

Balance de energía para sistemas líquidos no reaccionantes

11.1 INTRODUCCION

En las operaciones de proceso es muy frecuente encontrar que varias corrientes de líquidos de diferente composición y temperatura se mezclan y sirven como una demostración excelente de los principios desarrollados en el capítulo anterior. Aquí se considerará el problema de determinar la variación de la temperatura en sistemas intermitentes y continuos, incluyendo el desarrollo de procedimientos simplificados para efectuar cálculos frecuentes.

11.2 MEZCLADO INTERMITENTE DE CORRIENTES PURAS

Primero considere la situación mostrada en la figura 11.1. En un tanque aislado se mezclan corrientes de *A* y *B* puros. Se desea determinar la temperatura del tanque en función del tiempo. (Este proceso se denomina mezclado intermitente. Por supuesto, en realidad es una operación semi-intermitente.)

Suponiendo un mezclado perfecto, las ecuaciones de mezclado de masa son:

$$\frac{dn_A}{dt} = \frac{dc_A V}{dt} = q_1 c_{A1} \quad (11.1a)$$

$$\frac{dn_B}{dt} = \frac{dc_B V}{dt} = q_2 c_{B2} \quad (11.1b)$$

Aquí, las concentraciones se miden en moles, y $c_{A1} = \rho_{A1}/M_{wA}$, y así sucesivamente, donde ρ_{A1} es la densidad de *A* puro y M_{wA} es el peso molecular.

364 Balance de energía para sistemas líquidos no reaccionantes

La ecuación de energía se deduce directamente de la ecuación 10.10 al despreciar los términos de energía potencial y cinética, y tomando en cuenta que hay dos corrientes de entrada:

$$\frac{dU}{dt} = \rho_1 q_1 H_1 + \rho_2 q_2 H_2 \quad (11.2)$$

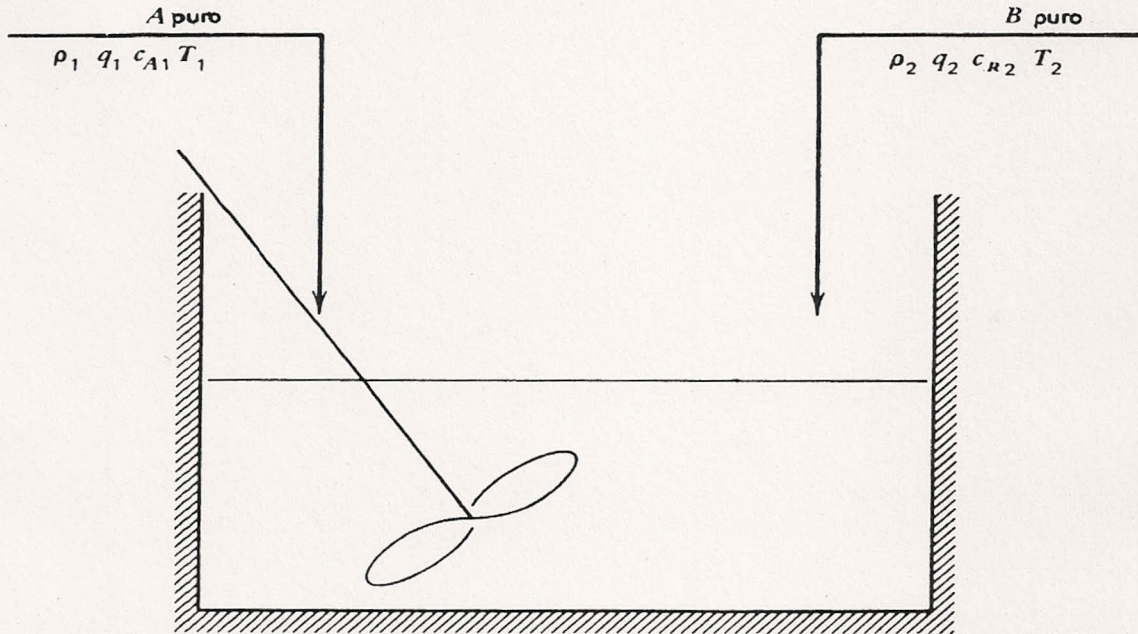


FIGURA 11.1 Mezclado intermitente de dos corrientes puras.

Puesto que $H_1 = H_A = H_A/M_{wA}$, $H_2 = H_B = H_B/M_{wB}$, $\rho_1 = \rho_A = M_{wA}c_{A1}$, $\rho_2 = \rho_B = M_{wB}c_{B2}$, la ecuación 11.2 puede escribirse convenientemente en unidades molares como:

$$\frac{dU}{dt} = c_{A1}q_1 H_{A1} + c_{B2}q_2 H_{B2} \quad (11.3)$$

Se ha conservado el subíndice adicional H_{A1} en H_A para enfatizar que se refiere a una propiedad de la corriente de alimentación. La razón se hará evidente a continuación. Para este sistema líquido la velocidad de cambio de la energía interna y de la entalpía no difieren en forma significativa, como se mostró en la sección 10.10, de manera que puede reemplazarse dU/dt por dH/dt . Por consiguiente, puede escribirse

$$\frac{dH}{dt} = c_{A1}q_1 H_{A1} + c_{B2}q_2 H_{B2} \quad (11.4)$$

Si las temperaturas de entrada T_1 y T_2 son constantes, entonces las entalpías por mol, H_{A1} y H_{B2} son constantes, y puede obtenerse una

solución a este problema en una forma particularmente sencilla. Sustituyendo las ecuaciones 11.1 para el balance de masa de la ecuación 11.4 se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{dH}{dt} &= \underline{H}_{A1} \frac{dn_A}{dt} + \underline{H}_{B2} \frac{dn_B}{dt} \\ &= \frac{d}{dt} [n_A \underline{H}_{A1} + n_B \underline{H}_{B2}] \end{aligned}$$

Puesto que ambos miembros son derivados, pueden integrarse. Considerando la condición inicial como un tanque vacío ($n_A = n_B = 0, H = 0$)

$$H = n_A \underline{H}_{A1} + n_B \underline{H}_{B2} \quad (11.5)$$

\underline{H}_{A1} y \underline{H}_{B2} se evalúan a las condiciones de entrada, T_1 y T_2 . Es conveniente, que las entalpías se evalúen a la temperatura del tanque, T , de manera que puede utilizarse la ecuación 10.39

$$\begin{aligned} \underline{H}_A(T) &= \underline{H}_{A1} + \int_{T_1}^T c_{pA} dT \\ \underline{H}_B(T) &= \underline{H}_{B2} + \int_{T_2}^T c_{pB} dT \end{aligned}$$

La ecuación 11.5 puede entonces escribirse:

$$H = n_A \underline{H}_A(T) + n_B \underline{H}_B(T) - n_A \int_{T_1}^T c_{pA} dT - n_B \int_{T_2}^T c_{pB} dT \quad (11.6)$$

La entalpía de la mezcla puede expresarse siempre en términos de las entalpías molares parciales, \tilde{H}_A y \tilde{H}_B . De la ecuación 10.51:

$$H = n_A \tilde{H}_A(T) + n_B \tilde{H}_B(T)$$

Combinada con la ecuación 11.6 se tiene, con ligero ajuste:

$$\begin{aligned} -n_A \left\{ \tilde{H}_A(T) - \underline{H}_A(T) + \frac{n_B}{n_A} [\tilde{H}_B(T) - \underline{H}_B(T)] \right\} \\ = n_A \int_{T_1}^T c_{pA} dT + n_B \int_{T_2}^T c_{pB} dT \quad (11.7) \end{aligned}$$

La cantidad entre paréntesis a la izquierda es el *calor integral de la solución* a la temperatura T , tratada en la sección 10.7, de manera que la ecuación 11.7 puede escribirse:

$$n_A [-\Delta H_s(T)] = n_A \int_{T_1}^T c_{pA} dT + n_B \int_{T_2}^T c_{pB} dT \quad (11.8)$$

366 Balance de energía para sistemas líquidos no reaccionantes

Si las capacidades caloríficas de los componentes puros son esencialmente constantes, entonces, fácilmente puede integrarse la ecuación 11.8 para obtener:

$$n_A[-\Delta H_s(T)] = n_A \underline{c}_{pA}[T - T_1] + n_B \underline{c}_{pB}[T - T_2] \quad (11.9)$$

El calor de solución, en general, depende de la temperatura, de manera que la ecuación 11.9 no puede resolverse directamente para la temperatura del tanque. Los datos se tabulan en una temperatura estándar T^0 , y para una capacidad calorífica constante, la relación entre $\Delta H_s(T)$ y del calor estándar de solución, ΔH_s^0 , está dado por la ecuación 10.69

$$n_A \Delta H_s(T) = n_A \Delta H_s^0 + \{\rho V \underline{c}_p - n_A \underline{c}_{pA} - n_B \underline{c}_{pB}\}[T - T^0]$$

Aquí, \underline{c}_p es la capacidad calorífica por unidad de masa de mezcla. Después de sustituir en la ecuación 11.9 puede calcularse la temperatura del tanque, en cualquier tiempo, en términos del número de moles de A y B que se han añadido:

$$T = T^0 + \frac{n_A[-\Delta H_s^0] + n_A \underline{c}_{pA}[T_1 - T^0] + n_B \underline{c}_{pB}[T_2 - T^0]}{\rho V \underline{c}_p} \quad (11.10)$$

A menudo son útiles dos casos límite. Si ΔH_s es casi constante, entonces de la ecuación 11.9 se deduce que

$$\Delta H_s = \text{constante: } T = \frac{n_A[-\Delta H_s] + n_A \underline{c}_{pA} T_1 + n_B \underline{c}_{pB} T_2}{\rho V \underline{c}_p}$$

Más todavía, si ΔH_s es despreciable,

$$\Delta H_s = 0: \quad T = \frac{n_A \underline{c}_{pA} T_1 + n_B \underline{c}_{pB} T_2}{\rho V \underline{c}_p}$$

Frecuentemente, los datos se registran a base de la fracción de masa. En este caso, la ecuación 11.10 puede escribirse en otra forma que es más conveniente para algunos cálculos. Sea m la masa total, m_A la masa de A , y m_B la masa de B en el tanque. Entonces:

$$n_A \underline{c}_{pA} = m_A \underline{c}_{pA}$$

$$n_B \underline{c}_{pB} = m_B \underline{c}_{pB}$$

La ecuación 11.10 se convierte en:

$$T = T^0 + \frac{\lambda[-\Delta H_s^0]}{M_{wA} \underline{c}_p} + \lambda \frac{\underline{c}_{pA}}{\underline{c}_p} [T_1 - T^0] + [1 - \lambda] \frac{\underline{c}_{pB}}{\underline{c}_p} [T_2 - T^0] \quad (11.11)$$

Aquí $\lambda = m_{.A}/m$. Para el cálculo es útil notar que la relación molar puede escribirse como:

$$\frac{n_B}{n_A} = \frac{M_{wA} [1 - \lambda]}{M_{wB} \lambda} \quad (11.12)$$

Ejemplo 11.1

Calcule la temperatura que resulta al mezclar 50 lb_m de agua a 50°F y H₂SO₄ a 25°F en un tanque aislado.

Denote H₂SO₄ como *A* y H₂O como *B*. En la figura 10.6 se muestra el calor integral de solución a $T^\circ = 25^\circ\text{C} = 77^\circ\text{F}$ y en la figura 10.7 la capacidad calorífica de la mezcla, suponiendo que es independiente de la temperatura. Se tienen los datos siguientes.

$$\begin{aligned} T^\circ &= 77^\circ\text{F} & T_1 &= 25 & T_2 &= 32 \\ m_A &= 50 \text{ lb}_m & m_B &= 50 & m &= 100 & \lambda &= 0.5 \\ \underline{c}_{pA} &= 0.34 \text{ BTU/lb}_m \text{ }^\circ\text{F} & \underline{c}_{pB} &= 1.0 & \underline{c}_p &= 0.60 \\ M_{wA} &= 98 & M_{wB} &= 18 \end{aligned}$$

$$\frac{n_B}{n_A} = \frac{98}{18} = 5.4 \quad (\text{Ecuación 11.2})$$

Entonces, sustituyendo en la ecuación 11.11:

$$\begin{aligned} T &= 77 + \frac{0.5 \times 25,200}{98 \times 0.60} + 0.5 \times \frac{0.34}{0.60} [25 - 77] \\ &\quad + 0.5 \times \frac{1.0}{0.60} [32 - 77] \\ &= 77 + 214 - 15 - 38 = 238^\circ\text{F} \end{aligned}$$

En general, no es realista utilizar capacidades caloríficas constantes en un intervalo de temperatura tan amplio, pero para ese sistema en particular el error no es importante.

Por supuesto, la ecuación 11.11 es válida, siempre y cuando, el sistema permanezca en estado líquido. El punto de ebullición de una solución de ácido sulfúrico al 50% es alrededor de 253°F. Si se hubiera considerado T_1 y T_2 por ejemplo igual a 77°F, entonces la temperatura calculada después de mezclar sería de 291°F. Esta es bastante superior al punto de ebullición

368 Balance de energía para sistemas líquidos no reaccionantes

y por consiguiente errónea, ya que la ecuación no puede aplicarse en este caso.

Es importante enfatizar que la ecuación que se ha derivado para la temperatura es una solución de las ecuaciones 11.1 y 11.4 que describe el comportamiento a cualquier tiempo durante el proceso de mezclado. Por consiguiente, puede seguirse el cambio de temperatura durante el mezclado. El resultado de este cálculo es bastante instructivo. Considere lo siguiente.

Ejemplo 11.2

Calcule la temperatura como una función del tiempo para el mezclado descrito en el ejemplo 11.1, cuando el agua y el ácido se agregan como sigue:

I. 50 lb_m de ácido en un tanque a $t = 0$, y 50 lb_m de agua agregada durante 10 min a una velocidad de 5 lb_m/min. Entonces $m_A = 50$, $m_B = 5t$, y

$$\lambda_I = \frac{m_A}{m_A + m_B} = \frac{1}{1 + 0.1t}$$

II. 50 lb_m de agua en un tanque a $t = 0$, y 50 lb_m de ácido agregados continuamente durante 10 minutos a una velocidad de 5 lb_m/min. Entonces, $m_A = 5t$, $m_B = 50$, y:

$$\lambda_{II} = \frac{m_A}{m_A + m_B} = \frac{t}{t + 10}$$

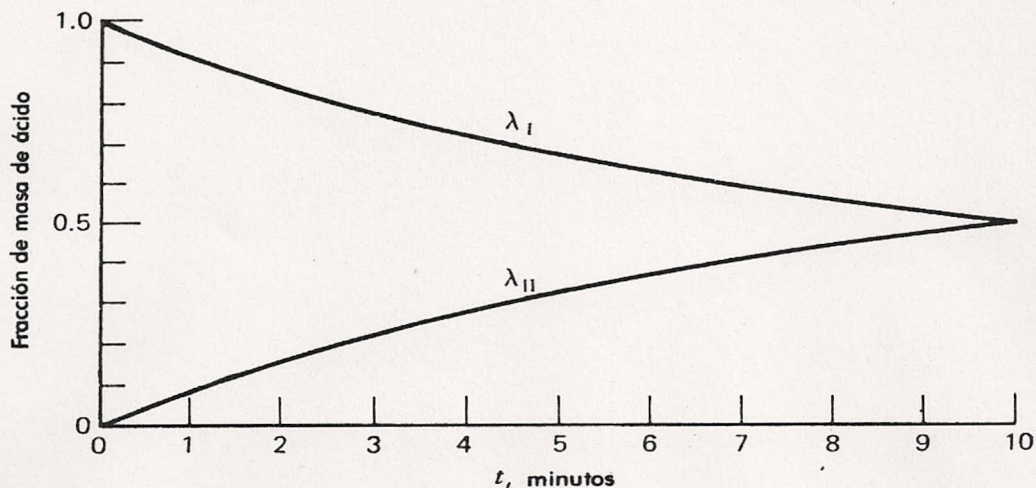


FIGURA 11.2 Fracción de masa de ácido contra tiempo. I: 50 lb_m de agua se agregan en forma continua a 50 lb_m de ácido sulfúrico durante 10 min. II: 50 lb_m de ácido sulfúrico se agregan en forma continua a 50 lb_m de agua durante 10 min.

