

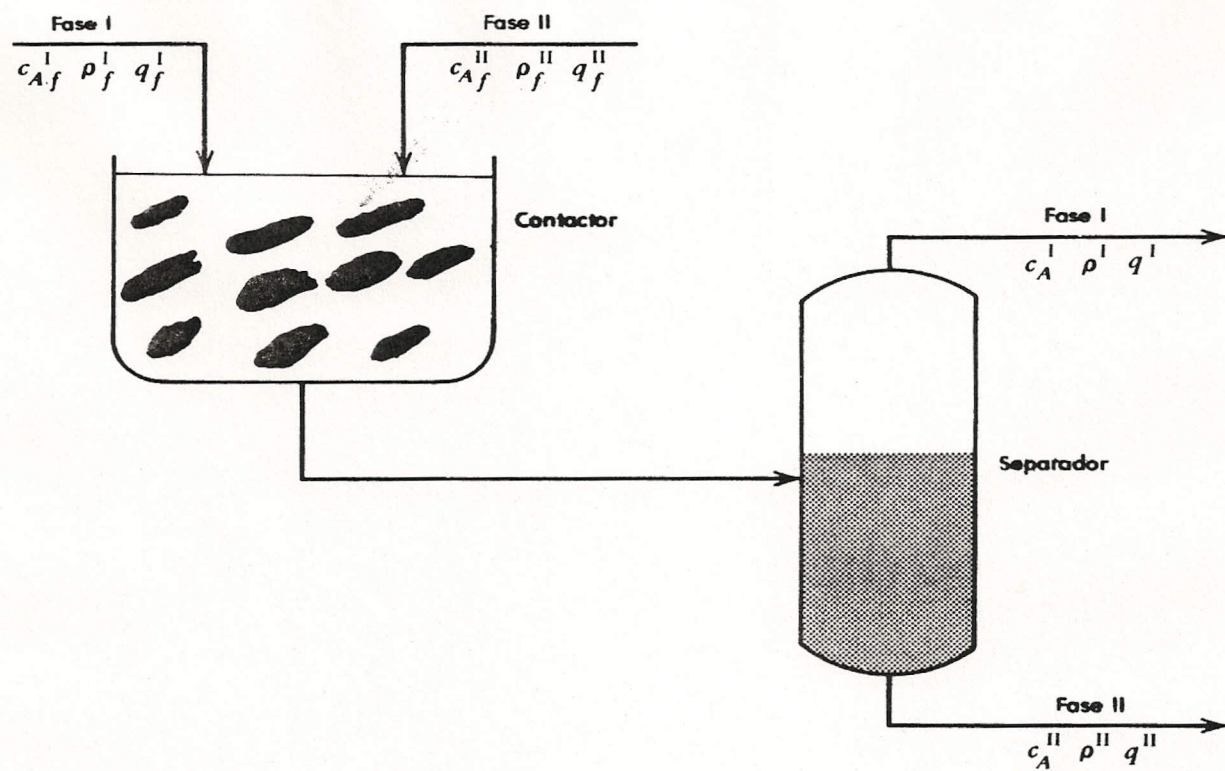
Procesos de equilibrio por etapas

9.1 INTRODUCCION

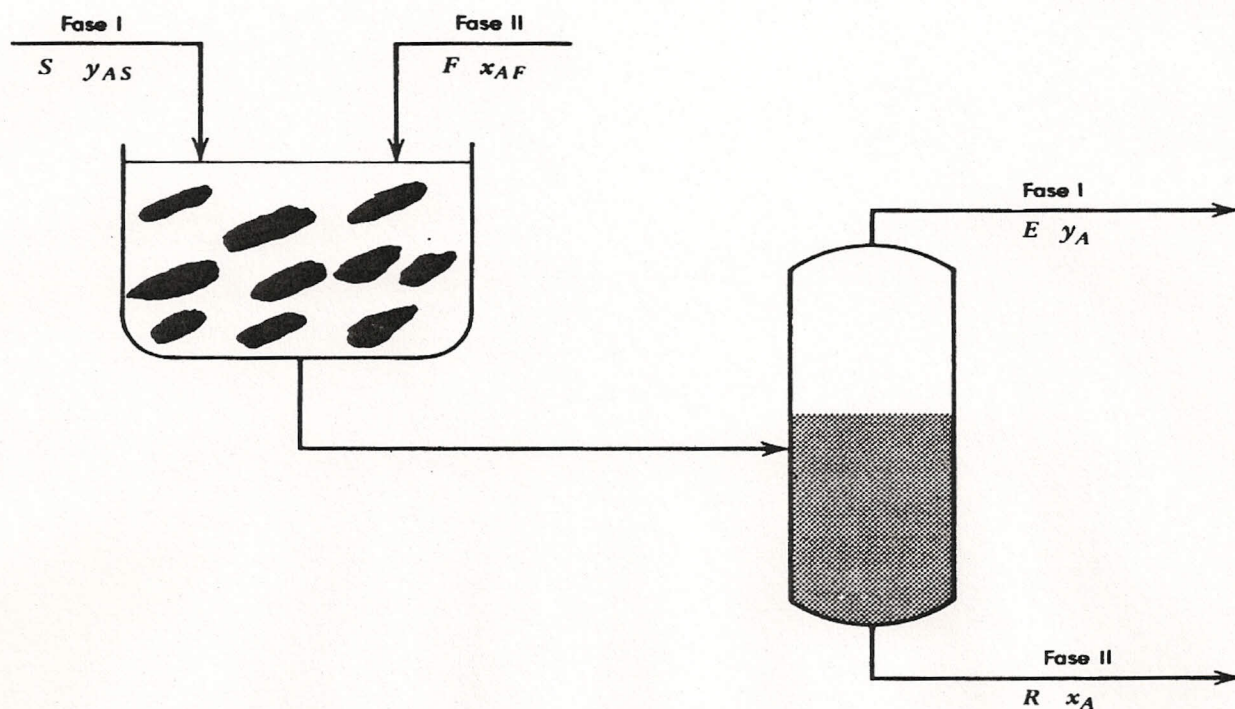
La implantación de una gran cantidad de procesos depende finalmente de la posibilidad que haya para separar diversas especies entre sí. En este capítulo, se desarrollarán los principios básicos para la transferencia de masa en la interfase, los cuales se dedujeron en el capítulo 8, con objeto de analizar algunos conceptos relativos al diseño de un proceso de separación. El componente esencial del análisis es la *etapa de equilibrio* que se definió en la sección 8.4.1. El problema del diseño puede descomponerse en la implantación mecánica real de una etapa en equilibrio, y el cálculo del número de etapas de equilibrio que se necesitan para obtener el grado de separación deseado. Aquí se tratará solamente de este último; el primero permanece aún demasiado empírico y está más allá del interés de este texto de introducción. Para simplificar, este capítulo se restringirá a la separación mediante extracción líquido-líquido. El enfoque total y las técnicas de resolución serán de carácter general y podrán aplicarse a casi todos los procesos de separación, así como a procesos con cambio de fase y sin cambio de fase.

En el proceso de extracción líquido-líquido hay un soluto que se transmite entre dos disolventes. En la mayor parte del capítulo, se supondrá que los dos disolventes son totalmente insolubles el uno en el otro. Esta es una aproximación conveniente aunque sólo es real ocasionalmente. En la sección 9.6 se observará cómo se puede ampliar dicho criterio. Es tradicional efectuar los cálculos para los procesos de separación, utilizando fracciones de masa en vez de concentraciones. Se seguirá esta práctica y la sección 9.2 se dedica a reformular la noción de una etapa en equilibrio en función de las fracciones de masa.

