollar talleres para docentes utilizando la metodología del ABP que permita motivarlos para que realicen una labor consciente, en beneficio de sus estudiantes, en vista que la implementación de la estrategia también requiere de un mayor esfuerzo del profesor, con el objetivo de obtener resultados satisfactorios al final del ciclo.
- Implementar el ABP, porque promueve el cambio de actitud, no solo del profesor, sino también del estudiante en vista que representa la realización de acciones que no son comunes en un ambiente de aprendizaje convencional.

## VIII. REFERENCIAS

Aguilar, A., Bravo, F., Gallegos, H., Cerón, M. y Reyes, R. (2009). *Matemáticas simplificadas* (2 ed.). México: Pearson Educación.

Alzate, E., Montes, J. y Escobar, R. (2013). *Diseño de actividades mediante la metodología ABP para la Enseñanza de la Matemática*. Revista Scientia et Technic, Año XVIII, Vol. 18. No. 3. Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia, pp 542, recuperado de: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=84929154015>

Angel, A. (2007). *Álgebra elemental* (6 ed.). México: Pearson Educación.

Antonyan, N., Cendejas, L. y Aguilar, G. (2007). *Matemáticas 2 Funciones*. México: International Thomson Editores S.A.

Caiseda, C. y Dávila, E. (2006). *El aprendizaje basado en problemas y proyectos: Una estrategia de integración*. Estado libre asociado de Puerto Rico, Departamento de Educación Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de Bayamón.

Casiá, F., Palencia, I., de Vásquez, R. y de Marroquín, Z. (2007). *Matemáticas 8*. Guatemala: Santillana S.A.

Castañeda, J., De la Torre, M., Morán, J. y Lara, L. (2007). *Metodología de la Investigación*. México: McGraw-Hill.

Chavarría, G. (2014). *Dificultades en el aprendizaje de problemas que se modelan con ecuaciones lineales: El caso de estudiantes de octavo nivel de un colegio de Heredia*: revista Uniciencia, Vol. 28, No. 2. Universidad Nacional de Costa Rica, recuperado de: [http://www.erevistas.csic.es/ficha\\_articulo.php?url=oai:ojs.www.una.ac.cr/article/6009&oai\\_iden=oai\\_revista1009](http://www.erevistas.csic.es/ficha_articulo.php?url=oai:ojs.www.una.ac.cr/article/6009&oai_iden=oai_revista1009).

Díaz, D. (2010). *Sistema de ecuaciones y resolución de problemas: Una propuesta de enseñanza y aprendizaje*, revista III REPEM-Memorias, Santa Rosa, La Pampa, Argentina, recuperado de: [http://funes.uniandes.edu.co/4991/1/CB\\_39.pdf](http://funes.uniandes.edu.co/4991/1/CB_39.pdf)

Egido, I., Aranda, R., Cerrillo, R., De la Herrán, A., De Miguel, S., Gómez, M y Rodríguez, R. (2007). *El aprendizaje basado en problemas como innovación docente en la universidad: Posibilidades y limitaciones* Revista Educación y Futuro. Revista de investigación aplicada y experiencias educativas, Madrid, España recuperado de: <http://europa.sim.ucm.es/compludoc/AA?a=G%e1lvez+Egido%2c+Inmaculada&donde= &zfr=>

Exley, K. y Dennick, R. (2007). *Aprendizaje Basado en Problemas: Guías rápidas sobre nuevas metodologías*, Servicio de Innovación Educativa de la Universidad Politécnica de Madrid, España, recuperado de: [http://innovacioneducativa.upm.es/guiasAprendizaje\\_basado\\_en\\_problemas.pdf](http://innovacioneducativa.upm.es/guiasAprendizaje_basado_en_problemas.pdf)

Gutiérrez, J., De la Puente, G., Martínez, A. y Piña, E. (2012). *Aprendizaje basado en Problemas: Un camino para aprender a aprender*. México: Colegio de Ciencias y Humanidades.

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, M. (2010). *Metodología de la investigación* (5 ed.). México: McGraw Hill.

Matute, A., (2008). *Matemática con Aplicaciones 3*. Guatemala: Delta Ediciones.

Ministerio de Educación (2010). *Currículo Nacional Base, Ciclo Básico, Tercer Grado, Área de Matemáticas*. Guatemala: Dirección General de Currículo.

Méndez, R. y Porto, M. (2008). *Una experiencia didáctica desde el ABP: la satisfacción de docentes y estudiantes*. Publicado en la Revista Iberoamericana de Educación No.46/5. Universidad de Murcia, España, recuperado: [www.rieoei.org/expe/2232Porto.pdf](http://www.rieoei.org/expe/2232Porto.pdf).