La figura 11.2 muestra λ como función de t para los dos casos. Los otros datos no varían. ΔH_s^0 y c_p se determinan a partir de las figuras 10.6 y 10.7, para varios valores de λ a medida que t varía desde 0 hasta 10. Entonces, T se calcula de la ecuación 11.11 con suficientes valores de t para establecer las curvas de temperatura en función el tiempo que se muestran en la figura 11.3. Note que en el caso II, en que se agrega ácido al agua, la temperatura final se alcanza gradualmente. En el caso I, agua al ácido, la temperatura aumenta rápidamente y alcanza un máximo después de 3 min, que excede la temperatura final en 85°; después disminuye. En este caso la mezcla no hierve, puesto que el punto de ebullición para una mezcla de fracción de masa λ_I es mayor en todo momento que T_I . Este cálculo demuestra la razón de la regla de seguridad del laboratorio que indica *agregar ácido al agua*.

11.3 MEZCLADO INTERMITENTE DE MEZCLAS

El análisis de la sección anterior puede generalizarse al caso en que las corrientes 1 y 2 no son componentes puros, sino mezclas. Como se muestra en la figura 11.4, la corriente 1 es una mezcla de A y B con concentraciones c_{A1} , c_{B1} , mientras que la corriente 2 tiene concentraciones c_{A2} , c_{B2} . Entonces, las ecuaciones para concentración de la masa son:

$$\frac{dn_A}{dt} = \frac{dc_A V}{dt} = q_1 c_{A1} + q_2 c_{A2} \quad (11.13a)$$

$$\frac{dn_B}{dt} = \frac{dc_B V}{dt} = q_1 c_{B1} + q_2 c_{B2} \quad (11.13b)$$

Si inicialmente el tanque está vacío, entonces éstas se integran directamente a:

$$n_A = n_{A1} + n_{A2} \quad (11.14a)$$

$$n_B = n_{B1} + n_{B2} \quad (11.14b)$$

Donde los subíndices "1" y "2" denotan los números de moles A o B que entran en las corrientes 1 y 2, respectivamente, durante el intervalo de tiempo considerado.

Despreciando la energía cinética, la energía potencial y la velocidad de cambio de pV , la ecuación de energía es idéntica a la que se utilizó anteriormente:

$$\frac{dH}{dt} = \rho_1 q_1 H_1 + \rho_2 q_2 H_2 \quad (11.15)$$

370 Balance de energía para sistemas líquidos no reaccionantes

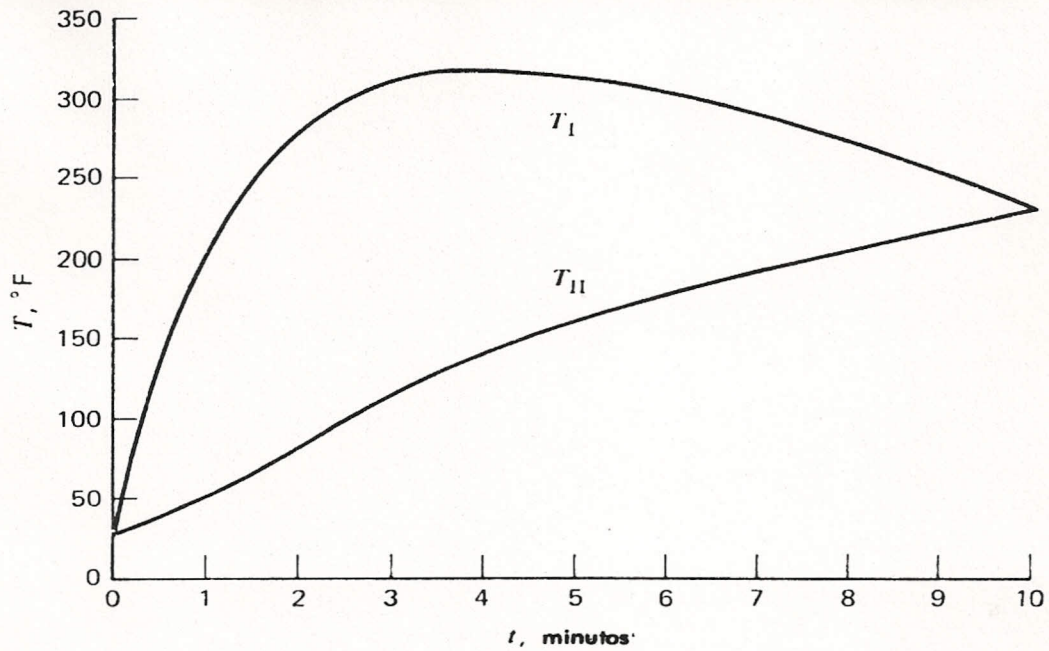


FIGURA 11.3 Temperatura en función de tiempo. I: 50 lb_m de agua a 32°F se agregan continuamente a 50 lb_m de ácido sulfúrico con temperatura inicial de 25°F. II: 50 lb_m de ácido sulfúrico a 25°F se agregan continuamente a 50 lb_m de agua con temperatura inicial de 32°F.

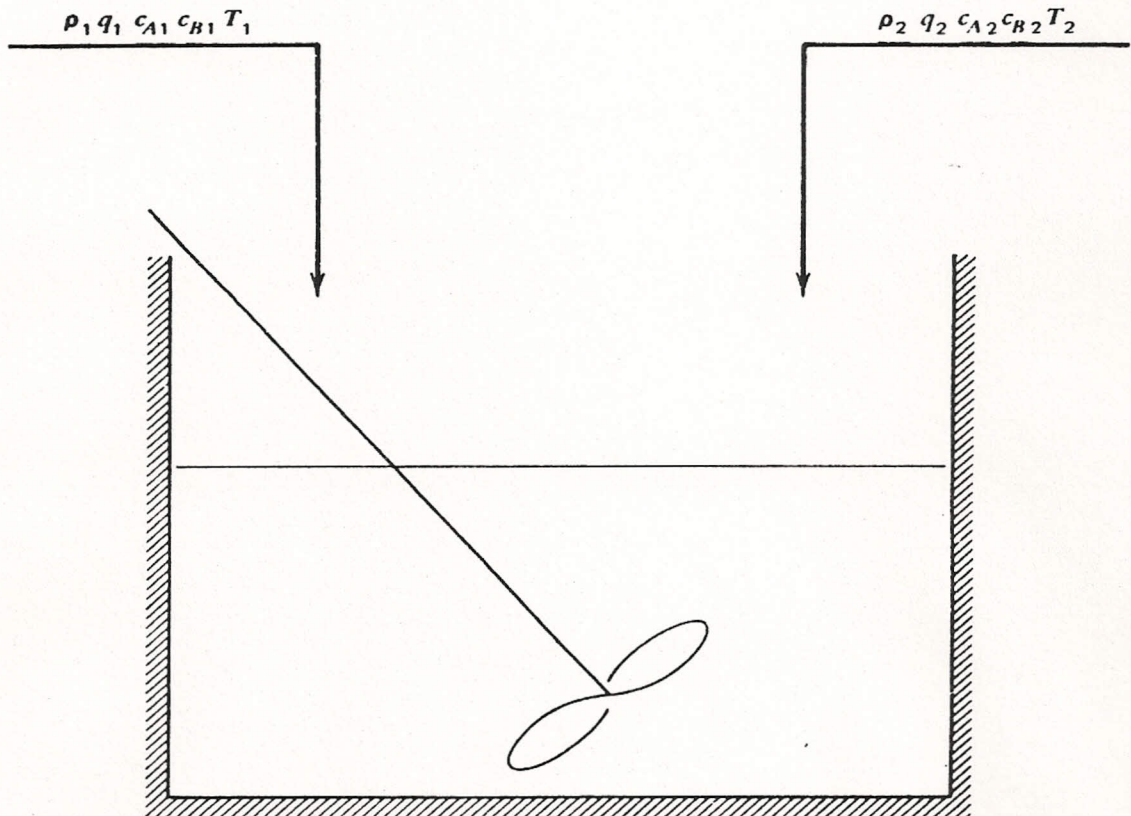


FIGURA 11.4 Mezclado intermitente de dos mezclas, cada una de las cuales contiene A y B.

Para el caso especial, en donde la temperatura y la composición de cada corriente de alimentación son constantes y, por lo tanto, ρ_1 , \underline{H}_1 , ρ_2 , y \underline{H}_2 son constantes, estos se integran de inmediato a:

$$H(T) = m_1 \underline{H}_1(T_1) + m_2 \underline{H}_2(T_2) \quad (11.16)$$

donde m_1 y m_2 denotan la masa total que entra en las corrientes 1 y 2, respectivamente. Note que:

$$\rho V = m = m_1 + m_2$$

Comparativamente, las entalpías deben estar evaluadas a la temperatura del tanque, T . Por consiguiente, suponiendo capacidades caloríficas constantes,

$$\underline{H}_1(T_1) = \underline{H}_1(T) + \underline{c}_{p1}[T_1 - T]$$

$$\underline{H}_2(T_2) = \underline{H}_2(T) + \underline{c}_{p2}[T_2 - T]$$

La entalpía de las mezclas puede expresarse en términos de entalpías molares parciales, utilizando los resultados de la sección 10.6, de la siguiente forma:

$$H = n_A \tilde{H}_A + n_B \tilde{H}_B$$

$$m_1 \underline{H}_1 = n_{A1} \tilde{H}_{A1} + n_{B1} \tilde{H}_{B1}$$

$$m_2 \underline{H}_2 = n_{A2} \tilde{H}_{A2} + n_{B2} \tilde{H}_{B2}$$

Por lo consiguiente la ecuación 11.16 se convierte en

$$\begin{aligned} n_A \tilde{H}_A + n_B \tilde{H}_B &= n_{A1} \tilde{H}_{A1} + n_{B1} \tilde{H}_{B1} + n_{A2} \tilde{H}_{A2} + n_{B2} \tilde{H}_{B2} \\ &+ m_1 \underline{c}_{p1}[T_1 - T] + m_2 \underline{c}_{p2}[T_2 - T] \end{aligned} \quad (11.17)$$

Todas las entalpías molares parciales se evalúan a la temperatura T . Las entalpías molares parciales en las ecuaciones 11.17, se relacionan convenientemente con las entalpías de los componentes puros, mediante los calores de solución de cada mezcla. La ecuación 10.62:

$$n_A \tilde{H}_A + n_B \tilde{H}_B = n_A \Delta \underline{H}_s + n_A \underline{H}_A + n_B \underline{H}_B$$

$$n_{A1} \tilde{H}_{A1} + n_{B1} \tilde{H}_{B1} = n_{A1} \Delta \underline{H}_{s1} + n_{A1} \underline{H}_A + n_{B1} \underline{H}_B$$

$$n_{A2} \tilde{H}_{A2} + n_{B2} \tilde{H}_{B2} = n_{A2} \Delta \underline{H}_{s2} + n_{A2} \underline{H}_A + n_{B2} \underline{H}_B$$

Entonces, la ecuación 11.17 se convierte en:

$$n_A \Delta \underline{H}_s + n_A \underline{H}_A + n_B \underline{H}_B = n_{A1} \Delta \underline{H}_{s1} + n_{A1} \underline{H}_A + n_{B1} \underline{H}_B$$

372 Balance de energía para sistemas líquidos no reaccionantes

$$\begin{aligned}
 &+ n_{A2} \Delta H_{s2} + n_{A1} H_A + n_{B2} H_B \\
 &+ m_1 c_{p1} [T_1 - T] + m_2 c_{p2} [T_2 - T]
 \end{aligned}
 \tag{11.18}$$

o, puesto que $n_A = n_{A1} + n_{A2}$, $n_B = n_{B1} + n_{B2}$, los términos $n_{A1} H_A + n_{A2} H_A$ a la derecha, son iguales a $n_A H_A$ a la izquierda, y en forma similar para $n_B H_B$, dando

$$\begin{aligned}
 n_A \Delta H_s - n_{A1} \Delta H_{s1} - n_{A2} \Delta H_{s2} &= m_1 c_{p1} [T_1 - T] \\
 &+ m_2 c_{p2} [T_2 - T]
 \end{aligned}
 \tag{11.19}$$

Finalmente, es necesario hacer referencia a la entalpía de mezclado de valor estándar ΔH_s^0 a T^0 . Para capacidades caloríficas constantes, la ecuación 10.69 es:

$$\begin{aligned}
 n_A \Delta H_s &= n_A \Delta H_s^0 + [m c_p - n_A c_{pA} - n_B c_{pB}] [T - T^0] \\
 n_{A1} \Delta H_{s1} &= n_{A1} \Delta H_{s1}^0 + [m_1 c_{p1} - n_{A1} c_{pA} - n_{B1} c_{pB}] [T - T^0] \\
 n_{A2} \Delta H_{s2} &= n_{A2} \Delta H_{s2}^0 + [m_2 c_{p2} - n_{A2} c_{pA} - n_{B2} c_{pB}] [T - T^0]
 \end{aligned}$$

y substituyendo en la ecuación 11.19:

$$\begin{aligned}
 n_A \Delta H_s^0 - n_{A1} \Delta H_{s1}^0 - n_{A2} \Delta H_{s2}^0 \\
 + [m c_p - m_1 c_{p1} - m_2 c_{p2}] [T - T^0] \\
 = m_1 c_{p1} [T_1 - T] + m_2 c_{p2} [T_2 - T]
 \end{aligned}
 \tag{11.20}$$

Es conveniente definir $\lambda = m_1/m$, $\nu = n_{A1}/n_A$, y $x_A = M_{wA} n_A / m$. x_A es la fracción de masa de A en el tanque. En el mezclado de corrientes $\nu = 1$. Entonces, la ecuación 11.20 puede resolverse calculando T como:

$$\begin{aligned}
 T = T^0 + \frac{x_A \{ -\Delta H_s^0 + \nu \Delta H_{s1}^0 + [1 - \nu] \Delta H_{s2}^0 \}}{M_{wA} c_p} \\
 + \lambda \frac{c_{p1}}{c_p} [T_1 - T^0] + [1 - \lambda] \frac{c_{p2}}{c_p} [T_2 - T^0]
 \end{aligned}
 \tag{11.21}$$

Cuando las corrientes son puras ΔH_{s1}^0 y ΔH_{s2}^0 son cero, y la ecuación 11.21 se reduce a la ecuación 11.11. En general, es necesario restar el calor de solución asociado con cada alimentación, del calor de solución de la mezcla final. Compare el ejemplo 10.4

Ejemplo 11.3

Cantidades iguales de una solución al 10 por ciento de ácido sulfúrico a 32°F, y una solución al 90 por ciento en peso a 70°F se mezclan entre sí. Calcule la temperatura final.