288 Procesos de equilibrio por etapas



(a)



(b)

FIGURA 9.1 Etapa de extracción continua. En (a) se muestra la nomenclatura del capítulo 8, y en (b) la nomenclatura tradicional de la extracción.

9.2 ETAPA DE EQUILIBRIO

En la figura 9.1 se muestra una etapa de transferencia de masa para la extracción. Las dos fases, con el soluto A disuelto, entran a un contactor perfectamente bien agitado, donde se lleva a cabo la transferencia de A a través de la interfase. En el separador, las fases se separan debido a las diferencias de densidad. Una *etapa de equilibrio* tiene un tiempo de residencia suficientemente largo, en el contactor con objeto de asegurar que la distribución del soluto A entre las fases esté en equilibrio.

La figura 9.1 (a) es idéntica a la figura 8.4 y muestra la nomenclatura utilizada en el capítulo 8. La figura 9.1 (b) muestra la nomenclatura que se utiliza tradicionalmente en la extracción según se indica:

S : solvente (fase I) velocidad de flujo de masa $S = \rho_f^I q_f^I$

F : entrada o alimentación (fase II) velocidad de flujo de masa $F = \rho_f^{II} q_f^{II}$

E : extracto (fase I) velocidad de flujo de masa $E = \rho^I q^I$

R : refinado (fase II) velocidad de flujo de masa $R = \rho^{II} q^{II}$

y_A y x_A indican las fracciones de masa del soluto A , en las fases I y II, respectivamente; dado que c_A expresa la masa de A por volumen y ρ indica la masa total por volumen, las relaciones existentes entre las concentraciones y las fracciones de masa deberán ser según sigue:

$$\begin{aligned} y_A &= \frac{c_A^I}{\rho^I} & x_A &= \frac{c_A^{II}}{\rho^{II}} \\ y_{AS} &= \frac{c_{Af}^I}{\rho_f^I} & x_{AF} &= \frac{c_{Af}^{II}}{\rho_f^{II}} \end{aligned}$$

La expresión de equilibrio para la concentración del soluto en las dos fases se expresó mediante la ecuación 8.12 como:

$$c_A^I = M c_A^{II}$$

no se utilizará el subíndice e para indicar el equilibrio, dado que *todas* las concentraciones mencionadas en este capítulo son valores de equilibrio. En función de las fracciones de masa, la expresión del equilibrio se convierte en:

$$\begin{aligned} y_A &= K x_A \\ K &= \frac{M \rho^{II}}{\rho^I} \end{aligned} \tag{9.1}$$

290 Procesos de equilibrio por etapas

En general, K pudiera no ser una constante. Los datos de densidad para la solución de acetona en agua y 1,1, 2 - tricloroetano se muestran en la figura 9.2; utilizando estos datos y los que se muestran en la figura 8.2, para este sistema de tres componentes en equilibrio, se vuelve a hacer una gráfica en la figura 9.3 como y_{A1} contra x_{A1} . (En realidad, los datos se registraron originalmente en fracciones de masa y se calculan de nuevo para la figura 8.2.) Note que existe una menor curvatura en esta gráfica que en la de la

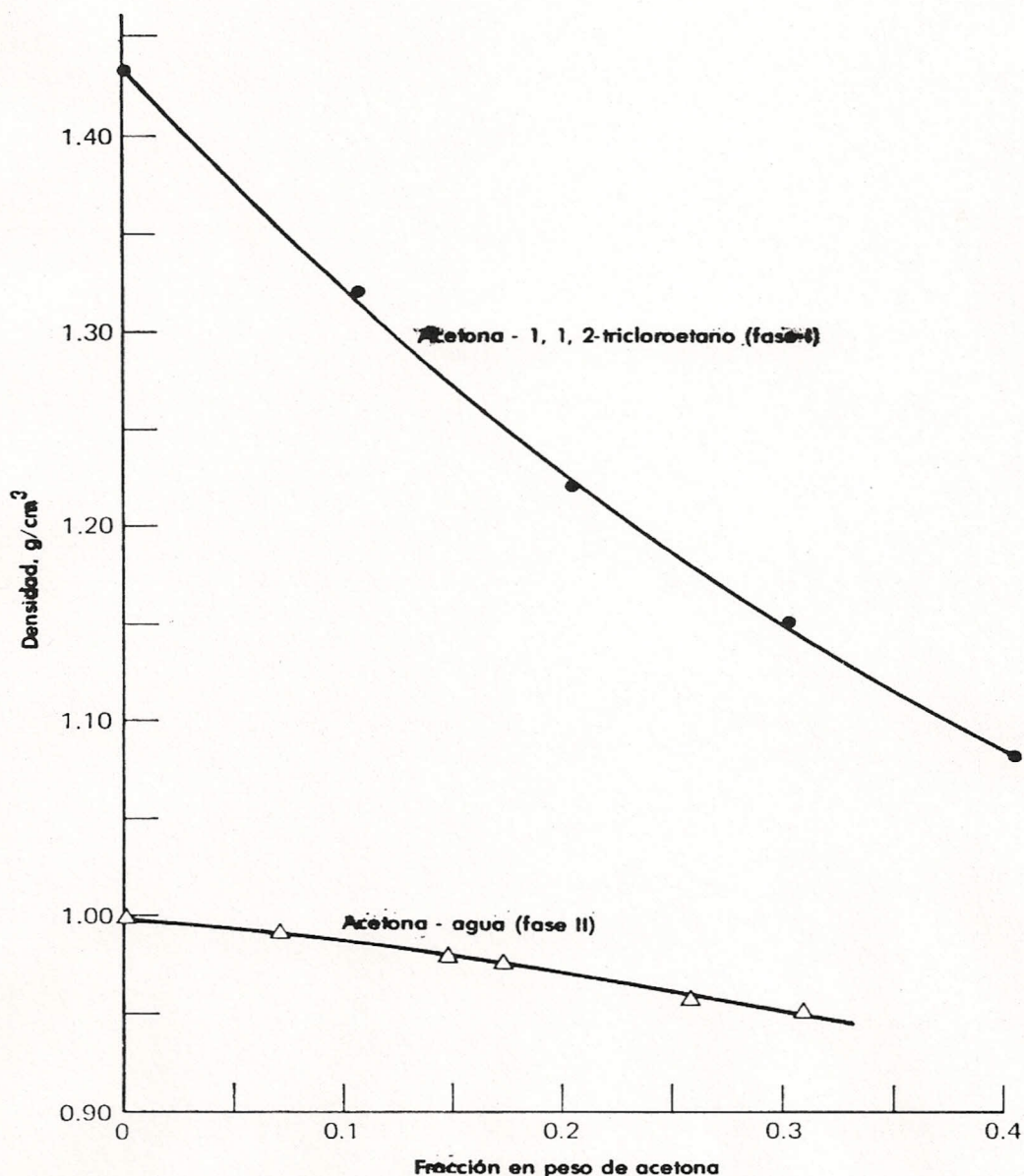


FIGURA 9.2 Densidad de soluciones de acetona-1,1,2-tricloroetano y acetona-agua [Datos de Treybal et al., *Ind. Eng. Chem.*, 38, 817 (1946), reproducido con autorización.]

figura 8.2, y el valor constante $K = 1.5$ proporciona un ajuste excelente para todos los datos sobre un amplio intervalo de fracciones de masa.