Morales, P. (2013). *Investigación experimental, diseño y contraste de medias*.(1 ed.). Guatemala: Cara Parens.

Ortiz, O., Marroquín, E., Pérez, V. y Navajas, C. (2006). *Física, Ciencias Naturales 9*. Guatemala: Santillana, S.A.

Pérez, H., Aldana, E., López, C. y Pazzetty, D. (2007). *Matemáticas 7*. Guatemala: Santillana, S.A.

Pérez, H., Fernández, P., Rivadeneira, B., P. de Torón, D. y Palencia, I. (2007). *Matemáticas 9*.Guatemala: Santillana S.A.

Prieto, A., Barbarroja, J., Reyes, E., Monserrat, J., Díaz, D., Villareal, M. y Alvarez, M., (2006). *Un nuevo modelo de aprendizaje basado en problemas, el ABP 4x4, es eficaz para desarrollar competencias profesionales valiosas en asignaturas con más de 100 alumnos*.Publicado en revista Aula Abierta 87, Universidad de Oviedo, recuperado de: [http://didac.unizar.es/jlbernal/ensenar\\_en\\_la\\_Universidadpdf/13\\_ ABP.pdf](http://didac.unizar.es/jlbernal/ensenar_en_la_Universidadpdf/13_ ABP.pdf)

Rosa, E. (2006). *Didáctica de la Matemática*. Guatemala: Piedra Santa.

Sánchez, J. (2013). *Qué dicen los estudios sobre el aprendizaje basado en proyectos*.Publicado en el sitio de la revista Actualidad Pedagógica, recuperado de [http://actualidadpedagogica.com/estudios\\_abp/](http://actualidadpedagogica.com/estudios_abp/)

Sandoval, L., Cifuentes, A., Mazariegos, E., Dávila, J., Calderón, H. y González, M. (2011). *Resolver Matemáticas 9*. Guatemala: Santillana, S.A.

Sessa, C. y Cambriglia, V. (2007). *La validación de procedimientos para resolver sistemas de ecuaciones*. Facultad de Cs. Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires, recuperado de: <http://bibliotecavirtual.unl.edu.ar/ojs/index.php/Yupana/article/view/253/336>

Stewart, J., Redlin, L. y Watson, S. (2007). *Precálculo, Matemáticas para el cálculo* (5 ed.), México: CengageLearning.

Sullivan, M. (2006). *Álgebra y Trigonometría* (7 ed.). México: Pearson Educación.

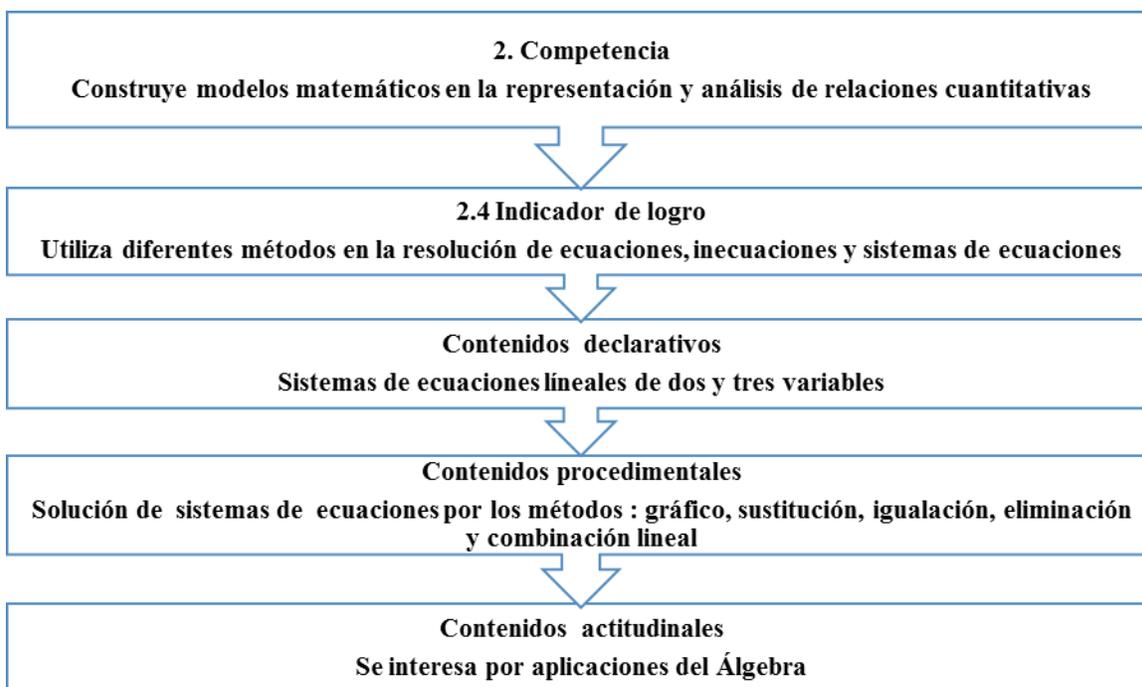
Trejo, E. y Camarena, P. (2011a). *Análisis cognitivo de situaciones problema con sistemas de ecuaciones algebraicas en el contexto del balance de materia*. Revista Educación matemática, volumen. 23, número.2, México, recuperado de: <http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S166558262011000200004&script=sciarttext>