Considere la corriente de 90 por ciento como la corriente 1. Entonces:

$$T^0 = 77^\circ\text{F} \quad T_1 = 70^\circ \quad T_2 = 32^\circ \quad \lambda = 0.5 \quad x_A = 0.5$$

$$M_{wA} = 98 \quad M_{wB} = 18$$

De la figura 10.7

$$c_p = 0.60 \text{ BTU/lb}_m \text{ }^\circ\text{F} \quad c_{p1} = 0.36 \quad c_{p2} = 0.90$$

Para calcular ν considere las siguientes relaciones:

$$\text{ácido al 50 por ciento: } n_{A1}M_{wA} = 0.5m$$

$$\text{ácido al 90 por ciento: } n_{A11}M_{wA} = 0.9m_1 = 0.9\lambda m = 0.9 \times 0.5m$$

Por consiguiente:

$$\nu = \frac{n_{A11}}{n_{A1}} = 0.9$$

De la ecuación 11.12 pueden calcularse las relaciones molares para cada corriente. Los calores de solución correspondientes se obtienen de la figura 10.6:

$$\frac{n_{B1}}{n_{A1}} = \frac{98}{18} \left[\frac{1 - 0.9}{0.9} \right] = 0.6 \quad \Delta H_{s1} = -8000 \text{ BTU/lb-mol ácido}$$

$$\frac{n_{B2}}{n_{A12}} = \frac{98}{18} \left[\frac{1 - 0.1}{0.1} \right] = 49 \quad \Delta H_{s2} = -35,000 \text{ BTU/lb-mol ácido}$$

$$\frac{n_B}{n_A} = \frac{98}{18} \left[\frac{1 - 0.5}{0.5} \right] = 5.4 \quad \Delta H_s = -25,200 \text{ BTU/lb-mol ácido}$$

Entonces, la ecuación 11.21 se convierte en:

$$T = 77 + \frac{0.5\{+25,200 + 0.9[-8000] + 0.1[-35,000]\}}{98 \times 0.6}$$

$$+ 0.5 \times \frac{0.36}{0.60} [70 - 77] + 0.5 \times \frac{0.90}{0.60} [32 - 77]$$

$$T = 165^\circ\text{F}$$

374 Balance de energía para sistemas líquidos no reaccionantes

11.4 DIAGRAMA ENTALPIA-CONCENTRACION

Los cálculos efectuados en el mezclado adiabático, utilizando la ecuación 11.21 pueden hacerse más rápidamente, utilizando un procedimiento gráfico que emplea el calor de solución y la capacidad calorífica. La gráfica conocida como *diagrama entalpía-concentración*, es una gráfica del cambio de entalpía por libra de mezcla, ΔH , contra la fracción en peso de ácido puro (con cualquier soluto). Primero se construirá la gráfica, y después se demostrará su empleo.

Considere primero, la entalpía del mezclado a 32°F , que se ha medido en BTU/lb-mol de ácido. El cambio de entalpía por libra de mezcla, ΔH , esta relacionada a ΔH_s como sigue:

$$\Delta H = \frac{n_A \Delta H_s}{m} = \frac{x_A \Delta H_s}{M_{wA}}$$

x_A es la fracción de masa de A, m_A/m . Por ejemplo, una mezcla al 50 por ciento de ácido y agua, tiene un calor de mezclado de $-25,000$ BTU/mol ácido. Por consiguiente, el cambio de entalpía por libra, ΔH , es,

$$\Delta H = \frac{x_A \Delta H_s}{M_{wA}} = \frac{0.5[-25,000]}{98} = -127 \text{ BTU/lb}_m$$

Similarmente, para una solución al 90 por ciento de ácido se encuentra que el valor experimental de ΔH_s es -8000 BTU/mol de ácido (vea el ejemplo 11.3). Por consiguiente:

$$\Delta H = \frac{0.9[-8000]}{98} = -74 \text{ BTU lb}_m$$

Estos dos puntos, junto con la curva total para $T = 32^\circ\text{F}$, se muestran en la figura 11.5

A continuación considere el cambio de entalpía por libra al tomar una mezcla de composición fija a una temperatura (por ejemplo, 32°F) y que alcanza una nueva temperatura (por ejemplo, 70°F). Si se considera que la capacidad calorífica es constante, entonces, este cambio de entalpía es simplemente $c_p[T_2 - T_1]$, como se indicó en la ecuación 10.34. Por consiguiente, se construye una curva de ΔH a 70°F , sumando $38 c_p$ al valor de la curva a 32°F . Por ejemplo, una solución al 50 por ciento de ácido tiene un c_p de 0.60 BTU/lb $^\circ\text{F}$, de manera que

$$\Delta H @ 70^\circ\text{F} = \Delta H @ 32^\circ\text{F} + 0.6 \times 38 = -104 \text{ BTU/lb}$$

Una solución al 90 por ciento de ácido tiene $c_p = 0.36$, de manera que $\Delta H @ 70^\circ\text{F} = -61$ BTU/lb. En forma similar, se construye la curva total para 70°F , como se muestra en la figura 11.6. Esto se repite para todas las

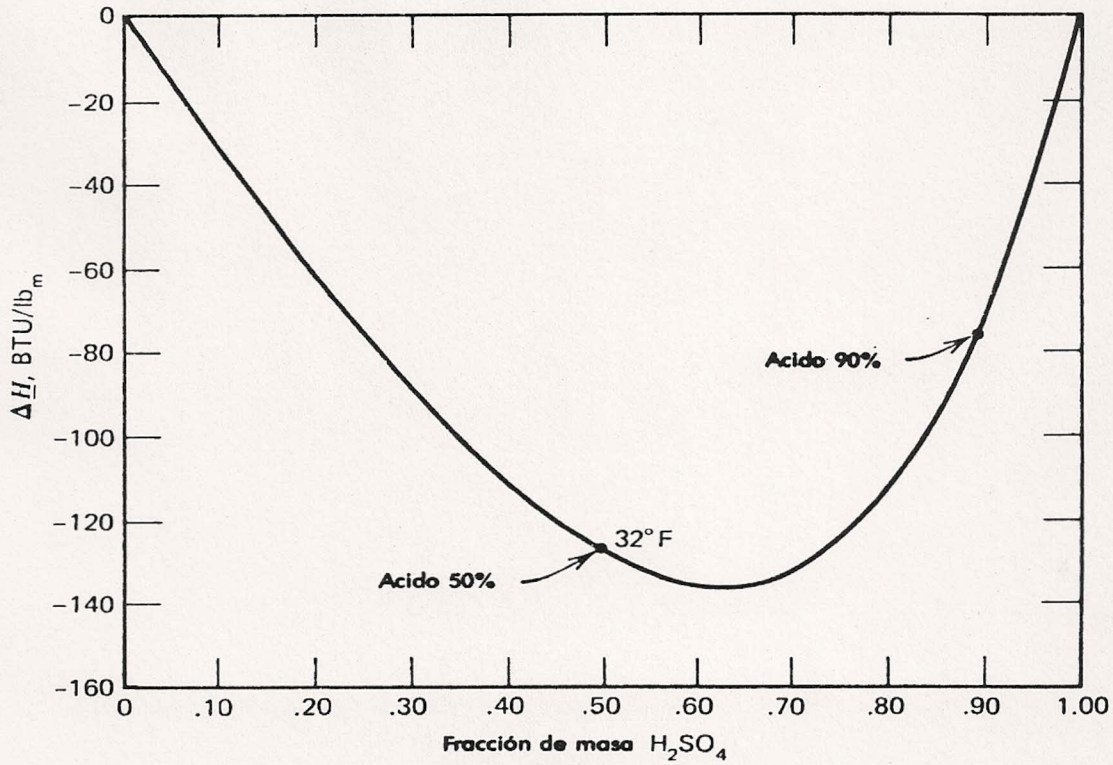


FIGURA 11.5 Diagrama entalpía-concentración para agua-ácido sulfúrico a 32°F. La línea se calcula a partir del calor de mezclado de la figura 10.6.

temperaturas, y se construye el diagrama completo entalpía-concentración para mezclas de H_2SO_4 — H_2O como se muestra en la figura 11.7.

La línea de 32° se construyó, calculando las diferencias entre la entalpía de la mezcla y las entalpías de los componentes puros a 32°. Por consiguiente:

$$m \Delta H(32) = mH(32) - m_A H_A(32) - m_B H_B(32)$$

A otra temperatura T , se tiene:

$$m \Delta H(T) = m \Delta H(32) + m c_p [T - 32]$$

La siguiente relación, ecuación 10.34, siempre es cierta:

$$mH(T) = mH(32) + m c_p [T - 32]$$

Estas se combinan para dar:

$$m \Delta H(T) = mH(T) - m_A H_A(32) - m_B H_B(32) \quad (11.22)$$

Por consiguiente, la gráfica se construye de tal manera, que el valor que se lee en la ordenada representa una entalpía entre la mezcla de interés a la temperatura T , y la entalpía de A puro y B puro mezclado a la temperatura de 32°F.

376 Balance de energía para sistemas líquidos no reaccionantes

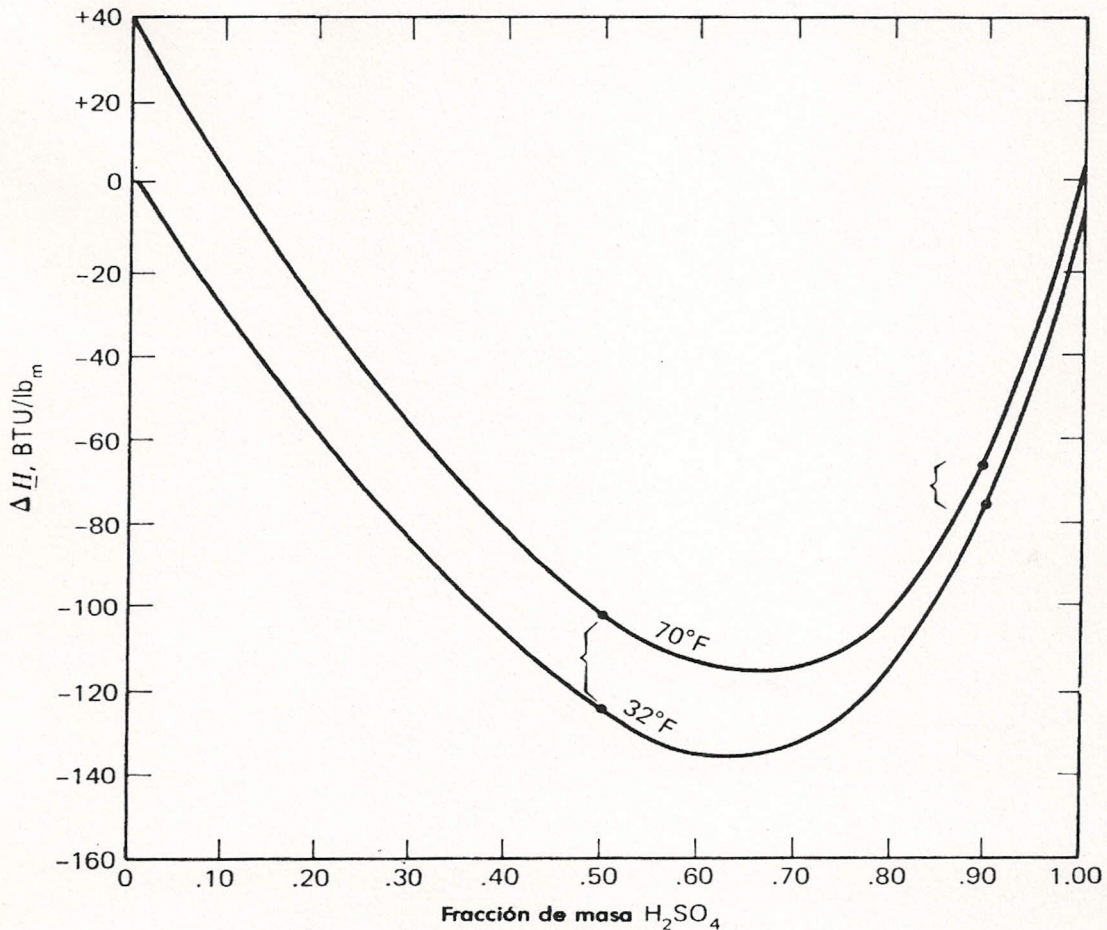


FIGURA 11.6 Diagrama entalpía-concentración para agua-ácido sulfúrico a 32°F y 70°F. La línea de 70° se calcula a partir de la línea de 32°F y de los datos de capacidad calorífica de la figura 10.7.