En la sección 8.4.1, se vio que la suposición de que las fases están en equilibrio, elimina la necesidad de considerar por separado cada fase como un volumen de control y, por lo tanto, se puede considerar que el volumen de control es la etapa total. Hay tres especies, el soluto A , el disolvente en la

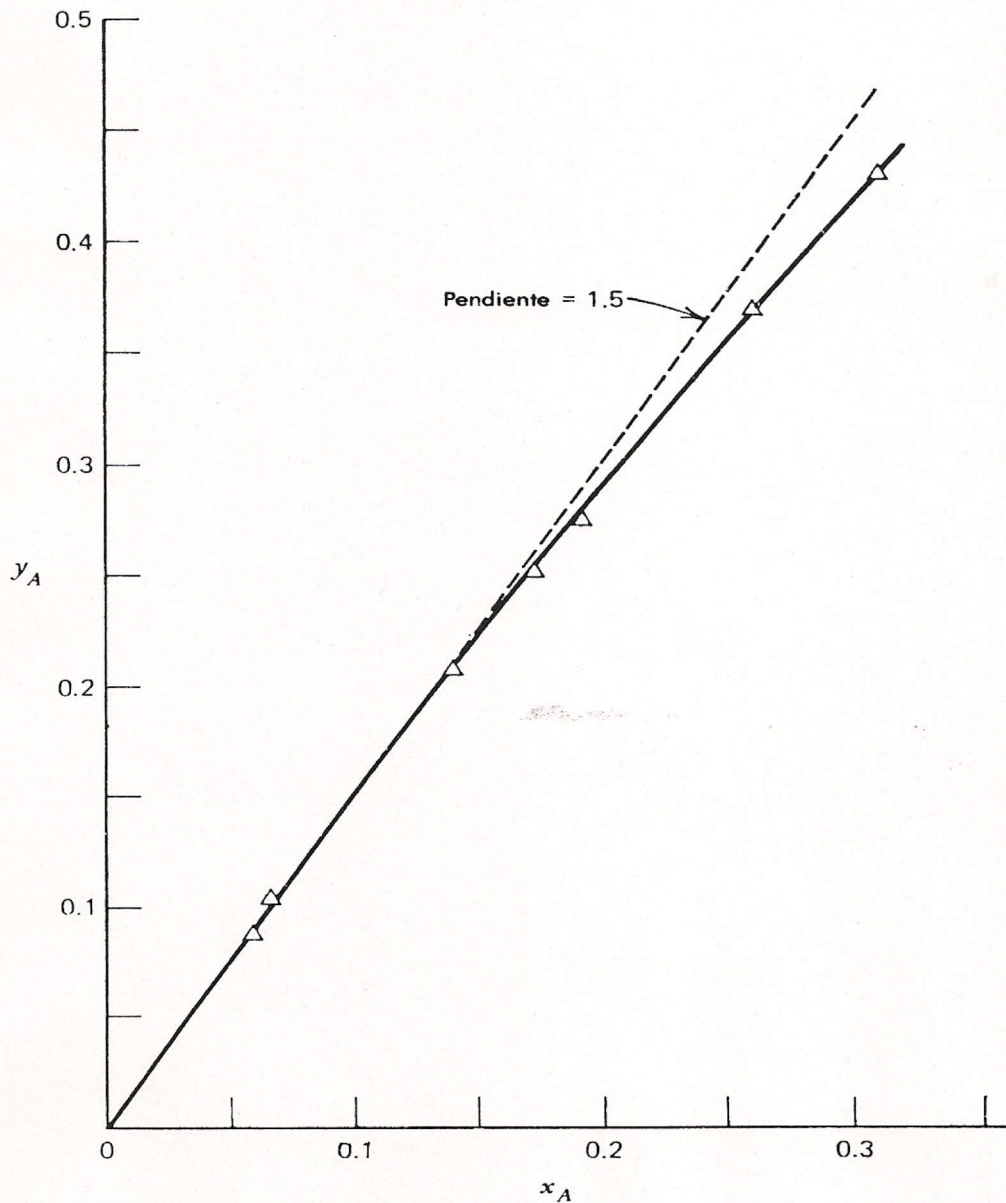


FIGURA 9.3 Fracción de masa en el equilibrio de acetona 1,1,2-tricloroetano (y_A) en función de la fracción de masa en el equilibrio de acetona en agua (x_A). [Datos de Treybal et al., *Ind. Eng. Chem.*, **38**, 817 (1946), reproducido con autorización.]

292 Procesos de equilibrio por etapas

alimentación, y el disolvente extraído. Se supondrán condiciones constantes, en cuyo caso la ecuación del balance de masa total es:

$$0 = F + S - E - R \quad (9.2)$$

Esta es simplemente la suma de las ecuaciones 8.33I y 8.33II, reescritas utilizando la nomenclatura de este capítulo. Al aplicar la ley de la conservación de la masa a la especie A se obtiene

$$0 = Fx_{AF} + Sy_{AS} - Ey_A - Rx_A \quad (9.3)$$

La suposición de que los disolventes son inmiscibles, significa que para cada fase hay solamente dos componentes y la fracción de masa del disolvente es, simplemente, uno menos la fracción de masa de A . Por consiguiente, para el disolvente que hay en la corriente de alimentación, la conservación de masa requiere

$$0 = F[1 - x_{AF}] - R[1 - x_A] \quad (9.4)$$

y para el disolvente que hay en la corriente de salida.

$$0 = S[1 - y_{AS}] - E[1 - y_A] \quad (9.5)$$

Sólo tres de las cuatro ecuaciones de balance de masa son independientes, puesto que la ecuación 9.2 es igual a la suma de las ecuaciones 9.3 y 9.5. Junto con la expresión de equilibrio, la ecuación 9.1, éstas definen la separación en una etapa de equilibrio. .

9.2.1 Transferencia pequeña de soluto

La situación más sencilla que puede tratarse, es aquélla en que la cantidad de soluto transferida entre las fases es pequeña. Este método tiene gran aplicación en la práctica, puesto que el error al utilizarla es generalmente muy pequeño, como se verá en la sección siguiente.

Si la cantidad transferida es pequeña, entonces $1 - x_{AF}$ y $1 - x_A$ son prácticamente iguales, de manera que la ecuación 9.4 se reduce a $F \simeq R$. Asimismo, la ecuación 9.5 se transforma en $S \simeq E$. Estas son maneras sencillas de decir que, a pesar de la transferencia de soluto, las velocidades de flujo de las fases I y II permanecen esencialmente invariables. Esta técnica se usó anteriormente, al derivar la ecuación 8.35 y la ecuación se simplifica a:

$$0 = F[x_{AF} - x_A] + \dot{S}[y_{AS} - y_A] \quad (9.6)$$

La cual es idéntica a la ecuación 8.36 en la nomenclatura diferente. Combinando la ecuación 9.6 con la expresión de equilibrio, puede calcularse x_A a partir de la ecuación 9.1

$$x_A = \frac{\Lambda x_{AF} + y_{AS}}{\Lambda + K} \quad (9.7)$$

$$\Lambda = \frac{F}{S}$$

La ecuación 9.7 es idéntica a la ecuación 8.38.

Ejemplo 9.1

Una solución acuosa que contiene 200 gr/litro de acetona se va a purificar por extracción continua con tricloroetano puro. ¿Qué cantidad de acetona puede eliminarse si la velocidad de flujo de ambas corrientes acuosas y orgánicas es de: 10 litros/min?