Trejo, E. y Camarena, P. (2011b). *Concepciones de los profesores y su impacto en la enseñanza de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas*. Revista Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (pp. 1095-1103). México, recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/5100/>

Vásquez, A. (2008). *Consideraciones sobre el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) en Matemáticas*. Revista Educación y Ciencia, Facultad de Educación, Universidad Autónoma de Yucatán, volumen 11, número 35, recuperado de: <http://educacionyciencia.org/index.php/educacionyciencia/article/view/268>

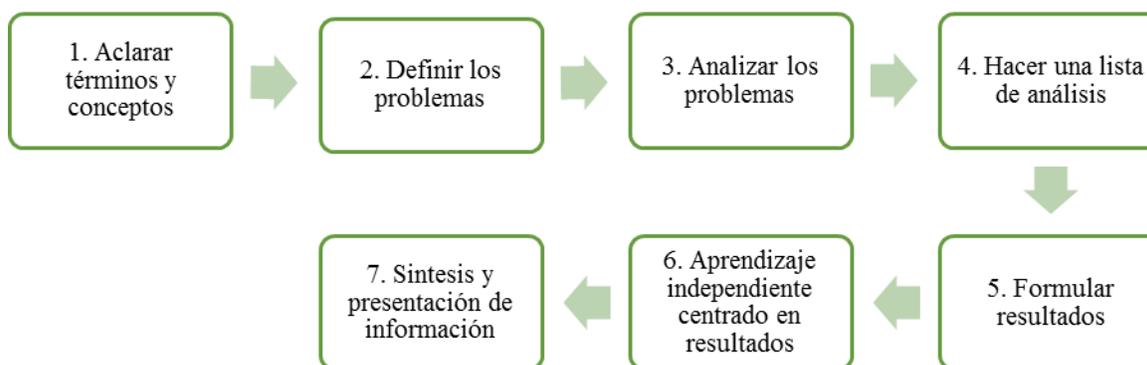
## IX. ANEXOS

**Diagrama No. 1**  
**Currículo Nacional Base**



Fuente: DIGECUR (2010)