Si se mezclan soluciones de m_{A1} , m_{B1} y m_{A2} , m_{B2} se tiene:

$$m_1 \Delta H_1(T_1) = m_1 H_1(T_1) - m_{A1} H_A(32) - m_{B1} H_B(32) \quad (11.23a)$$

$$m_2 \Delta H_2(T_2) = m_2 H_2(T_2) - m_{A2} H_A(32) - m_{B2} H_B(32) \quad (11.23b)$$

De la ecuación 11.16 para el mezclado intermitente de mezcla:

$$m \underline{H}(T) = m_1 H_1(T_1) + m_2 H_2(T_2) \quad (11.16)$$

Por consiguiente, sustituyendo las ecuaciones 11.22 y 23 en la ecuación 11.16

$$m \Delta H(T) = m_1 \Delta H_1(T_1) + m_2 \Delta H_2(T_2) + H_A(32)[m_{A1} + m_{A2} - m_A] + H_B(32)[m_{B1} + m_{B2} - m_B] \quad (11.24)$$

Puesto que $m_A = m_{A1} + m_{A2}$, $m_B = m_{B1} + m_{B2}$, dividiendo entre m y haciendo $\lambda = m_1/m$, se obtiene

$$\Delta H(T) = \lambda \Delta H_1(T_1) + (1 - \lambda) \Delta H_2(T_2) \quad (11.25)$$

Diagrama entalpía-concentración 377

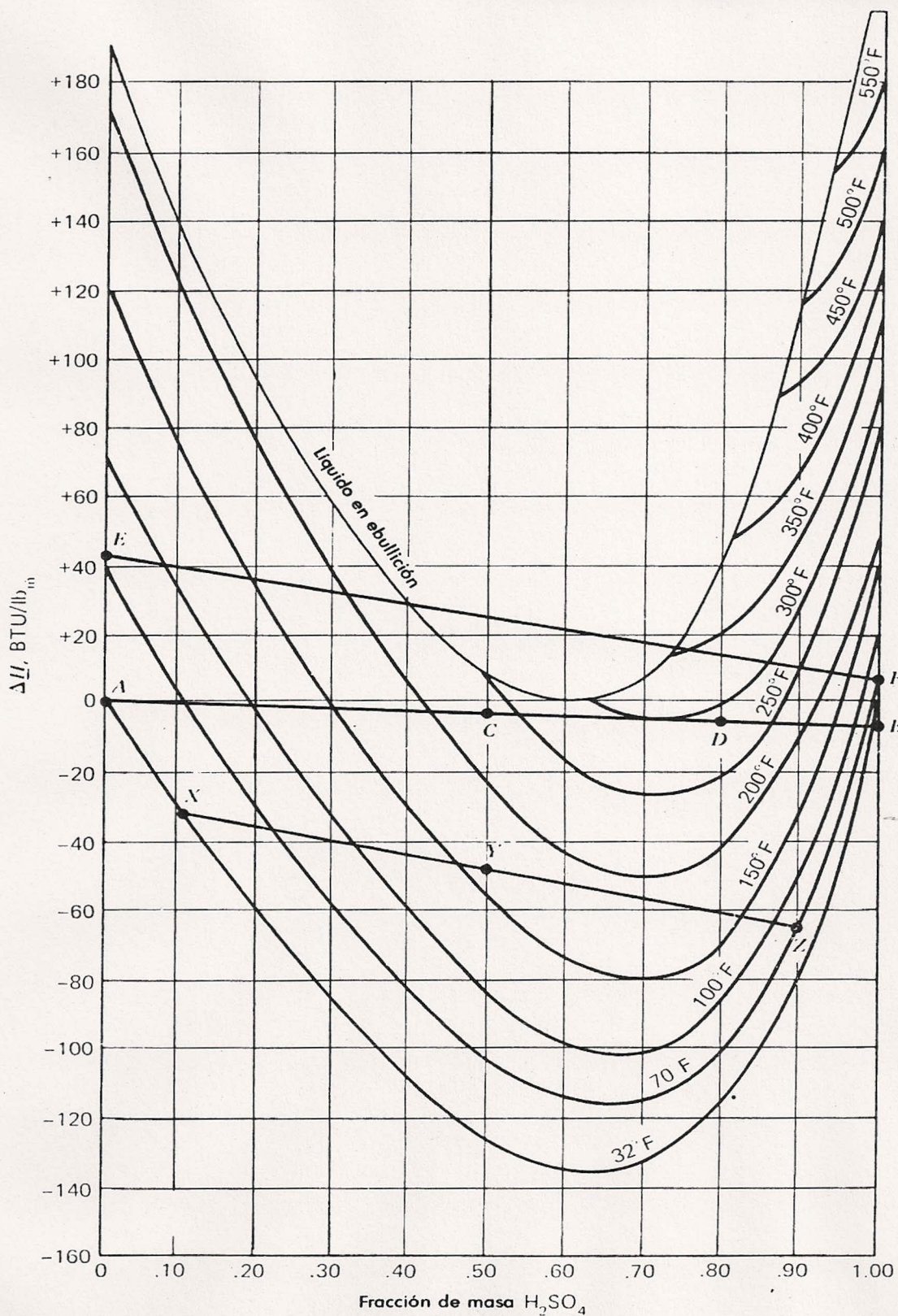


FIGURA 11.7 Diagrama entalpía-concentración para agua-ácido sulfúrico en fase líquida. (Reproducido de Hougen, Watson, y Ragatz, *Chemical Process Principles*, parte I, John Wiley, Nueva York, 1954, con autorización.)

378 Balance de energía para sistemas líquidos no reaccionantes

Ahora, de la ecuación 11.25 se deduce inmediatamente la solución gráfica del problema de mezclado. Cuando se especifican las composiciones de las dos mezclas iniciales, la ley de la conservación de la masa fija automáticamente la composición de la mezcla resultante. Una vez que ΔH_1 y ΔH_2 están fijas en el diagrama entalpía-concentración, el valor de ΔH que corresponde a cualquier mezcla de las dos, se encuentra sobre la línea recta formada a medida que λ varía entre 0 y 1. De hecho, el punto exacto se localiza a una fracción λ de la distancia desde el punto 2 hasta el punto 1. Note la similitud con el procedimiento gráfico para la determinación de composiciones en la mezcla de dos fases que se desarrolló en la sección 9.6.

Por ejemplo, en el ejemplo 11.1 se consideró el problema de mezclar agua pura a 32°F y ácido puro a 25°F para formar una mezcla al 50%. En la figura 11.7, la línea AB conecta estos dos puntos, y todos los valores de la mezcla deben estar sobre esta línea. El punto medio, punto C corresponde a una mezcla al 50 por ciento, y está alrededor de 235°F, cercano al valor que se calculó en el ejemplo 11.1. El punto D porque corresponde a $\lambda = 0.8$, tiene una temperatura ligeramente inferior a 300°F. Esto concuerda con el valor correspondiente a T_1 en la figura 11.3 a $t = 2.5$ min. Note que las mezclas de ácido y agua, cada una a 77°F (línea EF) hervirán en el intervalo 38-75 por ciento de ácido. Esto concuerda con los cálculos que se hicieron siguiendo el ejemplo 11.1. Para evitar la ebullición, siempre debe agregarse ácido concentrado al ácido diluido.

El cálculo que se efectuó en el ejemplo 11.3 se muestra mediante la línea XYZ . X corresponde a ácido al 10 por ciento a 32°F, Z a ácido al 90% y a 70°F. Y es el punto medio, ácido de 50% aproximadamente a 165°F. La temperatura máxima que puede alcanzarse con mezclado adiabático de 10 y 90 por ciento de ácidos a la temperatura dada, es de aproximadamente 190°F. La temperatura máxima se encuentra determinando la línea de temperatura constante que es tangente a la línea de mezclado.

Puede disponerse de diagramas de entalpía-concentración para varios sistemas comunes. Son de gran utilidad si van a efectuarse varios cálculos en un sistema, puesto que el ahorro de tiempo que se obtiene empleando la solución gráfica de la ecuación 11.21, justifica la gran cantidad de cálculos que se requieren en la construcción del diagrama.

11.5 MEZCLADO CONTINUO

Ahora, se consideraría el problema del flujo que se muestra en la figura 11.8. Las corrientes 1 y 2, mezclas de A y B a temperaturas T_1 y T_2 , respectivamente se mezclan en un tanque perfectamente agitado. Se buscan primero las ecuaciones de diseño correspondientes a este sistema.

Las ecuaciones para la conservación de masa son simplemente:

$$\frac{dm}{dt} = \frac{d\rho V}{dt} = \rho_1 q_1 + \rho_2 q_2 - \rho q \quad (11.26)$$

$$\frac{dn_A}{dt} = \frac{dc_A V}{dt} = q_1 c_{A1} + q_2 c_{A2} - q c_A \quad (11.27a)$$

$$\frac{dn_B}{dt} = \frac{dc_B V}{dt} = q_1 c_{B1} + q_2 c_{B2} - q c_B \quad (11.27b)$$

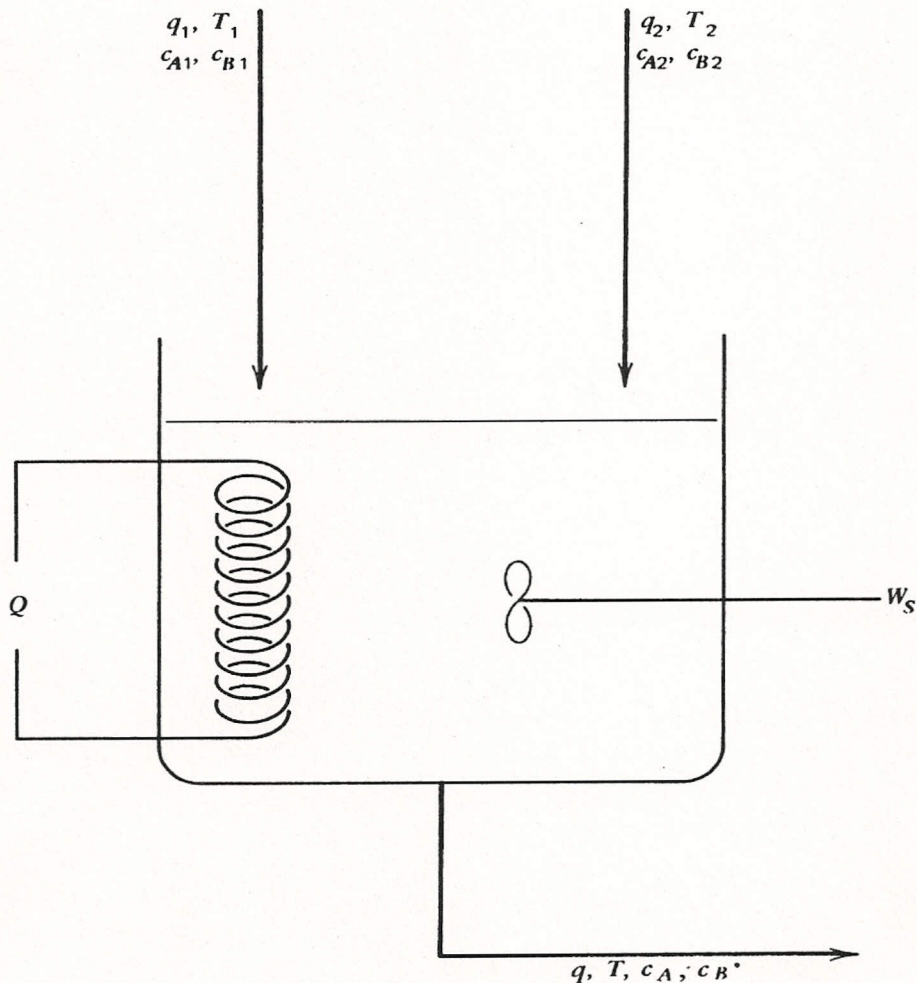


FIGURA 11.8 Mezclado continuo de dos corrientes, cada una de las cuales contiene A y B .

La ecuación de energía, ecuación 10.10, ajustada para tomar en cuenta dos corrientes de alimentación, despreciando los términos de energía potencial y cinética y la diferencia entre las velocidades de cambio de U y H es:

$$\frac{dH}{dt} = \rho_1 q_1 H_1 + \rho_2 q_2 H_2 - \rho q H + Q - W_s \quad (11.28)$$

380 Balance de energía para sistemas líquidos no reaccionantes

H_1 y H_2 se evalúan a la temperatura de alimentación T_1 y T_2 , respectivamente, mientras que H se evalúa a la temperatura del tanque, T . Como en todos los sistemas de flujo continuo, las ecuaciones en estado estable proporcionan la información primaria necesaria para el diseño. Primero se estudiarán éstas, y después se considerarán nuevamente las ecuaciones transitorias en una sección posterior.

En el estado estable las ecuaciones de masa y energía son:

$$\rho q = \rho_1 q_1 + \rho_2 q_2 \quad (11.29)$$

$$q c_A = q_1 c_{A1} + q_2 c_{A2} \quad (11.30a)$$

$$q c_B = q_1 c_{B1} + q_2 c_{B2} \quad (11.30b)$$

$$\rho q H = \rho_1 q_1 H_1 + \rho_2 q_2 H_2 + Q - W_s \quad (11.31)$$

Las entalpías H , H_1 y H_2 , deben estar referidas a la misma temperatura, y se vio que la temperatura de referencia para los calores de mezclado es conveniente. Para simplificar suponga que las capacidades caloríficas son constantes, entonces, utilizando la ecuación 10.34 se obtiene:

$$\rho q H(T) = \rho q H(T^0) + \rho q c_p [T - T^0]$$

$$\rho_1 q_1 H_1(T_1) = \rho_1 q_1 H_1(T^0) + \rho_1 q_1 c_{p1} [T_1 - T^0]$$

$$\rho_2 q_2 H_2(T_2) = \rho_2 q_2 H_2(T^0) + \rho_2 q_2 c_{p2} [T_2 - T^0]$$

Por consiguiente, la ecuación 11.31 se convierte en:

$$\begin{aligned} \rho q H(T^0) + \rho q c_p [T - T^0] &= \rho_1 q_1 H_1(T^0) + \rho_1 q_1 c_{p1} [T_1 - T^0] \\ &+ \rho_2 q_2 H_2(T^0) + \rho_2 q_2 c_{p2} [T_2 - T^0] \\ &+ Q - W_s \end{aligned} \quad (11.32)$$

Las entalpías se relacionan con las entalpías de los componentes puros y con el calor de solución mediante las ecuaciones 10.53 y 10.62:

$$\rho H = c_A \tilde{H}_A + c_B \tilde{H}_B = c_A H_A + c_B H_B + c_A \Delta H_s^0$$

$$\rho_1 H_1 = c_{A1} \tilde{H}_{A1} + c_{B1} \tilde{H}_{B1} = c_{A1} H_A + c_{B1} H_B + c_{A1} \Delta H_{s1}^0$$

$$\rho_2 H_2 = c_{A2} \tilde{H}_{A2} + c_{B2} \tilde{H}_{B2} = c_{A2} H_A + c_{B2} H_B + c_{A2} \Delta H_{s2}^0$$

Sustituyendo en la ecuación 11.32 y utilizando las ecuaciones de balance de masa se obtiene después de alguna manipulación:

$$\begin{aligned} T = T^0 + \frac{x_A}{M_{w,A} c_p} \{ -\Delta H_s^0 + \nu \Delta H_{s1}^0 + [1 - \nu] \Delta H_{s2}^0 \} \\ + \lambda \frac{c_{p1}}{c_p} [T_1 - T^0] + [1 - \lambda] \frac{c_{p2}}{c_p} [T_2 - T^0] \end{aligned}$$

$$+ \frac{Q}{\rho q c_p} - \frac{W_s}{\rho q c_p} \tag{11.33}$$

donde:

$$\lambda = \frac{\rho_1 q_1}{\rho q} \quad \nu = \frac{q_1 c_{A1}}{q c_A}$$

y x_A es la fracción de masa de A en el tanque. Agregando los términos de Q y W_s (que podrían haber sido incluidos previamente) la ecuación 11.33 es idéntica a la ecuación 11.21 para el mezclado intermitente donde λ y ν tienen significados diferentes pero equivalentes.

Ejemplo 11.4

Van a producirse 500 lb_m/hora de un ácido sulfúrico al 70 por ciento en peso a 100°F, diluyendo ácido de 80 por ciento a 200°F con agua a 32°F. El sistema está agitado con un motor de dos caballos. Si se supone que la eficiencia de la conexión mecánica es de 50 por ciento, esto significa que W_s es aproximadamente menor, un caballo. ¿Qué cantidad de calor debe eliminarse?