Este ejemplo idéntico al ejemplo 8.1. Como se tiene disolvente puro, $y_{AS} = 0$. De la figura 9.3 se obtiene $K = 1.5$. El cálculo de x_{AF} requiere tanteos, puesto que los datos en la figura 9.2 muestran ρ_f^{II} contra x_A , mientras que sólo se conoce $c_{Af}^{II} = \rho_f^{II} x_{AF}$. Se utilizará el método de sustitución directa de la sección 16.3. Como primera aproximación, tome $\rho_f^{II} \simeq 1 \text{ g/cm}^3$, en cuyo caso: $x_{AF} = c_{Af}^{II} / \rho_f^{II} = 0.2 / \rho_f^{II} \simeq 0.2$ para: $x_{AF} = 0.2$, $\rho_f^{II} \simeq 0.97$, se obtiene:

$$x_{AF} = c_{Af}^{II} / \rho_f^{II} = 0.200 / 0.97 = 0.206$$

Es innecesario efectuar más cálculos, puesto que ρ_f^{II} permanece esencialmente invariable. Para triclorobenceno puro, $\rho_f^I = 1.43$, de manera que puede calcularse Λ como:

$$\Lambda = \frac{F}{S} = \frac{\rho_f^{II} q_f^{II}}{\rho_f^I q_f^I} = \frac{0.97 \times 10^3 \times 10}{1.43 \times 10^3 \times 10} = 0.68$$

Entonces:

$$x_A = \frac{\Lambda x_{AF}}{\Lambda + K} = \frac{0.68 \times 0.206}{0.68 + 1.50} = 0.064$$

De la figura 9.2, $\rho_f^{II} = 0.99$. Por consiguiente,

$$c_{Af}^{II} = \rho_f^{II} x_A = 0.99 \times 0.064 = 0.063 \text{ g/cm}^3 = 63 \text{ g/litro}$$

En el ejemplo 8.1, se calculó $c_{Af}^{II} = 66.7 \text{ g/litro}$. Esto concuerda, y la diferencia refleja las inexactitudes al leer los datos de densidad, K , y M de

294 Procesos de equilibrio por etapas

las gráficas y al redondear, reteniendo solamente dos cifras significativas en el cálculo. Dos cifras significativas es una aproximación razonable puesto que ρ^{II} no puede determinarse con mayor exactitud.

9.2.2 Transferencia finita de soluto

Cuando la cantidad de soluto transferida entre las fases, no es pequeña, es necesario utilizar el conjunto total de ecuaciones independientes de balance de masa. Las ecuaciones 9.4 y 9.5, junto con la ecuación de equilibrio 9.1, pueden representarse como:

$$R = F \left[\frac{1 - x_{AF}}{1 - x_A} \right]$$

$$E = S \left[\frac{1 - y_{AS}}{1 - Kx_A} \right]$$

Sustituyendo en la ecuación 9.2, se obtiene:

$$0 = F + S - S \left[\frac{1 - y_{AS}}{1 - Kx_A} \right] - F \left[\frac{1 - x_{AF}}{1 - x_A} \right]$$

Haciendo algunos ligeros arreglos, utilizando $\Lambda = F/S$, se obtiene finalmente:

$$\frac{[Kx_A - y_{AS}][1 - x_A]}{[x_{AF} - x_A][1 - Kx_A]} = \Lambda \quad (9.8)$$

o, en la forma cuadrática normal:

$$x_A^2 - \left\{ \frac{\Lambda + K\Lambda x_{AF} + K + y_{AS}}{K[\Lambda + 1]} \right\} x_A + \frac{\Lambda x_{AF} + y_{AS}}{K[\Lambda + 1]} = 0 \quad (9.9)$$

Antes de resolver la ecuación 9.9 para casos particulares, es útil analizar el método que implica la suposición de que es pequeña la transferencia de soluto pequeña. Expandiendo $[1 - x_A]/[1 - Kx_A]$ en una serie de Taylor alrededor de $x_A = 0$ (sección 15.8) para obtener:

$$\frac{1 - x_A}{1 - Kx_A} = 1 + [K - 1]x_A + \cdots \quad (9.10)$$

En la expansión de la ecuación 9.10 se han despreciado los términos de x_A^2 comparado con x_A . Para x_A del orden 0.1, y K del orden dos, el error es menos que uno por ciento. (Compare el estudio del final de la sección 2.3.) Entonces, la ecuación 9.8 puede reordenarse para x_A como sigue

$$x_A = \frac{\Lambda x_{AF} + y_{AS}\{1 + [K - 1]x_A + \cdots\}}{\Lambda + K\{1 + [K - 1]x_A + \cdots\}} \quad (9.11)$$

Para K de orden dos y x_A de orden 0.1, la ecuación 9.11 es equivalente a la ecuación 9.7 con una incertidumbre en y_{AS} y K , cuando mucho de diez por ciento. y_{AS} será generalmente pequeña o cero, mientras que el error experimental en la determinación de K , es comparable al error introducido por el factor:

$$1 + [K - 1]x_A + \cdots$$

Por consiguiente, puede esperarse que la ecuación para transferencia pequeña de soluto proporcione resultados confiables, aun en casos en donde la transferencia de soluto no parece ser pequeña.

Ejemplo 9.2

Utilizando los datos del ejemplo 9.1, calcule x_A sin considerar la aproximación de una transferencia pequeña de soluto.

Se conocen $y_{AS} = 0$, $K = 1.5$, y se calculó $x_{AF} = 0.206$, $\Lambda = 0.68$. Entonces, la ecuación 9.9 se convierte en:

$$x_A^2 - 0.95x_A + 0.056 = 0$$

La raíz positiva entre cero y uno es $x_A = 0.063$. Esta solución es esencialmente la misma que la que se obtiene utilizando la aproximación de transferencia pequeña de soluto, aunque se transfirió el 13 por ciento de la masa de la fase acuosa a la fase orgánica.

9.3 EXTRACCION EN DOS ETAPAS

La separación que se obtiene en una etapa de equilibrio depende solamente del factor de separación K , las fracciones de masa de la corriente de alimentación y las velocidades de flujo de las masas relativas. En los ejemplos 8.2 y 8.3, se demostró que para un caso particular de separación en un sistema dado, con alimentación fija y una velocidad de flujo de disolvente específica, podría obtenerse mejor separación, dividiendo el disolvente entre dos etapas sucesivas en lugar de utilizar una sola. Aquí se establecerá este resultado general y se extenderá para ver cómo puede aplicarse esta idea con un ahorro sustancial en el consumo de disolvente. Para simplificar los procedimientos algebraicos, se supone que en todas las secciones que siguen, la transferencia de soluto es pequeña, las velocidades de flujo de masa en una fase son constantes, y el disolvente extraído es puro ($y_{AS} = 0$).