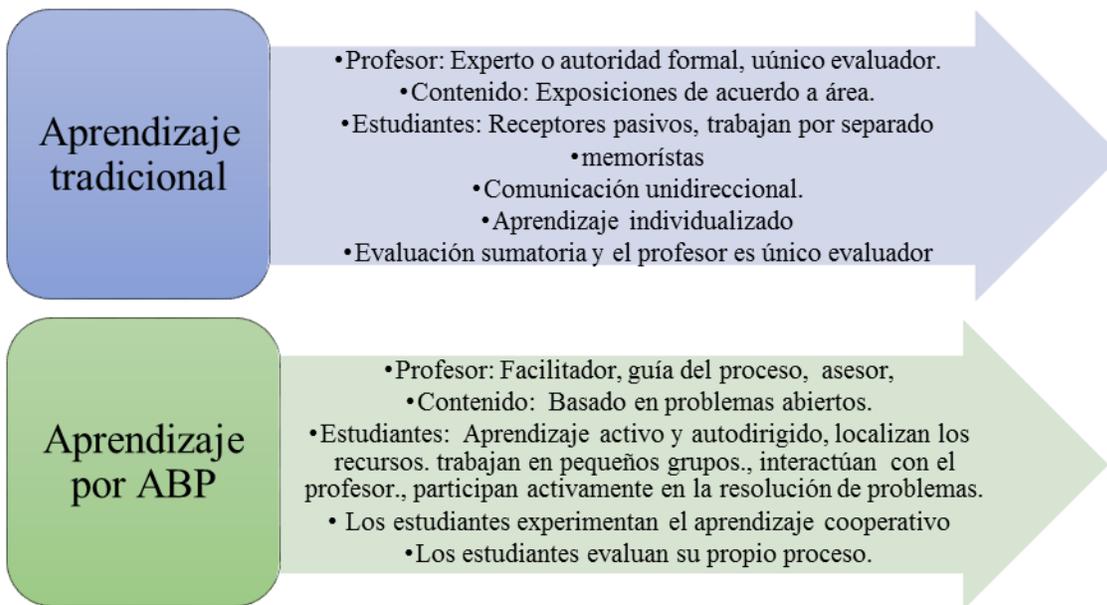
**Diagrama No. 2**  
**Fases del ABP**



Fuente: Exley y Dennick (2007)

### Diagrama No. 3

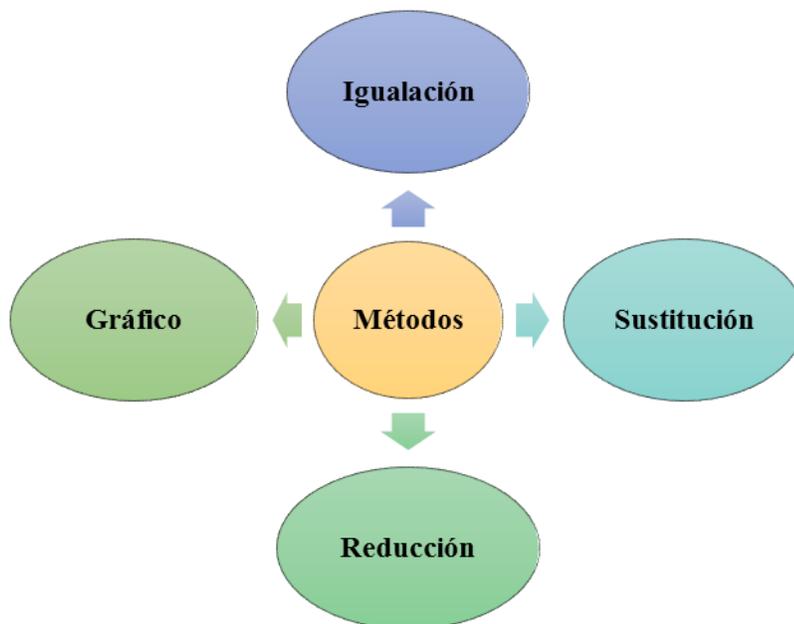
#### Comparativo de procesos de aprendizaje



Fuente: Caiseda y Dávila (2006)

### Diagrama No. 4

#### Métodos de solución de ecuaciones simultáneas



Fuente: Angel (2007)



**INSTITUTO DE EDUCACIÓN BÁSICA POR COOPERATIVA  
CHICAMÁN, EL QUICHÉ.**

**PRE-TEST DE MATEMÁTICA**

**VALOR DE LA PRUEBA: 100 PUNTOS**

**TERCER GRADO BÁSICO SECCIÓN “-----“**

**CATEDRÁTICO RESPONSABLE: MOZARTH DARÍO FUENTES HERRERA**

Estudiante: \_\_\_\_\_

Antes de iniciar la prueba lea las siguientes recomendaciones:

- Resuelva los ejercicios de acuerdo a las instrucciones específicas que tiene cada serie.
- Trabaje solo o sola, no consulte a sus compañeros, cualquier duda consúltela al Catedrático.
- Para la presente prueba debe contar con: Lápiz, lapicero, borrador y sacapuntas.
- Es importante que mantenga la atención a las indicaciones que dé el Catedrático, al inicio y durante la prueba.
- Deje constancia de su trabajo, trabaje limpio, sin manchones ni tachones, utilice hojas adicionales para realizar las operaciones que considere necesarias.
- Tiempo máximo de la prueba: 70 minutos.

**I SERIE: (Valor: 20puntos)**

**Instrucciones:** Responda a las preguntas que se le plantean, escriba claramente la respuesta.

Observe el ejemplo cero.