La corriente de ácido de 80 por ciento será la corriente 1. Entonces, se conocen

$$\begin{aligned} T^0 &= 77^\circ\text{F} & T_1 &= 200 & T_2 &= 32 & T &= 100 \\ x_{A1} &= 0.7 & \rho q &= 500 \text{ lb}_m/\text{hr} \\ W_s &= -1 \text{ HP} = -2545 \text{ BTU/hr} \\ M_{wA} &= 98 & M_{wB} &= 18 \end{aligned}$$

De la figura 10.7

$$c_{p1} = 0.45 \text{ BTU/lb}_m \text{ } ^\circ\text{F} \quad c_{p2} = 1.0 \quad c_p = 0.48$$

Para resolver la ecuación 11.33, y calcular Q se requiere λ , ν y los calores de solución. $c_{A2} = 0$ (agua pura) de manera, que la ecuación 11.30 se convierte en

$$\begin{aligned} q c_A &= q_1 c_{A1} \\ \nu &= q_1 c_{A1} / q c_A = 1 \end{aligned}$$

También:

$$\begin{aligned} M_{wA} q c_A &= 0.7 \rho q && \text{(ácido al 70 por ciento)} \\ M_{wA} q_1 c_{A1} &= 0.8 \rho_1 q_1 && \text{(ácido al 80 por ciento)} \end{aligned}$$

Por consiguiente,

$$\lambda = \frac{\rho_1 q_1}{\rho q} = \frac{0.7 q_1 c_{A1}}{0.8 q c_A} = 0.875$$

382 Balance de energía para sistemas líquidos no reaccionantes

De la ecuación 11.12, la relación entre la relación molar y la fracción de masa, y la figura 10.6 para calores de solución, se obtiene:

$$\frac{n_{B1}}{n_{A1}} = \frac{98}{18} \left[\frac{1 - 0.8}{0.8} \right] = 1.36 \quad \Delta H_{s1} = -14,000 \text{ BTU/lb}_m$$
$$\frac{n_B}{n_A} = \frac{98}{18} \left[\frac{1 - 0.7}{0.7} \right] = 2.33 \quad \Delta H_s = -19,000 \text{ BTU/lb}_m$$

Puesto que $v = 1$, no es necesario conocer ΔH_{s2} . Sustituyendo todos estos números en las ecuaciones 11.33, y calculando Q , se obtiene $Q = -36,000$ BTU/hr. Debe eliminarse calor a una velocidad de 36,000 BTU/hr para obtener la temperatura final deseada de 100°F.

11.6 MEZCLADO CONTINUO MEDIANTE DIAGRAMA ENTALPIA-CONCENTRACION

Para sistemas en que se dispone de un diagrama entalpía-concentración, los cálculos anteriormente descritos se efectúan fácilmente. Note que la ecuación 11.31 puede escribirse:

$$H = \lambda H_1 + [1 - \lambda] H_2 + \frac{Q}{\rho q} - \frac{W_s}{\rho q}$$

donde $\lambda = \rho_1 q_1 / \rho q$. Cuando Q y W_s son cero ésta es idéntica a la relación utilizada para el sistema intermitente en la sección 11.4, y el diagrama se utiliza en forma idéntica. Si Q y W_s no son cero, simplemente representan una intersección diferente y, por consiguiente, una línea recta paralela a la línea entre los puntos 1 y 2.

Considere el problema que se resolvió en el ejemplo 11.4. Los puntos 1 y 2 en la figura 11.9 son ácido de 80 por ciento a 200°F y agua pura a 32°F, respectivamente. El punto 3 es la intersección de la línea entre ellos al 70 por ciento de ácido. En un sistema adiabático la temperatura será de aproximadamente 225°F. La línea de 100°F intercepta a la de 70 por ciento de ácido a 66 BTU/lb_m aproximadamente. Por consiguiente:

$$\frac{1}{\rho q} [Q - W_s] = -66 \text{ BTU/lb}_m$$

Para $\rho q = 500 \text{ lb}_m/\text{hr}$, $W_s = -2545 \text{ BTU/hora}$, de manera que debe eliminarse calor a una velocidad de aproximadamente 35,500 BTU/hora, como se calculó anteriormente. La diferencia entre los dos resultados refleja las inexactitudes inherentes a las medidas gráficas en ambas soluciones.

Mezclado continuo mediante diagrama entalpía-concentración 383

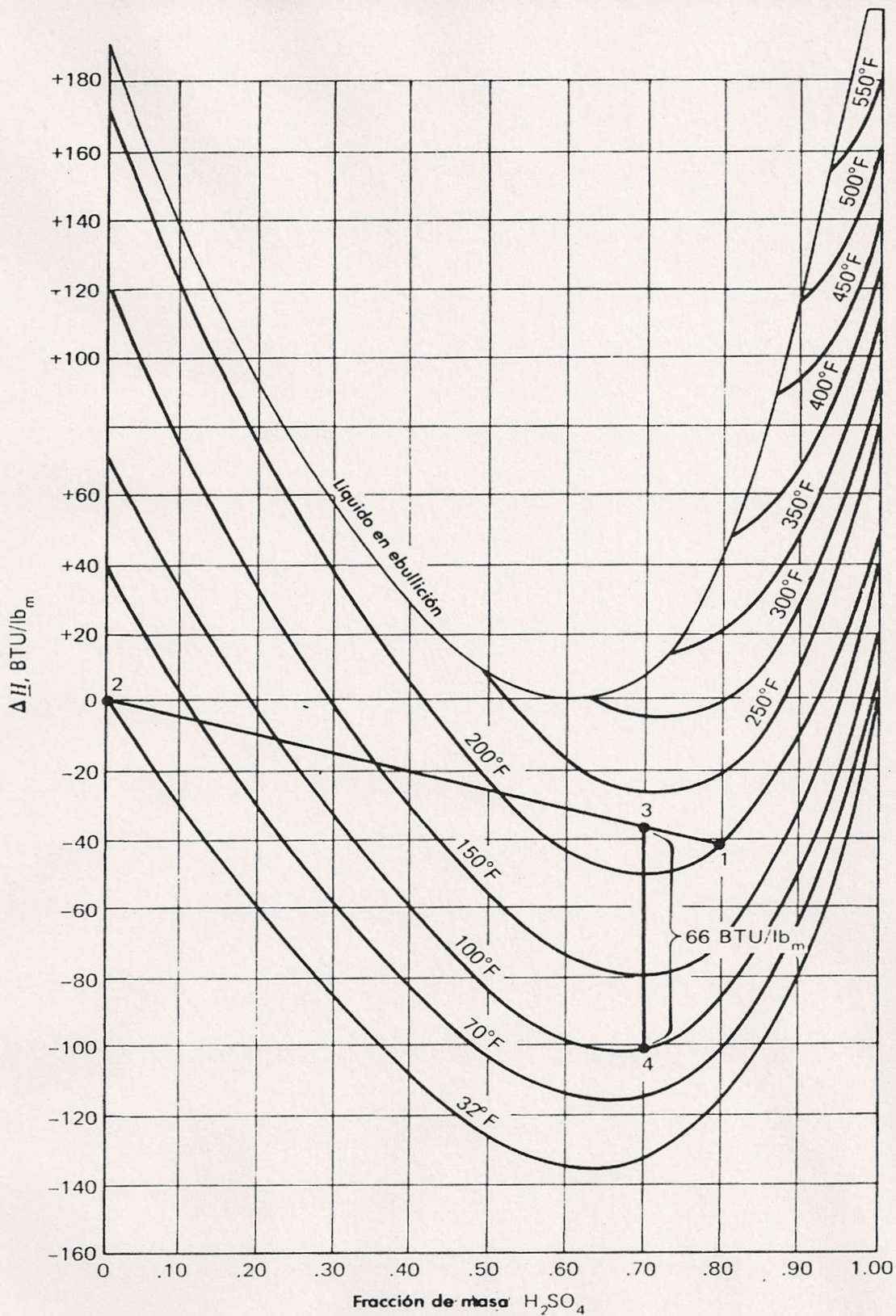


FIGURA 11.9 Cálculo del mezclado continuo, utilizando el diagrama entalpía-concentración. El punto 4, ácido al 70% a 100°F, se encuentra aproximadamente a 66 BTU/lb_m por debajo del punto 3, ácido a 70% y 225°F, aproximadamente.

11.7 MEZCLADO TRANSITORIO DE MATERIALES PUROS

Hasta aquí se ha restringido el estudio a dos situaciones especiales de mezclado, estado estable con flujo continuo y mezclado semi-intermitente en condiciones constantes. En el mezclado semi-intermitente las ecuaciones de masa y energía pueden combinarse en una forma que es posible integrar directamente, de manera que se obtenga una relación explícita para la temperatura en términos de la composición dentro del tanque. Las ecuaciones algebraicas para el mezclado con flujo continuo en estado estable permiten también, calcular explícitamente la temperatura en términos de la composición. La similitud entre la estructura matemática de estos casos especiales, es la razón de que los cálculos gráficos en un diagrama entalpía-concentración puedan efectuarse en forma idéntica para ambos casos. Las simplificaciones que se efectuaron en estos casos especiales, no pueden ser generales, y la operación transitoria de un sistema de flujo, generalmente, conducirá a una ecuación diferencial para la temperatura. De hecho, la ecuación 11.21 es una solución a la ecuación para el caso especial de mezclado intermitente.

Los principios que se incluyen en la derivación se demuestran con un mínimo de manipulación algebraica, considerando el mezclado continuo de las corrientes de *A* puro y *B* puro. Entonces, la situación física es la que se muestra en la figura 11.8 con $c_{B1} = c_{A2} = 0$. Los balances de masa de los componentes y el balance de energía son iguales a los que se obtienen en la sección 11.5, las ecuaciones 11.27 y 11.28:

$$\frac{dn_A}{dt} = \frac{dc_A V}{dt} = q_1 c_{A1} - q c_A \quad (11.34a)$$

$$\frac{dn_B}{dt} = \frac{dc_B V}{dt} = q_2 c_{B2} - q c_B \quad (11.34b)$$

$$\frac{dH}{dt} = q_1 c_{A1} \underline{H}_A(T_1) + q_2 c_{B2} \underline{H}_B(T_2) - \rho q H(T) + Q - W_s \quad (11.35)$$

Aquí se han utilizado las igualdades para sistemas puros

$$\rho_1 \underline{H}_1(T_1) = c_{A1} \underline{H}_A(T_1), \quad \rho_2 \underline{H}_2(T_2) = c_{B2} \underline{H}_B(T_2)$$

También se tienen las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \text{Ecuación 10.46} \quad \frac{dH}{dt} &= \rho V \underline{c}_p \frac{dT}{dt} + \tilde{H}_A \frac{dn_A}{dt} + \tilde{H}_B \frac{dn_B}{dt} \\ &= \rho V \underline{c}_p \frac{dT}{dt} + \tilde{H}_A [q_1 c_{A1} - q c_A] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \tilde{H}_B[q_2c_{B2} - qc_B] \\
 \text{Ecuación 10.53} \quad & \rho H = c_A \tilde{H}_A + c_B \tilde{H}_B \\
 \text{Ecuación 10.39} \quad & H_A(T_1) = H_A(T) + c_{pA}[T_1 - T] \\
 & H_B(T_2) = H_B(T) + c_{pB}[T_2 - T]
 \end{aligned}$$

La ecuación 10.46, desprecia el término de presión y expresa la entalpía en términos de las variables características. La ecuación 10.39 refiere todas las entalpías a la temperatura del tanque. Entonces, la ecuación 11.35 se convierte en:

$$\begin{aligned}
 \rho V c_p \frac{dT}{dt} + \tilde{H}_A(T)[q_1c_{A1} - qc_A] + \tilde{H}_B(T)[q_2c_{B2} - qc_B] \\
 = q_1c_{A1}H_A(T) + q_1c_{A1}c_{pA}[T_1 - T] + q_2c_{B2}H_B(T) \\
 + q_2c_{B2}c_{pB}[T_2 - T] - q[c_A\tilde{H}_A(T) + c_B\tilde{H}_B(T)] \\
 + Q - W_s
 \end{aligned}$$

Los términos multiplicados por q aparecen en ambos miembros de la ecuación y se cancelan. Por consiguiente, se obtiene:

$$\begin{aligned}
 \rho V c_p \frac{dT}{dt} = q_1c_{A1}c_{pA}[T_1 - T] + q_2c_{B2}c_{pB}[T_2 - T] \\
 - q_1c_{A1}[\tilde{H}_A - H_A] - q_2c_{B2}[\tilde{H}_B - H_B] + Q - W_s
 \end{aligned} \tag{11.36}$$

Los términos que implican diferencias entre entalpía molar parcial y entalpía de componentes puros son muy similares a los que aparecen en la definición de calor de solución. Si se observa que $n_B/n_A = c_B/c_A$ la ecuación 10.62 puede escribirse para el calor integral de solución como:

$$\Delta H_s = \tilde{H}_A - H_A + \frac{c_B}{c_A} [\tilde{H}_B - H_B]$$

La ecuación 11.36 para la temperatura es entonces:

$$\begin{aligned}
 \rho V c_p \frac{dT}{dt} = q_1c_{A1}c_{pA}[T_1 - T] + q_2c_{B2}c_{pB}[T_2 - T] - q_1c_{A1} \Delta H_s \\
 + \left[q_1c_{A1} \frac{c_B}{c_A} - q_2c_{B2} \right] [\tilde{H}_B - H_B] + Q - W_s
 \end{aligned} \tag{11.37}$$

Todos estos términos son ya conocidos, excepto el que implica $\tilde{H}_B - H_B$. De hecho, este término es igual a cero en un gran número de prácticas importantes:

386 Balance de energía para sistemas líquidos no reaccionantes

condiciones de alimentación constante sobre la composición

$$\frac{dn_A}{dt} = \frac{dn_B}{dt} = 0 \rightarrow q_1 c_{A1} \frac{c_B}{c_A} = q_2 c_{B2}$$

operación semicontinua con $q_1 c_{A1}$ y $q_2 c_{B2}$ constante \rightarrow

$$q_1 c_{A1} \frac{c_B}{c_A} = q_2 c_{B2}$$

“dilución infinita” $\tilde{H}_B = H_B$

En el caso general, se puede derivar la siguiente relación diferenciando la ecuación 10.62 con respecto a n_B/n_A

$$\tilde{H}_B - H_B = \frac{\partial \Delta H_s}{\partial [n_B/n_A]}$$

Para n_B/n_A pequeños, ésta puede ser una cantidad muy grande. La forma general de la ecuación de energía se escribe entonces como:

$$\begin{aligned} \rho V \underline{c}_p \frac{dT}{dt} = & q_1 c_{A1} \underline{c}_{pA} [T_1 - T] + q_2 c_{B2} \underline{c}_{pB} [T_2 - T] - q_1 c_{A1} \Delta H_s \\ & + \left[q_1 c_{A1} \frac{c_B}{c_A} - q_2 c_{B2} \right] \frac{\partial \Delta H_s}{\partial [n_B/n_A]} + Q - W_s \quad (11.38) \end{aligned}$$

Ejemplo 11.5

Un proceso de mezclado A y B con flujo continuo opera normalmente en condiciones constantes siendo la temperatura de alimentación T_1^* y T_2^* . Si la temperatura de la corriente 1 cambia repentinamente a $T_1 = T_1^* + \Delta$, ¿cómo cambia la temperatura del tanque con respecto al tiempo? Desprecie el trabajo a la flecha.