296 Procesos de equilibrio por etapas

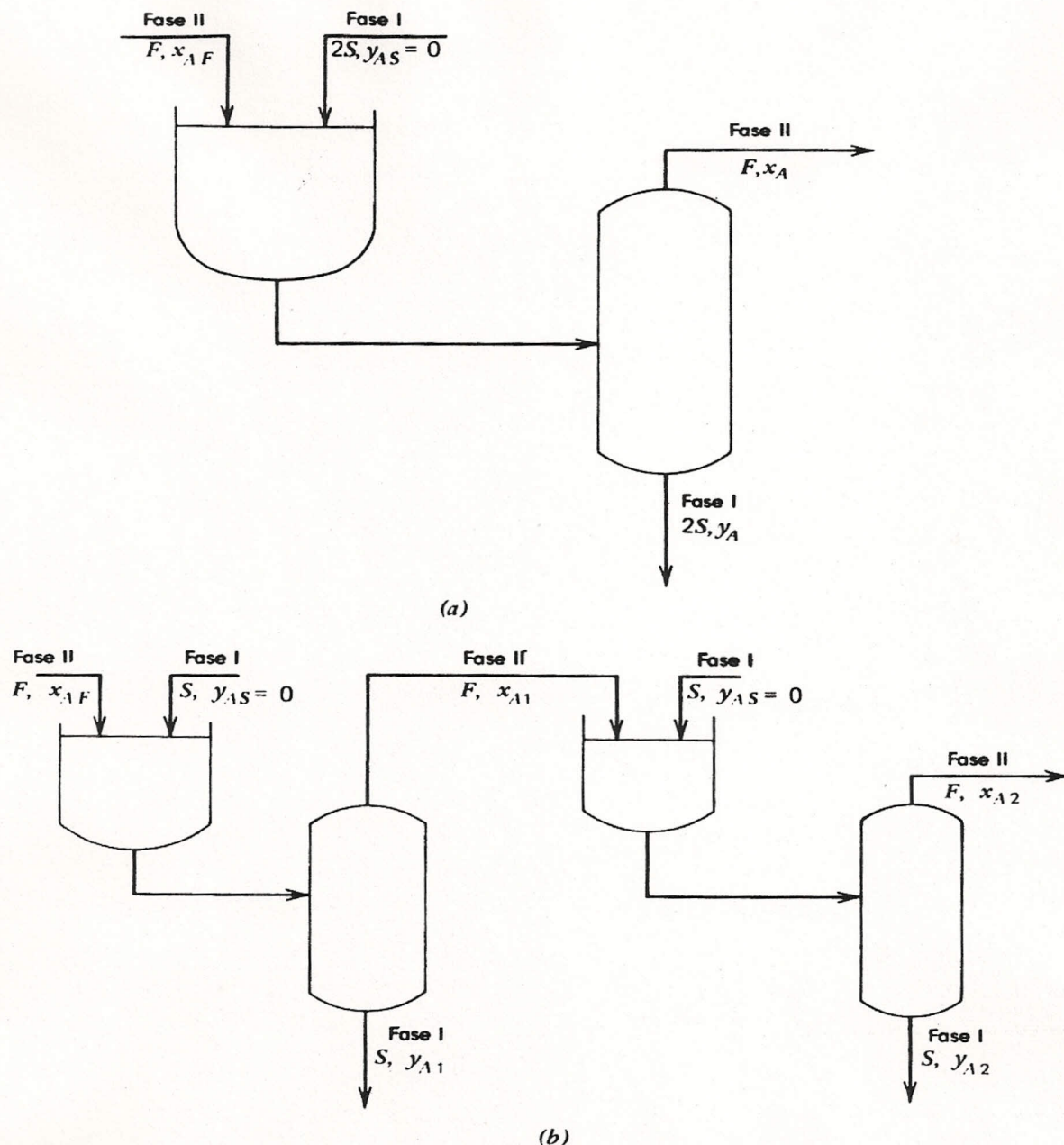


FIGURA 9.4 (a) Extracción en una etapa con velocidad de flujo de disolvente $2S$. (b) Extracción en dos etapas con velocidad de flujo S del disolvente en cada etapa. El disolvente total utilizado es el mismo en los dos casos.

En las figuras 9.4 (a) y (b) se muestran las situaciones que se desea comparar. La primera configuración es el caso que se ha considerado en la sección anterior, pero las corrientes de disolvente que se muestran, tienen una velocidad de flujo de masa $2S$, para simplificar comparaciones posteriores. En la segunda configuración, se toma la corriente de refinado que deja la primera etapa y se utiliza como la alimentación a una segunda

etapa. El flujo de masa de disolvente es S en cada etapa, de manera que se utiliza la misma cantidad total de disolvente. El subíndice 1 se utiliza para corrientes que dejan la primera etapa y 2 para las corrientes que dejan la segunda. En las figuras 9.5 (a) y (b) se muestran las configuraciones esquemáticas. En lo sucesivo se utilizará esta forma de representación.

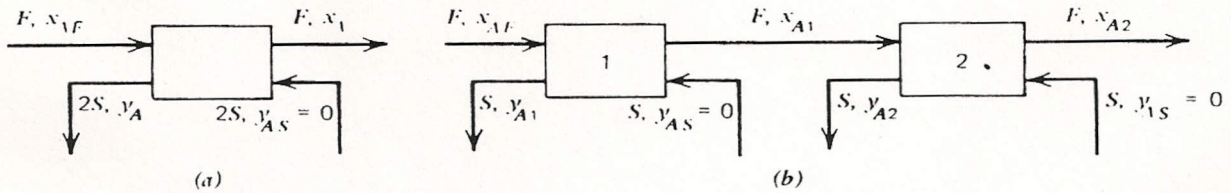


FIGURA 9.5 (a) Diagrama de una extracción en una etapa con velocidad de flujo de disolvente $2S$. (b) Diagrama de una extracción en dos etapas con velocidad de flujo S del disolvente en cada etapa.

Para el proceso de una etapa, la separación está determinada por la ecuación 9.7. Si de nuevo se define $\Lambda = F/S$ entonces, como se está utilizando un flujo de disolvente $2S$, se obtiene un valor $y_{AS} = 0$

$$x_A = \frac{[1/2]\Lambda x_{AF}}{[1/2]\Lambda + K}$$

o, definiendo la relación de separación s_1 ,

$$s_1 = \frac{x_A}{x_{AF}} = \frac{\Lambda}{\Lambda + 2K} \quad (9.12)$$

Para el proceso de dos etapas, en la figura 9.5 (b), cada etapa se describe mediante la ecuación 9.7. Por consiguiente:

$$x_{A1} = \frac{\Lambda x_{AF}}{\Lambda + K}$$

La alimentación a la etapa dos tiene una fracción de masa x_{A1} , de manera que la ecuación 9.7 da:

$$x_{A2} = \frac{\Lambda x_{A1}}{\Lambda + K}$$

Combinando estas dos ecuaciones, se obtiene la relación de separación de la segunda etapa, s_2

$$s_2 = \frac{x_{A2}}{x_{AF}} = \frac{\Lambda^2}{[\Lambda + K]^2} \quad (9.13)$$

298 Procesos de equilibrio por etapas

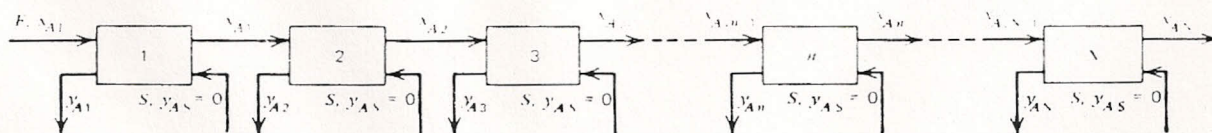


FIGURA 9.6 Diagrama de una extracción en N -etapas con velocidad de flujo S del disolvente en cada etapa. La etapa n representa una etapa típica.