0. La relación que existe entre dos conjuntos, de manera que a los elementos de  $x$  les corresponde a lo más un elemento de  $y$  se le da el nombre de: **FUNCIÓN** .
1. La pendiente de la función lineal  $y = 4x + 3$  es: \_\_\_\_\_
2. La función lineal que asocia un mismo valor a cada valor de la variable independiente  $y$ , la que se representa por  $y = k$ . se le da el nombre de: \_\_\_\_\_
3. Una ecuación de la forma  $Ax + By + C = 0$ , donde  $A$ ,  $B$ , y  $C$ , son constantes reales tales que  $A$  y  $B$  no sean igual a cero, recibe el nombre de: \_\_\_\_\_
4. Escriba la ecuación  $2x = 5y - 6$  en la forma  $Ax + By + C = 0$ : \_\_\_\_\_

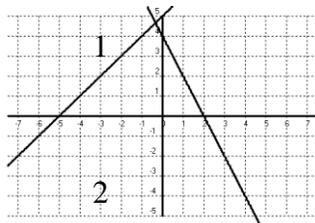
**II SERIE: (Valor: 20 puntos)**

**Instrucciones:** Determine ¿Cuál de los siguientes pares ordenados, si lo hay, satisface cada sistema de ecuaciones lineales? y luego encierre la respuesta que considere correcta de las opciones que se dan, en las respuestas se utiliza la opción **NAC** que significa “**Ninguna de las anteriores es correcta**”. Observe el ejemplo cero.

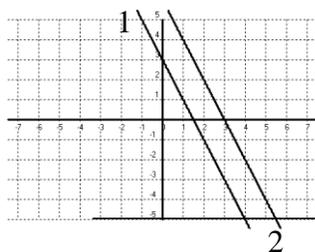
	$y = -4x$ $y = -2x + 8$	a. (0, 0)	<del>b. (-4, 16)</del>	c. (2, -8)	d. NAC
	$y = 4x - 6$ $y = -2x$	a. (-1, -10)	b. (3, 0)	c. (1, -2)	d. NAC
	$y = 2x - 3$ $y = x + 5$	a. (8, 13)	b. (4, 5)	c. (4, 9)	d. NAC
	$2x + y = 9$ $5x + y = 10$	a. (3, 3)	b. (2, 0)	c. (4, 1)	d. NAC
	$2x + y = 11$ $y = 4x - 7$	a. (2, 4)	b. (3, 5)	c. (5, 3)	d. NAC

**III SERIE: (Valor: 30 puntos)**

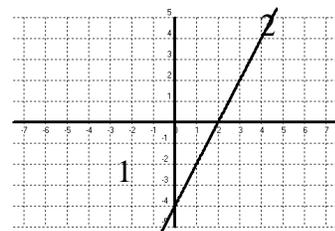
**Instrucciones:** Identifique cada sistema de ecuaciones lineales (las rectas se marcan como 1 y 2), como consistente, inconsistente o dependiente. Establezca ¿Por qué? El sistema tiene exactamente una solución, ninguna solución o un número infinito de soluciones.



¿Por qué? \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_



¿Por qué? \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_



¿Por qué? \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

**IV SERIE: (Valor: 30 puntos)**

**Instrucciones:** Resuelva cada uno de los problemas de ecuaciones simultáneas, utilizando el método de reducción.

1. Una fotografía tiene un perímetro de 36 pulgadas. La diferencia entre el largo y el ancho de la fotografía es de 2 pulgadas. Determine el largo y el ancho de la fotografía.
2. En un cine hay 200 personas entre adultos y niños. Cada adulto pagó Q. 50.00 y cada niño Q. 35.00. En total se obtuvieron Q. 7,480.00 ¿Cuántos adultos y cuántos niños hay en el cine?
3. Josué tiene un total de 18 monedas en su bolsa. Si las monedas son de 10 y 25 centavos de quetzal, si el total de las monedas suma Q. 3.60 en valor. Calcula ¿Cuántas monedas de cada denominación tiene Josué en su bolsa?



INSTITUTO DE EDUCACIÓN BÁSICA POR COOPERATIVA  
CHICAMÁN, EL QUICHÉ.

POST- TEST DE MATEMÁTICA

VALOR DE LA PRUEBA: 100 PUNTOS

TERCER GRADO BÁSICO SECCIÓN “-----“

CATEDRÁTICO RESPONSABLE: MOZARTH DARÍO FUENTES HERRERA

Alumno (a): \_\_\_\_\_

Antes de iniciar la prueba lea las siguientes recomendaciones:

- Resuelva los ejercicios de acuerdo a las instrucciones específicas que tiene cada serie.
- Trabaje solo o sola, no consulte a sus compañeros, cualquier duda consúltela al Catedrático.
- Para la presente prueba debe contar con: Lápiz, lapicero, borrador y sacapuntas.
- Es importante que mantenga la atención a las indicaciones que dé el Catedrático, al inicio y durante la prueba.
- Deje constancia de su trabajo, trabaje limpio, sin manchones ni tachones, utilice hojas adicionales para realizar las operaciones que considere necesarias.
- Tiempo máximo de la prueba: 70 minutos.