Se supondrá que las capacidades caloríficas y el calor de solución son independientes de la temperatura. Con condiciones de alimentación constantes sobre la composición, el término $q_1 c_{A1} c_B / c_A - q_2 c_{B2}$ desaparece. La temperatura en el estado estable se obtiene de la ecuación 11.38, haciendo dT/dt igual a cero. Esto es equivalente a utilizar la ecuación 11.33. La temperatura del estado estable, T^* , está dada por:

$$T^* = \frac{q_1 c_{A1} \underline{c}_{pA} T_1^* + q_2 c_{B2} \underline{c}_{pB} T_2^* + Q - q \underline{c}_{A1} \Delta H_s}{q_1 c_{A1} \underline{c}_{pA} + q_2 c_{B2} \underline{c}_{pB}}$$

En algún tiempo, la temperatura de alimentación T_1 cambia. Este tiempo se llamará $t = 0$. Entonces $T(0) = T^*$. Es conveniente escribir $T = T^* + \delta(t)$, $\delta(0) = 0$. La ecuación 11.38 se convierte en:

$$\begin{aligned} \rho V c_p \left[\frac{dT^*}{dt} + \frac{d\delta}{dt} \right] &= q_1 c_{A1} \xi_{pA} [T_1^* + \Delta - T^* - \delta] \\ &\quad + q_2 c_{B2} \xi_{pB} [T_2^* - T^* - \delta] - q_1 c_{A1} \Delta H_s + Q \end{aligned}$$

Sustituyendo T^* y notando que $dT^*/dt = 0$, puesto que T^* es una constante, la ecuación se simplifica a:

$$\rho V c_p \frac{d\delta}{dt} = -[q_1 c_{A1} \xi_{pA} + q_2 c_{B2} \xi_{pB}] \delta + q_1 c_{A1} \xi_{pA} \Delta, \quad \delta(0) = 0$$

Esta ecuación lineal de primer orden con coeficientes constantes tiene una solución (sección 15.10):

$$\delta(t) = \Delta \frac{q_1 c_{A1} \xi_{pA}}{q_1 c_{A1} \xi_{pA} + q_2 c_{B2} \xi_{pB}} [1 - e^{-[q_1 c_{A1} \xi_{pA} + q_2 c_{B2} \xi_{pB} / \rho V c_p] t}]$$

A menos que se tome alguna acción de control, el sistema alcanzará en forma exponencial el nuevo estado estable:

$$T = T^* + \Delta q_1 c_{A1} \xi_{pA} / [q_1 c_{A1} \xi_{pA} + q_2 c_{B2} \xi_{pB}].$$

Note la similitud entre esta solución y la dependencia de la concentración con el tiempo que se encontró para el mezclado isotérmico de corrientes salinas en la sección 4.5.1.

11.8 LA VELOCIDAD DE TRANSMISION DE CALOR

Para completar el estudio sobre la conservación de energía en un sistema líquido no reaccionante, es necesario considerar el problema de intercambio de calor. En la sección 11.6, por ejemplo, se calculó que sería necesario eliminar 36000 BTU/hora de un tanque para mantener la temperatura en un valor deseado. ¿Cómo se lleva a cabo esto?

Para simplificar, examine primero la transferencia de calor en el sistema que se muestra en la figura 11.10. Dos líquidos a diferentes temperaturas en cámaras adyacentes perfectamente agitadas. No hay flujo. Los tanques están totalmente aislados, excepto en la superficie que separa los dos líquidos. Considerando cada cámara como un volumen de control separado, la ecuación de energía en cada una se reduce a

$$\frac{dH_1}{dt} = Q_1 \quad \frac{dH_2}{dt} = Q_2 \quad (11.39)$$

388 Balance de energía para sistemas líquidos no reaccionantes

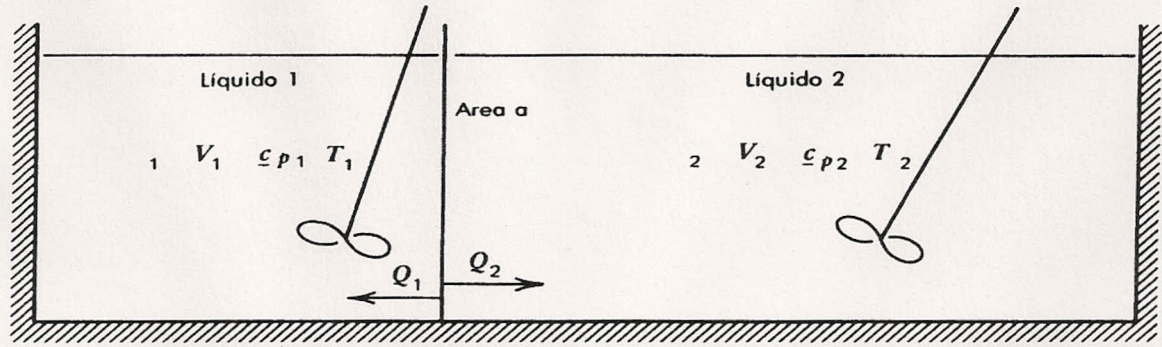


FIGURA 11.10 Transferencia de calor entre líquidos en cámaras adyacentes con agitación perfecta.

(En esta sección, los subíndices 1 y 2 se refieren a la cámara, no a las corrientes de flujo.) A causa del aislamiento, el calor se transfiere solamente entre los dos tanques. Por consiguiente, el calor que entra en uno debe ser igual al calor que sale del otro:

$$Q_1 = -Q_2 \quad (11.40)$$

La concentración en cada cámara permanece constante, de manera, que la ecuación 10.46 que relaciona la velocidad de cambio de la entalpía con las variables características se reduce a:

$$\frac{dH}{dt} = \rho V c_p \frac{dT}{dt}$$

Entonces, la ecuación 11.39 para cada uno de los dos líquidos se convierte en:

$$\rho_1 V_1 c_{p1} \frac{dT_1}{dt} = Q_1 \quad (11.41a)$$

$$\rho_2 V_2 c_{p2} \frac{dT_2}{dt} = Q_2 \quad (11.41b)$$

Y, al substituir en la ecuación 11.40,

$$\rho_1 V_1 c_{p1} \frac{dT_1}{dt} = -\rho_2 V_2 c_{p2} \frac{dT_2}{dt} \quad (11.42)$$

Integrando esta última ecuación, y suponiendo capacidades caloríficas independientes de la temperatura, se obtiene una ecuación que relaciona T_1 y T_2 en cualquier tiempo

$$\rho_1 V_1 c_{p1} [T_1 - T_{10}] = \rho_2 V_2 c_{p2} [T_{20} - T_2] \quad (11.43)$$

Aquí T_{10} y T_{20} son las temperaturas en el tiempo cero. Note la similitud existente entre los pasos que condujeron a la ecuación 11.43, y el desarrollo de relaciones entre las concentraciones en un reactor intermitente de una fase y entre las concentraciones de las fases en un sistema de transferencia de masa de dos fases.

Se sabe físicamente, que después de un tiempo, las temperaturas T_1 y T_2 serán iguales. Es posible calcular este valor, denotado por T_∞ , haciendo T_1 y T_2 iguales a T_∞ en la ecuación 11.43 y despejando, obteniéndose

$$T_\infty = \frac{\rho_1 V_1 c_{p1} T_{10} + \rho_2 V_2 c_{p2} T_{20}}{\rho_1 V_1 c_{p1} + \rho_2 V_2 c_{p2}} \quad (11.44)$$

Aquí, también el desarrollo es paralelo al equilibrio en una reacción química, y el equilibrio de fases en la transferencia de masa entre fases líquidas inmiscibles.

Para determinar el comportamiento transitorio, es necesario resolver la ecuación 11.41a calculando T_1 en función del tiempo y, por lo tanto, es necesario saber cuál es la velocidad de transferencia de calor, Q_1 . Específicamente, se necesita una relación constitutiva entre Q_1 y la temperatura. Ahora por la experiencia se sabe que:

1. Todos los factores son constantes Q_1 es directamente proporcional al área, a , a través de la cual se transfiere el calor.
2. Si todos los factores son constantes, Q_1 es *aproximadamente* proporcional a $T_2 - T_1$.

Por consiguiente, esto conduce a la relación:

$$Q_1 = ha[T_2 - T_1] \quad (11.45)$$

donde h , conocido como el *coeficiente total de transmisión de calor*, tiene unidades BTU/hr ft²°F. Frecuentemente, se utiliza el símbolo U para el coeficiente total de transmisión de calor. Se emplea h para evitar confusiones con el símbolo de la energía interna. En un experimento dado, pueden medirse Q , a , y $T_2 - T_1$. Por consiguiente, la ecuación 11.45 *define* h . El coeficiente total dependerá de los líquidos, el material de construcción, y el grado de agitación. En cursos más avanzados se desarrollarán relaciones para estos factores. Para los propósitos de esta obra es posible considerarlo como una cantidad determinada experimentalmente. Los valores experimentales se muestran en la tabla 11.1 para una gran variedad de condiciones.

La ecuación constitutiva para la velocidad de transferencia de calor, ecuación 11.45, tiene una forma idéntica a la relación desarrollada en el capítulo 8 para la velocidad de transferencia de masa entre fases. En

390 Balance de energía para sistemas líquidos no reaccionantes

ambas, la velocidad de transferencia, r o Q , es proporcional al área disponible para la transferencia, a . Existe un coeficiente de transferencia, K_m o h ; y una fuerza motriz, $c^I - Mc^{II}$ o $T_1 - T_2$. Esta analogía entre la transferencia de calor y la transferencia de masa tiene consecuencias más profundas, y frecuentemente las dos materias se estudian juntas. En el capítulo 8 se demostró la forma en que pueden manipularse las relaciones simples para la velocidad de transferencia para obtener resultados útiles. La ecuación 11.41 que describe este ejemplo sencillo de intercambio de calor, puede escribirse como sigue:

$$\rho_1 V_1 \underline{c}_{p1} \frac{dT_1}{dt} = ha[T_2 - T_1] \quad (11.46)$$

TABLA 11.1 Coeficiente de transferencia de calor en varias condiciones (Seleccionado de datos en R. H. Perry, Ed., *Chemical Engineers' Handbook*, 3rd ed., McGraw Hill, 1950).

Cámara 1	Cámara 2	Material de la pared	Agitación en la cámara 2	$\frac{h}{\text{hr ft}^2\text{°F}}$
Vapor de agua	Agua	Hierro colado esmaltado	0-400 RPM	96-200
Vapor de agua	Leche	Hierro colado esmaltado	Ninguna	200
Vapor de agua	Leche	Hierro colado esmaltado	Agitado	300
Agua caliente	Agua tibia	Hierro colado esmaltado	Ninguna	70
Agua helada	Agua fría	Cerámica	Agitado	7
Vapor de agua	Agua	Cobre	Ninguna	148
Vapor de agua	Agua	Cobre	Agitación simple	250

Note que la definición de h es tal, que siempre es un número positivo, ya que si T_2 es mayor que T_1 , el calor se transfiere al líquido 1 y la temperatura aumentará con el tiempo. Calculando T_2 de la ecuación 11.43, puede escribirse la ecuación 11.46 como:

$$\frac{dT_1}{dt} = -ha \left[\frac{1}{\rho_1 V_1 \underline{c}_{p1}} + \frac{1}{\rho_2 V_2 \underline{c}_{p2}} \right] [T_1 - T_\infty] \quad (11.47)$$

donde T_∞ se define en la ecuación 11.44. La ecuación 11.47 puede separarse formalmente como:

$$\frac{dT_1}{T_1 - T_\infty} = -ha \left[\frac{1}{\rho_1 V_1 \underline{c}_{p1}} + \frac{1}{\rho_2 V_2 \underline{c}_{p2}} \right] dt$$

E integrarse para obtener la aproximación exponencial al equilibrio:

$$T_1 = T_\infty + [T_{10} - T_\infty] e^{-ha\{[1/\rho_1 V_1 \underline{c}_{p1}] + [1/\rho_2 V_2 \underline{c}_{p2}]\}t} \quad (11.48)$$

T_{10} es el valor de T_1 a $t = 0$.

Ejemplo 11.6

Ciertos líquidos están contenidos en cilindros concéntricos de radio R_1 y λR_1 y altura H (figura 11.11). Si las temperaturas T_1 y T_2 son inicialmente distintas. ¿Cuánto tardará en alcanzarse el equilibrio?

$$a = 2\pi R_1 H$$

$$V_1 = \pi R_1^2 H = \frac{1}{2} R_1 a$$

$$V_2 = \pi [R_2^2 - R_1^2] H = \frac{1}{2} R_1 a [\lambda^2 - 1]$$

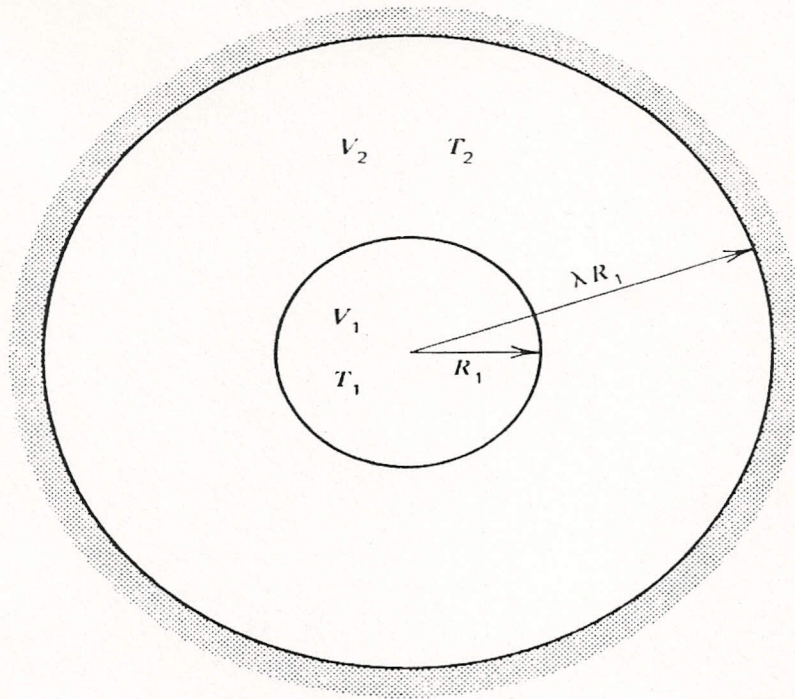


FIGURA 11.11 Vista superior, en que se considera la transmisión entre líquidos en cámaras cilíndricas concéntricas.

Para simplificar, considere $\rho_1 = \rho_2 = \rho$, $c_{p1} = c_{p2} = c_p$. Entonces, la ecuación 11.48 se convierte en:

$$T_1 = T_\infty + [T_{10} - T_\infty] e^{-[2h/\rho c_p R_1] \lambda^2 t / [\lambda^2 - 1]}$$

El estado estable se alcanza esencialmente cuando el exponente de e es -3 . Por consiguiente, si el tiempo para alcanzar equilibrios se denomina t_∞ ,

$$-\frac{2h}{\rho c_p R_1} \left[\frac{\lambda^2}{\lambda^2 - 1} \right] t_\infty \simeq -3$$

$$t_\infty \simeq \frac{3\rho c_p R_1}{2h} \left[\frac{\lambda^2 - 1}{\lambda^2} \right]$$

392 Balance de energía para sistemas líquidos no reaccionantes

Para el caso de agua y un tanque de hierro colado h será aproximadamente 75 BTU/hora $\text{ft}^2\text{°F}$, $\rho = 62.4 \text{ lb}_m/\text{ft}^3$, $c_p = 1 \text{ BTU}/\text{lb}_m\text{°F}$. Por consiguiente:

$$t_\infty \text{ en minutos} \simeq \frac{4}{3} \left[1 - \frac{1}{\lambda^2} \right] R_1, \quad R_1 \text{ en pies}$$

Si el radio interno del cilindro fuera un pie y el del cilindro externo dos pies, el equilibrio se alcanzaría aproximadamente en una hora. Note que para λ mayor que tres, la aproximación del equilibrio es casi independiente del tamaño del cilindro exterior.