Es fácil demostrar que s_2 siempre es menor que s_1 , y por consiguiente, el proceso de dos etapas es más eficiente tomando la relación:

$$\frac{s_2}{s_1} = \frac{\Lambda^2/[\Lambda + K]^2}{\Lambda/[\Lambda + 2K]} = \frac{\Lambda^2 + 2K\Lambda}{\Lambda^2 + 2K\Lambda + K^2} < 1 \quad (9.14)$$

Si se utilizaran N etapas consecutivas, como se muestra en la figura 9.6, la relación de separación adopta una forma similar a:

$$s_N = \frac{\Lambda^N}{[\Lambda + K]^N} \quad (9.15)$$

Comparada al proceso de una etapa con velocidades de flujo NS , la relación de relaciones de separación es:

$$\begin{aligned} \frac{s_N}{s_1} &= \frac{\Lambda^N + NK\Lambda^{N-1}}{[\Lambda + K]^N} \\ &= \frac{\Lambda^N + NK\Lambda^{N-1}}{\Lambda^N + NK\Lambda^{N-1} + \frac{N[N-1]}{2!} K^2\Lambda^{N-2} + \dots} < 1 \end{aligned} \quad (9.16)$$

La operación en etapas múltiples es una alternativa conveniente en lugar de utilizar el disolvente en una etapa, puesto que se puede obtener una mejor separación con la misma cantidad de disolvente. Sin embargo, hay cierto desperdicio en este proceso. En la primera etapa, la fracción de masa del soluto disminuye a una fracción $\Lambda/[\Lambda + K]$ de aquella, en la alimentación. En la siguiente etapa, la reducción fraccional es la misma. Por consiguiente, si el 50% del soluto se elimina en la primera etapa, sólo un 25 por ciento más se elimina en la segunda, 12-1/2 por ciento en la tercera, y así sucesivamente, aunque la cantidad de disolvente que se requiere es la misma en cada etapa. El disolvente *que sale* de las últimas etapas estará muy diluido, y quizá sea necesario manejar grandes volúmenes de disolventes que contengan sólo cantidades muy pequeñas de soluto hasta obtener la separación que se desea.

Puede establecerse un arreglo para combinar las ventajas de la operación de etapas múltiples con el uso de una pequeña cantidad de disolventes.

Considere la figura 9.5 (b). La corriente de extracto que sale de la etapa dos contiene solamente una pequeña cantidad de soluto, y_{A2} , porque la mayor parte del soluto se extrajo en la etapa uno. Por consiguiente, sería poco perjudicial que la corriente de disolvente que alimenta la etapa uno, contuviera una fracción de masa y_{A2} de soluto en lugar de cero.

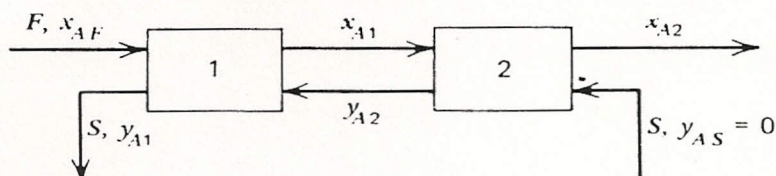


FIGURA 9.7 Diagrama de extracción a contracorriente en dos etapas.

Esta operación a *contracorriente* se muestra en forma esquemática en la figura 9.7. La corriente de refinado de la etapa uno se alimenta a la etapa dos y el extracto de la etapa dos es la corriente de disolvente para la etapa uno. La ecuación 9.7 con nomenclatura apropiada, se aplica a cada etapa. En la primera etapa la corriente de disolvente contiene la fracción masa y_{A2} , de manera que se tiene:

$$x_{A1} = \frac{\Lambda x_{AF} + y_{A2}}{\Lambda + K}$$

En la segunda etapa, la corriente de alimentación tiene una fracción de masa x_{A1} , y la fracción de masa del disolvente y_{AS} es cero, de manera que:

$$x_{A2} = \frac{\Lambda x_{A1}}{\Lambda + K}$$

Junto con la relación de equilibrio $y_{A2} = Kx_{A2}$, éstas pueden combinarse para dar:

$$s_{c2} = \frac{x_{A2}}{x_{AF}} = \frac{\Lambda^2}{[\Lambda + K]^2 - \Lambda K} \quad (9.17)$$

s_{c2} representa "relación de separación para una operación a contracorriente en dos etapas". Comparando las ecuaciones 9.12 y 9.17, se verifica que para $K > \Lambda$, la separación de un proceso a contracorriente en dos etapas, es mejor que en una sola etapa que utiliza el doble de disolventes. Comparando con la ecuación 9.13, se obtiene la relación entre las relaciones de separación a contracorriente, y en una extracción directa en dos etapas:

$$\frac{s_{c2}}{s_2} = 1 + \frac{K\Lambda}{\Lambda^2 + K\Lambda + K^2} \quad (9.18)$$

300 Procesos de equilibrio por etapas

Ejemplo 9.3

Utilizando los datos del ejemplo 9.1, calcule la separación en dos etapas, a contracorriente y directa.

Los datos son $\Lambda = 0.68$, $K = 1.5$. Utilizando las ecuaciones 9.13 y 9.17:

$$\text{operación directa: } s_2 = \frac{x_A}{x_{AF}} = \frac{\Lambda^2}{[\Lambda + K]^2} = 0.097$$

$$\text{operación a contracorriente: } s_{e2} = \frac{x_{A2}}{x_{AF}} = \frac{\Lambda^2}{[\Lambda + K]^2 - \Lambda K} = 0.123$$

De acuerdo con la ecuación 9.18, $s_{e2}/s_2 = 1.27$. En la operación a contracorriente se utilizan 10 litros/min de tricloroetano, y en la operación directa 20 litros/min.

Ejemplo 9.4

¿Qué cantidad de disolvente se necesitará para obtener una relación de separación de 0.097 en un proceso a contracorriente en dos etapas, utilizando los datos del ejemplo 9.1?

De acuerdo a la ecuación 9.17, se puede resolver para Λ de la ecuación:

$$0.097 = \frac{\Lambda^2}{[\Lambda + K]^2 - \Lambda K}$$

Para $K = 1.5$ la raíz positiva es $\Lambda = 0.58$. Claro que $\Lambda = F/S$ e igual $S = \rho_f^I q_f^I$ y como también se proporciona $F = 9700 \text{ g/min}$, $\rho_f^I = 1.43 \text{ g/cm}^3$, es evidente, que $q_f^I = 11.8 \text{ litros/min}$. Esto es, 12 litros/min en una operación a contracorriente a dos etapas proporcionará una separación igual a la que se logra, utilizando 20 litros/min en una operación a no contracorriente y con dos etapas. En una sola etapa se necesitarían 42 litros/min de disolvente.

9.4 EXTRACCION A CONTRACORRIENTE CON ETAPAS MULTIPLES

Las ecuaciones del diseño para un proceso de extracción a contracorriente con etapas múltiples se deduce directamente de las consideraciones en la sección anterior. El proceso se muestra esquemáticamente en la figura 9.8 con N etapas. Se supone, que la transferencia de soluto es pequeña, de tal manera, que el flujo de masa F y S son constantes a través de todas las etapas. Considere la etapa n , donde n es un número entero entre 2 y $N - 1$. Aplicando el principio de la conservación de la masa al soluto A , se obtiene la ecuación:

$$0 = Fx_{A,n-1} + Sy_{A,n+1} - Fx_{An} - Sy_{An} \quad (9.19)$$

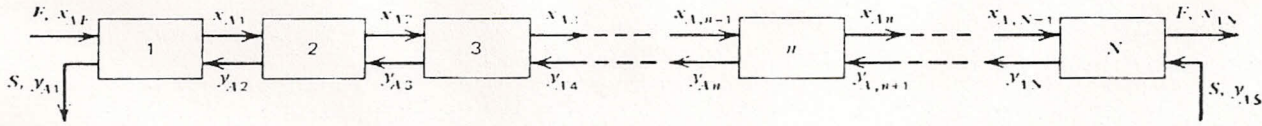


FIGURA 9.8 Diagrama de una extracción a contracorriente en N etapas.