**I SERIE: (Valor: 15puntos)**

**Instrucciones:** Responda a las preguntas que se le plantean, escriba claramente la respuesta. Observe el ejemplo cero.

0. La relación que existe entre dos conjuntos, de manera que a los elementos de  $x$  les corresponde a lo más un elemento de  $y$  se le da el nombre de: **FUNCIÓN** .

1. La pendiente de la función lineal  $y = 4x + 3$  es: \_\_\_\_\_

2. La función lineal que asocia un mismo valor a cada valor de la variable independiente  $y$ , la que se representa por  $y = k$ . se le da el nombre de: \_\_\_\_\_

3. Una ecuación de la forma  $Ax + By + C = 0$ , donde  $A$ ,  $B$ , y  $C$ , son constantes reales tales que  $A$  y  $B$  no son cero, recibe el nombre de: \_\_\_\_\_

4. Escriba la ecuación  $2x = 5y - 6$  en la forma  $Ax + By + C = 0$ : \_\_\_\_\_

5. El modelo matemático para un hombre que recibe Q. 120.00 por 3 horas de trabajo. Expresa el sueldo  $S$  (en quetzales) en términos del tiempo  $t$  (en horas): \_\_\_\_\_

**II SERIE: (Valor: 16 puntos)**

**Instrucciones:** Determine ¿Cuál de los siguientes pares ordenados, si lo hay, satisface cada sistema de ecuaciones lineales? y luego encierre la respuesta que considere correcta de las opciones que se dan, en las respuestas se utiliza la opción **NAC** que significa “**Ninguna de las anteriores es correcta.**”

	$y = -4x$ $y = -2x + 8$	a. (0, 0)	<del>b. (-4, 16)</del>	c. (2, -8)	d. NAC
	$y = 4x - 6$ $y = -2x$	a. (-1, -10)	b. (3, 0)	c. (1, -2)	d. NAC
	$y = 2x - 3$ $y = x + 5$	a. (8, 13)	b. (4, 5)	c. (4, 9)	d. NAC
	$2x + y = 9$ $5x + y = 10$	a. (3, 3)	b. (2, 0)	c. (4, 1)	d. NAC
	$2x + y = 11$ $y = 4x - 7$	a. (2, 4)	b. (3, 5)	c. (5, 3)	d. NAC

**III SERIE: (Valor: 27 puntos)**

**Instrucciones:** Utilizando los procedimientos aprendidos resuelva los sistemas de ecuaciones.

POR IGUALACIÓN	POR REDUCCIÓN	POR SUSTITUCIÓN
$\left. \begin{array}{l} 3x + 2y = 8 \\ 4x - 3y = 5 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} x - 2y = 6 \\ 3x + 2y = 2 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} x + 3y = 18 \\ 2x + y = 11 \end{array} \right\}$

**IV SERIE: (Valor: 10 puntos)**

**Instrucciones:** Utilizando los procedimientos aprendidos resuelva el sistema de ecuaciones por reducción.

$$\left\{ \begin{array}{l} 4x + 2y + z = 660 \\ x + y + 2z = 425 \\ x + y + z = 305 \end{array} \right.$$

**V SERIE: (Valor: 32 puntos)**

**Instrucciones:** Resuelva cada uno de los problemas de ecuaciones simultáneas, utilizando cualquier método. Valor 18 puntos.

1. La suma de dos números es 16. Cuando el segundo número se resta del primero, la diferencia es 8. Determine los dos números.
2. Una fotografía tiene un perímetro de 36 pulgadas. La diferencia entre el largo y el ancho de la fotografía es de 2 pulgadas. Determine el largo y el ancho de la fotografía.
3. En un cine hay 200 personas entre adultos y niños. Cada adulto pagó Q. 50.00 y cada niño Q. 35.00. En total se obtuvieron Q. 7,480. ¿Cuántos adultos y cuántos niños hay en el cine?
4. Josué tiene un total de 18 monedas en su bolsa. Si las monedas son de 10 y 25 centavos de quetzal, si el total de las monedas suma Q. 3.60 en valor. Calcula ¿Cuántas monedas de cada denominación tiene Josué en su bolsa?







**INSTITUTO DE EDUCACIÓN BÁSICA POR COOPERATIVA  
CHICAMÁN, EL QUICHÉ.  
LISTA DE COTEJO: EVALUACIÓN DEL DOCENTE  
TERCER GRADO BÁSICO SECCIÓN “ \_\_\_\_\_ ”**

**Nombre del docente:** Mozarth Darío Fuentes Herrera

**INSTRUCCIONES:** Por favor utiliza el siguiente formulario para proveer ayuda a tu catedrático, acerca de cómo puede ayudar al grupo de trabajo a lograr un nivel óptimo o de calidad. Indica utilizando las categorías de evaluación que se indican a continuación, selecciona el número que describa con mayor precisión la manera en que tu profesor interactúa tanto contigo como con el grupo.