Es útil explorar, en forma más general el último punto del ejemplo. Suponga que $V_2 \gg V_1$. Entonces, las ecuaciones 11.44 y 11.48 pueden escribirse como

$$T_\infty = \frac{T_{20}}{1 + [\rho_1 c_{p1}/\rho_2 c_{p2}][V_1/V_2]} + \frac{\rho_1 c_{p1}}{\rho_2 c_{p2}} \frac{V_1}{V_2} T_{10} \left\{ \frac{1}{1 + [\rho_1 c_{p1}/\rho_2 c_{p2}][V_1/V_2]} \right\} \xrightarrow{V_1/V_2 \rightarrow 0} T_{20}$$

$$T_1 = T_\infty + [T_{10} - T_\infty] e^{-[ha/\rho_1 V_1 c_{p1}][1 + [\rho_1 c_{p1}/\rho_2 c_{p2}][V_1/V_2]]t} \xrightarrow{V_1/V_2 \rightarrow 0} T_{20} + [T_{10} - T_{20}] e^{-hat/\rho_1 V_1 c_{p1}}$$

O sea, si V_2 es mucho mayor que V_1 , la temperatura del líquido 2 es esencialmente constante, y la aproximación al equilibrio depende solamente de las propiedades de la cámara 1. Para comparar, es útil calcular la transferencia del calor cuando $T_2 = \text{constante}$. En la ecuación 11.45

$$Q = ha[T_2 - T_1] = ha[T_2 - T_{10}] e^{-hat/\rho_1 V_1 c_{p1}}$$

La velocidad *media* de transmisión de calor \bar{Q} , desde el tiempo cero hasta t , es:

$$\bar{Q} = \frac{1}{t} \int_0^t Q(\tau) d\tau = \frac{\rho_1 V_1 c_{p1}}{t} [T_2 - T_{10}] [1 - e^{-hat/\rho_1 V_1 c_{p1} t}] \quad (11.49)$$

Es apropiado hacer un comentario final sobre la similitud entre las transferencias de calor y de masa. Suponga que se elimina la pared entre los dos líquidos, y los componentes se mezclan entre sí. Si los líquidos son inmiscibles, entonces la situación física es idéntica a la que se consideró en el capítulo 8, donde a se refiere ahora al área interfacial entre las fases. Para valores de a suficientemente grandes, el equilibrio se alcanzará rápidamente. El calentamiento de un líquido poniéndolo en contacto con un

líquido inmiscible se llama *transferencia de calor por contacto directo*, y se efectúa en sistemas tipo tanque o tubular.

11.9 TRANSFERENCIA DE CALOR A UNA CAMISA

La transferencia de calor en un sistema tipo tanque de flujo continuo, puede efectuarse colocando una camisa alrededor del recipiente y haciendo pasar el líquido de enfriamiento (o calentamiento) a través de ella, como se muestra en la figura 11.12. Se supone que el fluido dentro de la camisa está bien mezclado y, por consiguiente, a temperatura uniforme. Utilizando el subíndice *c* para representar las propiedades del líquido de enfriamiento y de la camisa, es posible considerar el volumen de ésta como volumen de control, y escribir la ecuación para la conservación de energía como:

$$\rho_c V_c \underline{c}_{pc} \frac{dT_c}{dt} = \rho_c q_c \underline{c}_{pc} [T_{cf} - T_c] + Q_c \quad (11.50)$$

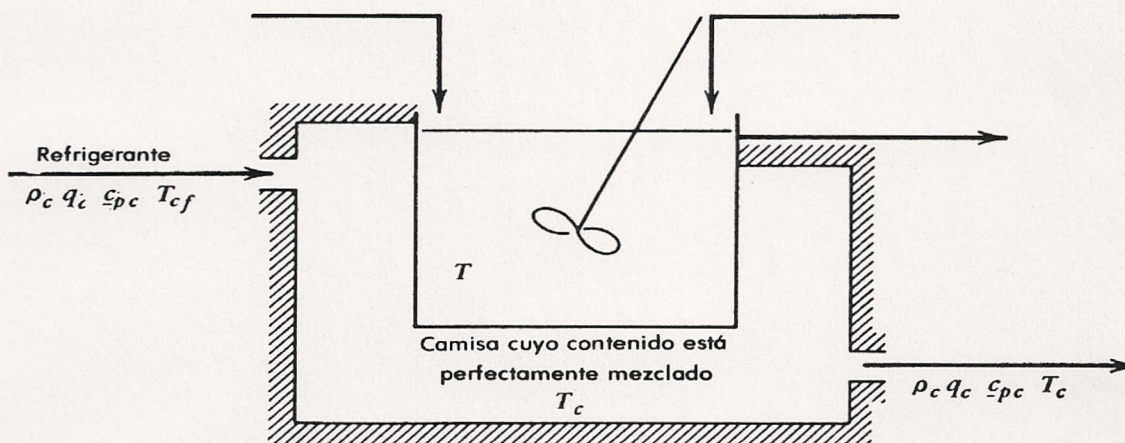


FIGURA 11.12 Enfriamiento mediante una camisa con agitación perfecta.

La ecuación 11.38 describe la temperatura del líquido en el tanque. En el estado estable $dT/dt = dT_c/dt = 0$ y Q_c puede expresarse en términos de un coeficiente total de transmisión de calor como:

$$Q_c = ha[T - T_c] = -Q$$

T es la temperatura dentro del tanque. Por consiguiente, en el estado estable. La ecuación 11.50 se convierte en:

$$0 = \rho_c q_c \underline{c}_{pc} [T_{cf} - T_c] + ha[T - T_c]$$

o, calculando T_c ,

394 Balance de energía para sistemas líquidos no reaccionantes

$$T_c = \frac{T_{cf}}{1 + K} + \frac{KT}{1 + K} \quad (11.51)$$

donde $K = ha/\rho_c q_c \underline{c}_{pc}$. Entonces:

$$Q = ha[T_c - T] = \frac{ha}{1 + K} [T_{cf} - T] \quad (11.52)$$

La ecuación 11.52 es el resultado que se necesita para el diseño de la camisa. Note que dos estimaciones límites se deducen directamente de las ecuaciones 11.51 y 11.52. Para una carga total de calor dada, Q , el área superficial más pequeña será cuando $|T - T_c|$ sea tan grande como sea posible. Esto ocurre cuando q_c se hace grande, ya que a medida que $q_c \rightarrow \infty$, $K \rightarrow 0$, y, de la ecuación 11.51, $T_c \rightarrow T_{cf}$. Por consiguiente, el área superficial mínima es:

$$a_{\min} = \frac{Q}{h[T_{cf} - T]} \quad (11.53)$$

En forma similar, el flujo mínimo del líquido de enfriamiento que corresponde a: $a \rightarrow \infty$, en cuyo caso $K \rightarrow \infty$ y, de la ecuación 11.51 $T_c \rightarrow T$. También, $1 + K \rightarrow K$, $ha/[1 + K] \rightarrow ha/K = \rho_c q_c \underline{c}_{pc}$, de manera, que la ecuación 11.52 puede escribirse:

$$q_{c,\min} = \frac{Q}{\rho_c \underline{c}_{pc} [T_{cf} - T]} \quad (11.54)$$

Las ecuaciones 11.52 a 11.54 pueden combinarse como:

$$q_c = q_{c,\min} \left[1 - \frac{a_{\min}}{a} \right] \quad (11.55)$$

Al diseñar una camisa, estos valores límite proporcionan una evaluación rápida de los números del diseño.

Ejemplo 11.7

En el ejemplo 11.4, se calculó una carga de calor de $Q = -36,000$ BTU/hora para $T = 100^\circ\text{F}$. Suponga que hay disponible agua de enfriamiento a 65°F . ¿Qué valor tiene el área de transferencia de calor y qué cantidad de líquido se requiere?

$$T_{cf} = 65^\circ\text{F}, \quad \rho_c = 62.4 \text{ lb}_m/\text{ft}^3, \quad \underline{c}_{pc} = 1.0 \text{ BTU}/\text{lb}_m \text{ }^\circ\text{F}$$

Un valor razonable de h es 200 BTU/hr ft $^\circ\text{F}$. De las ecuaciones 11.53 y 11.54,

$$a_{\min} = \frac{-36,000}{200 \times [65 - 100]} = 5.1 \text{ ft}^2$$

$$q_{c,\min} = \frac{-36,000}{62.4 \times 1.0 \times [65 - 100]} = 16.5 \text{ ft}^3/\text{hr}$$

El balance final entre el área de transmisión de calor y el flujo de líquido de enfriamiento es en parte económico, comparando la inversión contra los costos de operación, y, por supuesto, a siempre estará confinado dentro de ciertos límites, puesto que el volumen del tanque estará determinado por los requisitos del proceso que se lleva a cabo dentro de él. Suponga que $a = 25 \text{ ft}^2 = 4.9a_{\min}$. Entonces de la ecuación 11.55:

$$q_c = \frac{16.5}{1 - [1/4.9]} = 21.4 \text{ ft}^3/\text{hr}$$

11.10 TRANSFERENCIA DE CALOR A UN SERPENTIN

Otro diseño comúnmente usado para la transferencia de calor en un sistema tipo tanque consiste en que el líquido de enfriamiento fluya a través de una tubería generalmente en forma de espiral y sumergida dentro del tanque, como se muestra en la figura 11.13. En este caso, mientras la temperatura dentro del tanque permanece constante, la temperatura del líquido de enfriamiento varía a lo largo del serpentín. Por consiguiente, se tiene una situación análoga al reactor tubular de la sección 7.9, en donde se tiene que tomar en cuenta la variación espacial de la variable característica, utilizando un volumen de control muy pequeño.

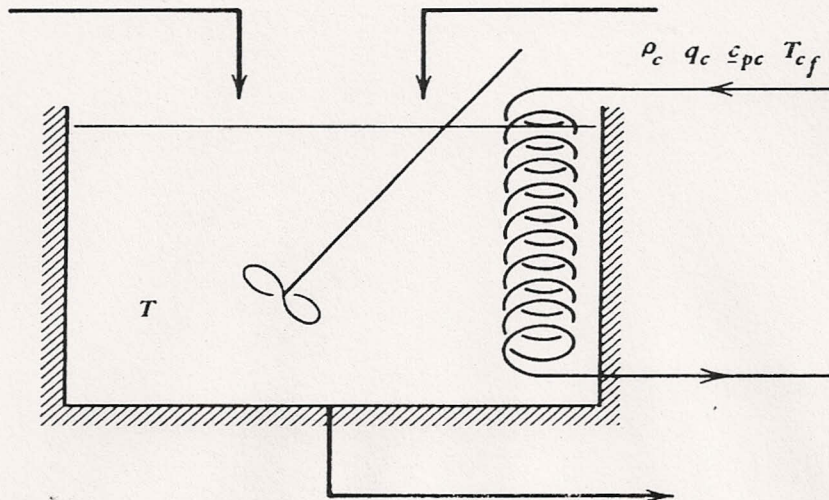


FIGURA 11.13 Enfriamiento mediante un serpentín.

396 Balance de energía para sistemas líquidos no reaccionantes

El volumen de control se muestra en la figura 11.14. El volumen de control es un tramo de tubería de longitud Δx con diámetro D . Por consiguiente, x y $x + \Delta x$ corresponden a la entrada y a la salida, respectivamente. La ecuación de la energía es entonces:

$$U|_{t+\Delta t} = U|_t + \rho_c q_c H_c|_x \Delta t - \rho_c q_c H_c|_{x+\Delta x} \Delta t + Q' \Delta t \quad (11.56)$$

Q' se refiere a la velocidad de transferencia de calor dentro del volumen de control de longitud Δx . En el estado estable $U|_{t+\Delta t} = U|_t$. Más aún:

$$a = \pi D \Delta x$$

$$Q' = h\pi D \Delta x [T - T_c]$$

de manera que la ecuación 11.56 se convierte en:

$$\rho_c q_c \frac{H_c|_{x+\Delta x} - H_c|_x}{\Delta x} = \pi h D [T - T_c]$$

y en el límite, a medida que $\Delta x \rightarrow 0$

$$\rho_c q_c \frac{dH_c}{dx} = \pi h D [T - T_c] \quad (11.57)$$

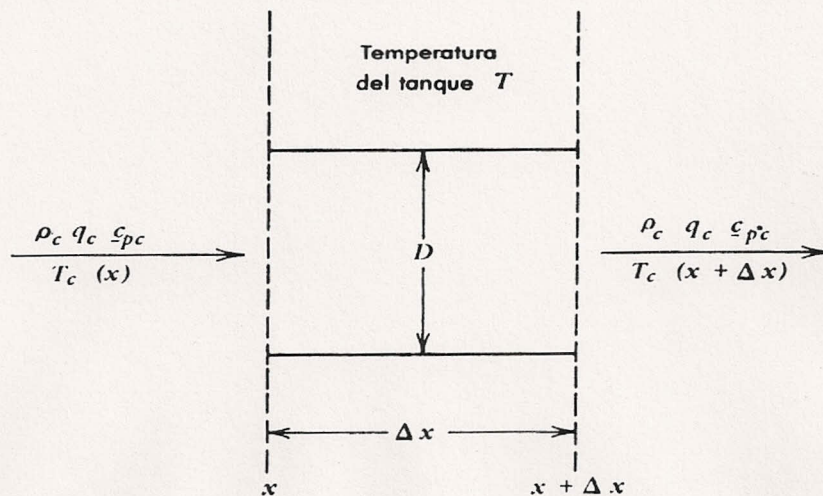


FIGURA 11.14 Volumen de control para un serpentín de enfriamiento. Se supone que para una distancia Δx del serpentín, las propiedades cambian en forma despreciable.

El líquido en el serpentín tiene una composición constante, de manera que H_c depende solamente de T_c , y es posible sustituir dH_c/dx con $\underline{c}_{pc}[dT_c/dx]$ la ecuación 11.57

$$\rho_c q_c \underline{c}_{pc} \frac{dT_c}{dx} = \pi h D [T - T_c] \quad (11.58)$$

La ecuación 11.58 es separable y puede integrarse como:

$$\frac{dT_c}{T_c - T} = - \frac{\pi h D}{\rho_c q_c \underline{c}_{pc}} dx$$

$$T_c = T + [T_{cf} - T] e^{-\pi h D x / \rho_c q_c \underline{c}_{pc}} \quad (11.59)$$

Ahora, la velocidad a que se transfiere el calor entre el tanque y el serpentín a una distancia del serpentín dx es:

$$Q' = \pi h D [T - T_c] dx = \pi h D [T - T_{cf}] e^{-\pi h D x / \rho_c q_c \underline{c}_{pc}} dx$$

La velocidad *total* de transferencia de calor es la suma (integración) de todas las pequeñas distancias:

$$Q = \int_0^L \pi h D [T - T_{cf}] e^{-\pi h D x / \rho_c q_c \underline{c}_{pc}} dx$$

$$= \rho_c q_c \underline{c}_{pc} [T - T_{cf}] [1 - e^{-\pi h D L / \rho_c q_c \underline{c}_{pc}}]$$

o, puesto que el área superficial $a = \pi D L$,

$$Q = \rho_c q_c \underline{c}_{pc} [T - T_{cf}] [1 - e^{-ha / \rho_c q_c \underline{c}_{pc}}] \quad (11.60)$$

Note que la ecuación 11.60 es idéntica a la ecuación 11.49 de la sección 11.8, cuando q_c se sustituye por V_1/t . La analogía existente entre los sistemas intermitentes y tubular también puede aplicarse a la transferencia de calor.