La relación de equilibrio se toma como $y_A = Kx_A$, de tal manera, que

$$y_{An} = Kx_{An}, \quad y_{A,n+1} = Kx_{A,n+1} \quad (9.20)$$

Combinando las ecuaciones 9.19 y 9.20, y mediante alguna otra manipulación se obtiene el análogo de la ecuación 9.7:

$$x_{An} = \frac{\Lambda x_{A,n-1} + Kx_{A,n+1}}{\Lambda + K} \quad (9.21)$$

Es conveniente introducir la relación:

$$\mu = \frac{\Lambda}{K}$$

en cuyo caso se puede escribir la ecuación 9.21 en la forma:

$$2 \leq n \leq N-1: \quad x_{A,n+1} - [1 + \mu]x_{An} + \mu x_{A,n-1} = 0 \quad (9.22)$$

Para $n = 1$ y $n = N$, se tienen corrientes de entrada que es necesario tomar en cuenta, y mediante la aplicación del principio de la conservación de la masa, se obtiene:

$$\text{etapa 1:} \quad x_{A2} - [1 + \mu]x_{A1} + \mu x_{AF} = 0 \quad (9.23)$$

$$\text{etapa } N: \quad \frac{y_{AS}}{K} - [1 + \mu]x_{AN} + \mu x_{A,N-1} = 0 \quad (9.24)$$

La ecuación 9.22 relaciona las fracciones de masa x_A en etapas sucesivas $n-1$, y $n+1$, y se denomina *ecuación de diferencia finita*, la cual se puede manipular junto con las ecuaciones 9.23 y 9.24, igual que como se efectuó para las ecuaciones diferenciales lineales en la sección 17.3, con objeto de obtener una solución para x_{An} explícitamente en términos de N , μ , K , x_{AF} , y y_{AS} :

$$x_{An} = \frac{[x_{AF} - y_{AS}/K]\mu^n + y_{AS}/K - x_{AF}\mu^{N+1}}{1 - \mu^{N+1}} \quad (9.25)$$

302 Procesos de equilibrio por etapas

No se derivará la ecuación 9.25, sino que simplemente se demostrará que, sin duda, es equivalente a la ecuación 9.22. Reemplazando n por $n-1$ y $n+1$, se puede escribir la ecuación 9.25 como:

$$x_{A,n-1} = \frac{[x_{AF} - y_{AS}/K]\mu^{n-1} + y_{AS}/K - x_{AF}\mu^{N+1}}{1 - \mu^{N+1}} \quad (9.26)$$

$$x_{A,n+1} = \frac{[x_{AF} - y_{AS}/K]\mu^{n+1} + y_{AS}/K - x_{AF}\mu^{N+1}}{1 - \mu^{N+1}} \quad (9.27)$$

Cuando las ecuaciones 9.25 a 9.27 se sustituyen en la ecuación 9.22, los términos suman cero, según se requiere. Las ecuaciones 9.23 y 9.24 se verifican de la misma forma.

Para simplificar los procedimientos algebraicos, se considerará aquí solamente el caso del disolvente puro, $y_{AS} = 0$. Igualando $n = N$ en la ecuación 9.25, se obtiene una expresión para la relación de separación en un proceso a contracorriente con N etapas:

$$s_{cN} = \frac{x_{AN}}{x_{AF}} = \frac{\mu^N - \mu^{N+1}}{1 - \mu^{N+1}} \quad (9.28)$$

Esto se puede acomodar para resolver para N , los términos de μ y s_{cN} para casos en los que se desea calcular el número de etapas de equilibrio necesarias para lograr una separación dada:

$$N = \frac{\log \left[\frac{s_{cN}}{1 - \mu + \mu s_{cN}} \right]}{\log \mu} \quad (9.29)$$

La ecuación 9.29 es una versión que a menudo se denomina *ecuación de Kremser*.

Ejemplo 9.5

Para $\Lambda = 0.68$ y $K = 1.5$ calcule la separación en procesos a contracorriente en una, dos y tres etapas.

$$\mu = \frac{\Lambda}{K} = 0.45$$

$$N = 1: \quad s_{c1} = \frac{0.45 - 0.45^2}{1 - 0.45^2} = 0.31$$

$$N = 2: \quad s_{c2} = \frac{0.45^2 - 0.45^3}{1 - 0.45^3} = 0.12$$

$$N = 3: s_{c3} = \frac{0.45^3 - 0.45^4}{1 - 0.45^4} = 0.05$$

El resultado para $N = 2$ concuerda con el cálculo en el ejemplo 9.3.

Ejemplo 9.6

Para $\mu = 0.45$ calcule el número de etapas de equilibrio necesarias para eliminar del 90 al 99 por ciento de un soluto disuelto en una corriente de alimentación.

El cálculo se efectuó, utilizando la ecuación 9.29. Para una eliminación del 90 por ciento se tiene $s_{cN} = 0.10$ y

$$N = \frac{\log \left[\frac{0.10}{1 - 0.45 + 0.045} \right]}{\log [0.45]} = 2.2$$

Por supuesto, que no se pueden tener 2.2 etapas, de tal manera que se necesitan 3 etapas con objeto de lograr una eliminación del 90 por ciento. A partir del cálculo en el ejemplo 9.5; se observa que de hecho, se elimina 95 por ciento del soluto. Se puede desear que disminuya μ usando una pequeña cantidad e incrementando la velocidad de flujo del disolvente con objeto de efectuar la separación deseada en dos etapas. En el ejemplo 9.4 se vio que con un incremento del 20 por ciento en S se podría lograr la eliminación de un 90 por ciento de soluto con dos etapas solamente.

Para la eliminación del 99 por ciento se tiene $s_{cN} = 0.01$ y

$$N = \frac{\log \left[\frac{0.01}{1 - 0.45 + 0.005} \right]}{\log [0.45]} = 4.95 \simeq 5$$

Se requiere el doble de etapas para pasar del 90 al 99 por ciento de eliminación. Esto refleja la dependencia logarítmica del número de etapas respecto a la separación en la ecuación 9.29.

9.5 SOLUCION GRAFICA

El método que conduce a la ecuación 9.29 para el cálculo de número de etapas requeridas para efectuar una separación especificada, depende en forma crítica del hecho de que todas las ecuaciones comprendidas son lineales en x_A y y_A . Se puede tener no-linealidades porque la relación de equilibrio no es lineal, o debido a cambios en las velocidades de flujo de masa resultantes de la transferencia en la interfase. Aunque el conjunto

304 Procesos de equilibrio por etapas

total de ecuaciones no lineales podría resolverse utilizando una computadora digital para obtener resultados precisos, se han desarrollado varios procedimientos gráficos sencillos para obtener una estimación rápida del tipo necesario en las consideraciones preliminares del diseño. Aquí se estudiará *el método McCabe Thiele*, como un método gráfico apropiado cuando se hace la suposición de velocidades de flujo de masa constante, a pesar de no tener un equilibrio lineal.