1. Nunca            2. Raramente            3. Algunas veces            4. Casi siempre            5. Siempre

<b>A. Conocimiento del Proceso:</b>		<b>Número</b>
1.	Tiene claridad de los objetivos y está familiarizado con los problemas.	
2.	Tiene bien definido que los estudiantes pueden aprender en el tiempo disponible.	
3.	Explica claramente	
4.	Explica pensamientos, no solo pasos.	
5.	Se expresa en forma audible y clara.	
6.	Extiende el problema mediante la presentación a la clase de un problema nuevo derivado del presentado, mostrando patrones o similitudes.	
7.	Admite los conocimientos que él no sabe.	
<b>B. Actitudes:</b>		
8.	Muestra entusiasmo como profesor.	
9.	Muestra interés por los estudiantes y su aprendizaje.	
10	Es honesto, amigable y se interesa por participar en los procesos de grupo.	
11	Cumple el programa o las actividades que ha previsto con anticipación.	
12	Proporciona retroalimentación o repasos cuando se requiere.	
13	Cumple con las evaluaciones.	
14	Ayuda al grupo a identificar la importancia de aprender temas y como encontrarlos.	
<b>C. Habilidades:</b>		
15	Hace preguntas interesantes que motivan el razonamiento propio.	
16	Evita dar pequeñas clases.	
17	Ayuda a identificar los materiales y recursos de estudio.	
18	Contribuye a la creación de un ambiente agradable para el aprendizaje.	
19	Escucha y responde a las preguntas realizadas por la clase.	
20	Guía al grupo a planificar lo que se puede mejorar.	
<b>PUNTEO</b>		
<b>D. Comentarios y sugerencias:</b>		

**ACTIVIDAD GRUPAL DE MATEMATICA. (Máximo 3 integrantes)****Tema: Resolución de problemas por Sustitución****Valor de la actividad:** \_\_\_\_\_ **puntos. Fecha:** \_\_\_\_\_.**Tercero Básico Sección:** \_\_\_\_\_

Nombres: \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ y \_\_\_\_\_

**Instrucciones:** Resuelvan los problemas en hojas adicionales y dejen constancia de su trabajo.

- Hallar dos números cuya suma es 83 y su diferencia es 11.
- Si Josué tiene Q. 2.80 en 20 monedas, unas monedas son de Q. 0.25 y otras de Q. 0.05. Hallar cuántas monedas son de Q. 0.25 y cuántas son de Q. 0.05

**ACTIVIDAD GRUPAL DE MATEMATICA. (Máximo 3 integrantes)****Tema: Resolución de problemas por Sustitución Valor de la actividad:** \_\_\_\_\_ **puntos. Fecha:** \_\_\_\_\_.**Tercero Básico Sección:** \_\_\_\_\_

Nombres: \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ y \_\_\_\_\_

**Instrucciones:** Resuelvan los problemas en hojas adicionales y dejen constancia de su trabajo

- Hallar dos números cuya suma es 83 y su diferencia es 11.
- Si Josué tiene Q. 2.80 en 20 monedas, unas monedas son de Q. 0.25 y otras de Q. 0.05. Hallar cuántas monedas son de Q. 0.25 y cuántas son de Q. 0.05

**ACTIVIDAD GRUPAL DE MATEMATICA. (Máximo 3 integrantes)****Tema: Resolución de problemas por Sustitución****Valor de la actividad:** \_\_\_\_\_ **puntos. Fecha:** \_\_\_\_\_.**Tercero Básico Sección:** \_\_\_\_\_

Nombres: \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ y \_\_\_\_\_

**Instrucciones:** Resuelva los problemas en hojas adicionales y dejen constancia de las operaciones realizadas.

- Hallar dos números cuya suma es 83 y su diferencia es 11.
- Si Josué tiene Q. 2.80 en 20 monedas, unas monedas son de Q. 0.25 y otras de Q. 0.05. Hallar cuántas monedas son de Q. 0.25 y cuántas son de Q. 0.05

**ACTIVIDAD INDIVIDUAL DE MATEMATICA****Tema: Resolución de ejercicios por Sustitución****Valor de la actividad:** \_\_\_\_\_ **puntos. Fecha:** \_\_\_\_\_.**Tercero Básico Sección:** \_\_\_\_\_