El área mínima y la velocidad de flujo se establecen rápidamente como valores idénticos a los calculados en la sección 11.9 para un recipiente encamisado. Entonces, la ecuación 11.60 puede modificarse a la forma:

$$\frac{q_c}{q_{c,\min}} = \frac{1}{1 - e^{-\{[a/a_{\min}]/[q_c/q_{c,\min}]\}}} \quad (11.61)$$

Para el ejemplo que se utilizó en la sección anterior $a_{\min} = 5.1 \text{ ft}^2$. Suponga que el serpentín está hecho de tubería con un diámetro de $1/2 \text{ in.} = 1/24 \text{ ft}$. Entonces:

$$5.1 \text{ ft}^2 = \pi \left[\frac{1}{24} \right] L_{\min}$$

$$L_{\min} = 39.0 \text{ ft}$$

Si se selecciona la misma velocidad de flujo del líquido de enfriamiento, $q_c = 21.4 \text{ ft}^3/\text{hr}$, $q_c/q_{c,\min} = 21.4/16.5 = 1.3$, entonces de la ecuación 11.61 se encuentra que $a/a_{\min} = 1.9$, $a = 9.8 \text{ ft}^2$, $L = 75 \text{ ft}$. A una velocidad de flujo comparable, el área superficial que se requiere en un serpentín que en una camisa para llevar a cabo la misma transferencia de calor. En igual

398 Balance de energía para sistemas líquidos no reaccionantes

forma, para una área dada, se requiere menor fluido de enfriamiento en el serpentín. El razonamiento es idéntico al que condujo a la observación hecha en el ejemplo 7.9, de que un reactor tubular isotérmico requiere un tiempo de residencia más pequeño, que un reactor tipo tanque agitado de flujo continuo para efectuar la misma conversión.

11.11 CONCLUSIONES

Este capítulo estudia dos aplicaciones distintas del principio de conservación de energía. En los problemas de mezclado, el aspecto principal que debe reconocerse, es la forma en que se combinan los términos de las entalpías molares parciales. Las ecuaciones finales de trabajo, implican solamente el calor de solución que es mucho más fácil de medir que las cantidades molares parciales individuales. Relea estas secciones cuidadosamente, puesto que son conceptos básicos para comprender los sistemas químicos reaccionantes que se tratarán en el capítulo siguiente. Note el paralelismo entre la estructura de este capítulo y los capítulos 4, 5, 7 y 8. En todos los casos, se utilizó el experimento intermitente para medir las variables clave, que después se requerirán para considerar las ecuaciones de diseño en sistemas que operan en forma continua.

El material de transferencia de calor, es otro ejemplo interesante de la importancia en la ecuación constitutiva. Una vez que se ha introducido la idea de un coeficiente de transferencia de calor que puede determinarse en forma experimental, es posible resolver problemas prácticos como el diseño de un cambiador de calor. Consulte nuevamente la figura 3.8, y observe cómo el material de transferencia de calor concuerda con la estructura lógica que se describió ahí y considere la similitud que tiene con la transferencia de masa como se trató en el capítulo 8. La determinación de los coeficientes de transferencia de calor y de transferencia de masa, sería muy semejante, en principio, a la determinación del coeficiente de velocidad de reacción tratada en el capítulo 5. Sin embargo, una diferencia esencial, es el hecho de que la velocidad de reacción depende solamente de la química, y es la misma en todos los reactores. Las transferencias de calor o de masa dependen de la mecánica detallada del fluido y, por consiguiente, del tipo de recipiente y de la agitación.

Los datos necesarios para los problemas que se estudian en este capítulo se encuentran en las tablas básicas de referencia, 4.6 a 4.8. Si se desea mayor información sobre diagramas entalpía-concentración y diagramas para sistemas adicionales consulte:

11.1 O. A. Hougen, K. M. Watson, y R. A. Ragatz, *Chemical Process Principles, Part I; Material and Energy Balances*, 2^a ed; Wiley, Nueva York, 1959.

11.2 J. H. Perry, *Chemical Engineers' Handbook*, 4^a ed., McGraw-Hill Nueva York 1965.

Los textos siguientes contienen estudios del mecanismo básico de transferencia de calor y de los métodos de diseño para equipo de transferencia de calor:

11.3 A. J. Chapman, *Heat Transfer*, Mcmillan, Nueva York, 1960.

11.4 J. P. Holman, *Heat transfer*, McGraw-Hill, Nueva York 1963.

11.5 D. Q. Kern, *Process Heat Transfer*, McGraw-Hill, Nueva York, 1950.

11.6 W. H. McAdams, *Heat Transmission*, McGraw-Hill, Nueva York, 1954.

11.12 PROBLEMAS

11.1 En una unidad de procesamiento intermitente se mezclan los siguientes materiales en un tanque de acero inoxidable. Desarrolle una expresión para T , la temperatura final en el tanque, si puede suponerse que el calor de solución es despreciable.

(a) n_A moles de A a T_1

(b) n_B moles de B a T_2

(c) n_C moles de C a T_3

(d) n_D moles de D a T_4

11.2 Si A es etanol, B , etilenglicol y C , agua, encuentre la temperatura final al mezclar 100 gal de cada sustancia en un tanque. Se dispone de los siguientes datos.

Substancia	Temperatura	c_p , $\frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}}$	ρ , $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$
Etanol	30°F	0.52	0.79
Etilenglicol	20°F	0.55	1.13
Agua	80°F	1.00	1.00

11.3 La temperatura en el tanque después del mezclado para el proceso descrito en el problema 11.2 debe ser de 70°F. Si la única forma de controlar esto consiste en variar la temperatura del agua que va a

400 Balance de energía para sistemas líquidos no reaccionantes

utilizarse. ¿Cuál debe ser la temperatura del agua?

- 11.4 La operación siguiente se efectuará en un recipiente bien agitado como primer paso en una serie de operaciones de un proceso de cristalización.
- (a) Se añade agua a 20°C a un tanque vacío bien aislado, a una velocidad de flujo a 50 lb_m/min.
- (b) Después de 20 minutos, se suspende este flujo y se agrega una segunda corriente de agua 80°C a la velocidad de 100 lb/min durante 10 minutos.
- Desarrolle una descripción matemática que permita predecir la temperatura del agua en el tanque, T , en función del tiempo. Prepare una gráfica, mostrando la forma en que T varía con el tiempo.
- 11.5 Si la segunda corriente en el problema 11.4, no es agua sino etilenglicol a 80°C, calcule T en función del tiempo y compare con el caso del agua.
- 11.6 Un recipiente aislado que contiene 200 lb de agua a 20°C recibe accidentalmente una corriente de 20 lb_m/min de H₂SO₄ al 100 por ciento a 20°C. El ácido se bombea al tanque durante 5 minutos antes de que el error se descubra. Desarrolle las ecuaciones del modelo para esta operación, y demuestre la forma en que puede manipularse la ecuación para obtener la temperatura del tanque en función del tiempo. Grafique $T(t)$.
- 11.7 Las operaciones listadas en el problema 10.10 no serán isotérmicas. Encuentre la temperatura final en cada una.
- 11.8 Determine la temperatura que resulta al mezclar 50 lb de NaOH y 100 lb de agua, cada una a 25°C, en un recipiente bien aislado.
- 11.9 Calcule la temperatura final, en un sistema intermitente, cuando se mezclan 6 pies³ de una solución de alcohol etílico y agua (60 por ciento en peso de alcohol) con suficiente agua pura para dar un producto final de 40 por ciento en peso de alcohol. La solución al 60 por ciento está a 25°C y el agua a 15°C.
- 11.10 Se va a preparar una solución acuosa de AlCl₃ para utilizarla en un proceso farmacéutico. Debe diseñarse un procedimiento seguro para realizar esto en un recipiente que esté trabajando en forma intermitente para producir 1000 lb de una solución al 30 por ciento en peso de AlCl₃. Se dispone de agua 20°C, y el AlCl₃ se encuentra en forma de sólido cristalino. Como primer paso en el desarrollo y la operación de este proceso, es necesario estimar la temperatura final de la mezcla. Calcule esta cantidad e indique cuidadosamente todas sus suposiciones.
- 11.11 Para derivar todas las ecuaciones de trabajo, en el capítulo 11 se supuso que la capacidad calorífica permanecía constante. Comente

la validez de esta suposición, encontrando datos tabulados de la variación de c_p con respecto a T para las siguientes sustancias:

Agua	0–100°C
Alcohol Metílico	5–40°C
Alcohol Etílico	3–40°C
Etilenglicol	0–20°C

- 11.12 Encuentre la mejor expresión de la siguiente forma, que se apegue a los datos del problema 11.11, y derive la ecuación equivalente a la ecuación 11.9 para un sistema etanol (A) y agua (B)

$$c_{pi} = a_i + b_i T$$

- 11.13 Modifique la ecuación 11.21, de manera que puede utilizarse para un sistema en el que se mezcla una solución en la corriente 1 con un material puro en la corriente 2.
- 11.14 Resuelva nuevamente el ejemplo 11.3, utilizando la ecuación 11.19 suponiendo que los calores de solución ΔH_s , ΔH_{s1} , y ΔH_{s2} son independientes de la temperatura. Compare la temperatura obtenida finalmente con la calculada en el ejemplo.
- 11.15 Del diagrama de entalpía-concentración para ácido sulfúrico y agua determine la temperatura máxima a que puede agregarse una solución de ácido sulfúrico al 90%, a agua pura a las siguientes temperaturas, sin que la mezcla hierva. En todos los casos se desea preparar una solución de ácido al 50% en un recipiente con proceso intermitente.
- 130°F
 - 100°F
 - 80°F
 - 32°F
- 11.16 Determine la temperatura final al mezclar 100 lb_m de ácido sulfúrico al 50 por ciento a 200°F con 500 lb_m de ácido sulfúrico al 50 por ciento a 32°F.
- 11.17 Modifique la ecuación 11.33 para el caso en que el calor de solución es independiente de la temperatura.
- 11.18 Modifique la ecuación 11.33 para el caso en que los efectos del calor de solución son despreciables.
- 11.19 Se mezclan 1000 lb/hr de ácido sulfúrico al 10 por ciento a 70°F con 300 lb/hr de ácido al 80 por ciento a 300°F en un tanque que es parte de un proceso más complejo. ¿Cuál es la composición y temperatura de la corriente de salida? Si la temperatura del ácido al 10 por ciento es aproximadamente constante, ¿qué altitud puede alcanzar la temperatura del ácido a 80 por ciento, antes de que la mezcla hierva? Si la temperatura del ácido al 80 por ciento es

402 Balance de energía para sistemas líquidos no reaccionantes

constante, ¿qué altitud puede alcanzar la temperatura del ácido al 10 por ciento, antes de que la mezcla hierva?

- 11.20 Deben prepararse 10,000 lb_m/hr de una mezcla de ácido sulfúrico al 50 por ciento sin que la temperatura exceda de 200°F. Si se dispone de agua pura a 70°F en cualquier cantidad, ¿qué velocidad de alimentación se necesita cuando la alimentación tiene las siguientes composiciones:
- (a) 60 por ciento ácido sulfúrico
 - (b) 70 por ciento ácido sulfúrico
 - (c) 90 por ciento ácido sulfúrico?

¿Cuál es la temperatura máxima que puede tener cada corriente de entrada?

- 11.21 Se va a efectuar una operación de mezclado continuo, adicionando 300 lb_m/hr de cristales de cloruro de calcio a una corriente de agua pura que fluye a 1000 lb_m/hr. Si ambas corrientes están a 25°C cuando entran al mezclador, ¿cuál es la temperatura de la corriente de salida? ¿Qué cantidad de calor debe eliminarse si se quiere que la operación se efectúe en forma isotérmica a 25°C? La capacidad calorífica de los cristales de CaCl₂ sigue aproximadamente, la ecuación:

$$c_p = 16.9 + 0.00386T$$

T es la temperatura en grados Kelvin, y c_p es la capacidad calorífica en cal/g-mol °C.

- 11.22 En *Chemical Engineers' Handbook* 4a. ed., puede encontrarse un diagrama entalpía-concentración para el sistema etanol-agua. Utilizando el diagrama, calcule la temperatura final y la composición cuando se mezclan 1000 lb_m/hr de agua a 20°C con 500 lb_m/hr de solución de etanol al 90 por ciento a 60°C. Compare sus resultados, con los que se obtienen usando la ecuación 11.33 modificada para el caso donde ΔH_s^0 , ΔH_{s1} , y ΔH_{s2}^0 son iguales a 0.

- 11.23 Un sistema de mezclado continuo opera de la siguiente forma:
- (a) En el tiempo $t = 0$ una corriente que contiene A puro a la temperatura T_1 y a la velocidad de flujo volumétrico q , se introduce en un recipiente bien agitado que contiene B puro a una temperatura T_0 . A y B forman soluciones ideales con $\Delta H_s = 0$
 - (b) También en el tiempo $t = 0$, la mezcla de A y B , en el recipiente, se bombea del tanque a una velocidad de flujo volumétrico q . Desarrolle la descripción matemática para esta situación. Puede suponer que Q y W_s son despreciables. Su desarrollo debe utilizar la misma nomenclatura que la de la sección 11.7. Compare la ecuación final del modelo para este proceso con la ecuación 11.37.

- 11.24 En el proceso descrito en el problema 11.23 se agrega etanol a 70°C

a 1.0 ft³/min. a un tanque que contiene 10 ft³ de agua, inicialmente a 20°C. Calcule la temperatura de la corriente de salida, T , en función del tiempo, utilizando los datos de capacidad calorífica y de densidad que pueden consultarse en las referencias estándar, y aplicando la ecuación del modelo del problema 11.23. ¿Cuánto tardará el tanque en alcanzar una temperatura que está dentro del 5 por ciento del valor final que alcanza en el estado estable?

- 11.25** Un tanque cilíndrico de precalentamiento, en una unidad de proceso semi-intermitente, tiene una capacidad de 1000 ft³. El tanque tiene una relación de longitud a diámetro de uno, y está completamente cubierto con camisa. T_c , la temperatura del material de calentamiento dentro de la camisa se mantiene a 212°F, mediante vapor que se condensa. Puede suponerse que el material que va a calentarse tiene las propiedades del agua. Prepare una gráfica mostrando la forma en que la temperatura del tanque, T , varía con respecto al tiempo en una operación intermitente, donde el contenido del tanque va a calentarse desde 70°F hasta 170°F. La velocidad a que se adiciona calor al tanque, Q , puede representarse como:

$$Q = ha[T_c - T]$$

y h tiene un valor de 200 BTU/hr ft² °F.

- 11.26** La operación de calentamiento descrita en el problema 11.25 debe efectuarse en forma continua, produciéndose 10 ft³/min de material calentado desde 70°F hasta 170°F. Determine el tamaño de la camisa que se requiere para llevar a cabo esta operación.