Nombre: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:** Resuelva los ejercicios en hojas adicionales y deje constancia de las operaciones realizadas.

$$\begin{aligned} 5x + 6y &= 20 \\ 4x - 3y &= -23 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x + y &= 33 \\ 5y &= 120 - 2x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6x + 5y &= 227 \\ 5x + 4y &= 188 \end{aligned}$$

**ACTIVIDAD INDIVIDUAL DE MATEMATICA****Tema:** Resolución de ejercicios por Sustitución**Valor de la actividad:** \_\_\_\_\_ puntos. **Fecha:** \_\_\_\_\_.**Tercero Básico Sección:** \_\_\_\_\_

Nombre: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:** Resuelva los ejercicios en hojas adicionales y deje constancia de las operaciones realizadas.

$$\begin{aligned} 5x + 6y &= 20 \\ 4x - 3y &= -23 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x + y &= 33 \\ 5y &= 120 - 2x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6x + 5y &= 227 \\ 5x + 4y &= 188 \end{aligned}$$

**ACTIVIDAD INDIVIDUAL DE MATEMATICA****Tema:** Resolución de ejercicios por Sustitución**Valor de la actividad:** \_\_\_\_\_ puntos. **Fecha:** \_\_\_\_\_.**Tercero Básico Sección:** \_\_\_\_\_

Nombre: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:** Resuelva los ejercicios en hojas adicionales y deje constancia de las operaciones realizadas.

$$\begin{aligned} 5x + 6y &= 20 \\ 4x - 3y &= -23 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x + y &= 33 \\ 5y &= 120 - 2x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6x + 5y &= 227 \\ 5x + 4y &= 188 \end{aligned}$$

**ACTIVIDAD INDIVIDUAL DE MATEMATICA****Tema:** Resolución de problemas por el Método Gráfico**Valor de la actividad:** \_\_\_\_\_ puntos. **Fecha:** \_\_\_\_\_.**Tercero Básico Sección:** \_\_\_\_\_

Nombre: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:** Resuelva los ejercicios en hojas de cuadrícula y explique si el sistema es compatible determinado, compatible indeterminado o bien si es incompatible. Deje constancia de las operaciones realizadas.

$$\begin{aligned} x + y &= 8 \\ x - y &= 2 \end{aligned}$$

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

$$\begin{aligned} x - y &= 2 \\ 3x - 3y &= 6 \end{aligned}$$

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

$$\begin{aligned} x - y &= 2 \\ x - y &= 4 \end{aligned}$$

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**ACTIVIDAD INDIVIDUAL DE MATEMATICA****Tema:** Resolución de problemas por el Método Gráfico**Valor de la actividad:** \_\_\_\_\_ puntos. **Fecha:** \_\_\_\_\_.**Tercero Básico Sección:** \_\_\_\_\_

Nombre: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:** Resuelva los ejercicios en hojas de cuadrícula y explique si el sistema es compatible determinado, compatible indeterminado o bien si es incompatible. Deje constancia de las operaciones realizadas.

$x + y = 8$

$x - y = 2$

---



---



---

$x - y = 2$

$3x - 3y = 6$

---



---



---

$x - y = 2$

$x - y = 4$

---



---



---

**ACTIVIDAD GRUPAL DE MATEMATICA (Máximo: 3 integrantes)****Tema:** Resolución de ejercicios por Igualación**Valor de la actividad:** \_\_\_\_\_ puntos. **Fecha:** \_\_\_\_\_.**Tercero Básico Sección:** \_\_\_\_\_

Nombre: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:** Resuelva los ejercicios en hojas adicionales y deje constancia de las operaciones realizadas.

$3x - y = 1$

$x - 2y = 8$

---



---



---

$y = \frac{2}{3}x - 5$

$2x - 3y = 15$

---



---



---

$2x - 3y = 12$

$-4x + 6y = 18$

---



---



---

**ACTIVIDAD GRUPAL DE MATEMATICA (Máximo: 3 integrantes)****Tema:** Resolución de ejercicios por Igualación**Valor de la actividad:** \_\_\_\_\_ puntos. **Fecha:** \_\_\_\_\_.**Tercero Básico Sección:** \_\_\_\_\_

Nombre: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:** Resuelva los ejercicios en hojas adicionales y deje constancia de las operaciones realizadas.

$3x - y = 1$

$x - 2y = 8$

---



---



---

$y = \frac{2}{3}x - 5$

$2x - 3y = 15$

---



---



---

$2x - 3y = 12$

$-4x + 6y = 18$

---



---



---