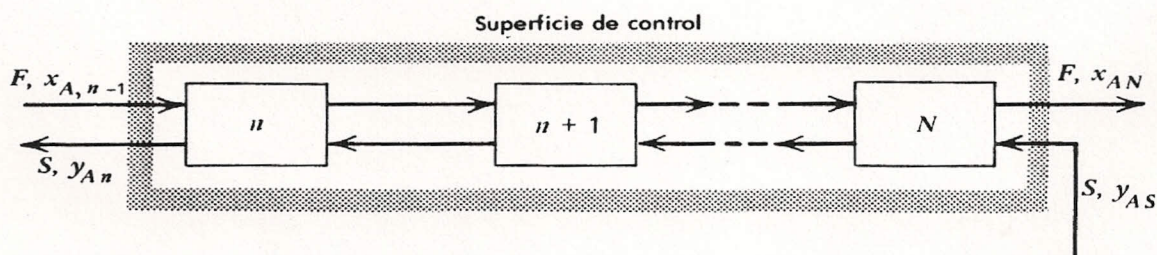


FIGURA 9.9 Superficie de control utilizada para los balances de masa en el desarrollo del método gráfico de McCabe-Thiele.

El desarrollo del método gráfico para resolver las ecuaciones del extractor, se basa en la selección de un volumen de control. En lugar de efectuar el balance de masa sobre la etapa n , el volumen de control se selecciona como las etapas n hasta la N . Vea la figura 9.9. Aplicando el principio de la conservación de las masas al componente A , se obtiene:

$$0 = Fx_{A,n-1} + Sy_{AS} - Sy_{An} - Fx_{AN}$$

ó

$$y_{An} = \Lambda x_{A,n-1} - \Lambda x_{AN} + y_{AS} \quad (9.30)$$

Además, se tiene la relación de equilibrio:

$$y_A = f(x_A) \quad (9.31)$$

La construcción se efectúa según se muestra en la figura 9.10. La línea de equilibrio, se dibuja en base a la ecuación 9.31, se conoce como *línea de operación*,

$$y_A = \Lambda x_A - \Lambda x_{AN} + y_{AS} \quad (9.32)$$

Si se iguala $n = 1$, entonces $x_{A,n-1}$ es x_{AF} . De acuerdo con la ecuación 9.30, y_{A1} es el valor de la línea de operación cuando $x_A = x_{AF}$ (punto 1). y_{A1} está en equilibrio con x_{A1} , de tal manera que según la ecuación 9.31, la línea de equilibrio deberá dar x_{A1} para $y = y_{A1}$ (punto 2). Dado x_{A1} , se encuentra y_{A2} a partir de la línea de operación (punto 3), y después x_{A2} a partir de la línea de equilibrio (punto 4) y así, en forma sucesiva. Finalmente, en esta forma se llega a x_{AN} . El número de etapas mostradas en el diagrama corresponden al número de etapas que se requieren. En la figura 9.10 se necesitarían cuatro etapas, ya que x_{AN} está entre la tercera y cuarta etapas.

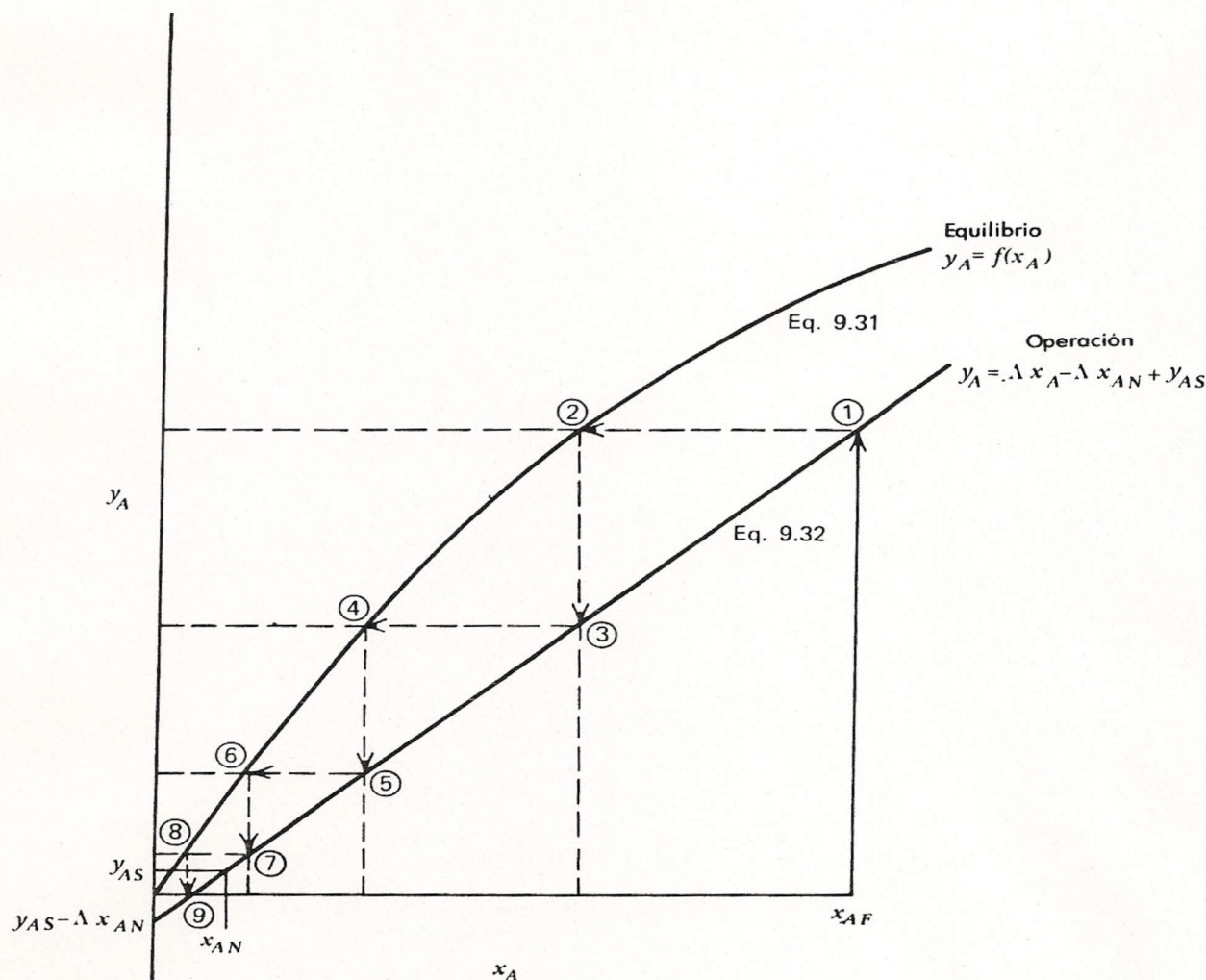


FIGURA 9.10 Cálculo del número de etapas para la separación, utilizando el método de McCabe-Thiele.

306 Procesos de equilibrio por etapas

Ejemplo 9.7

Para los datos de equilibrio que se muestran en la figura 9.3, ¿cuántas etapas de equilibrio se requieren para reducir la fracción masa de acetona en la fase acuosa desde 0.30 hasta 0.03, utilizando $\Lambda = 0.68$ y un disolvente puro ($y_{AS} = 0$)?

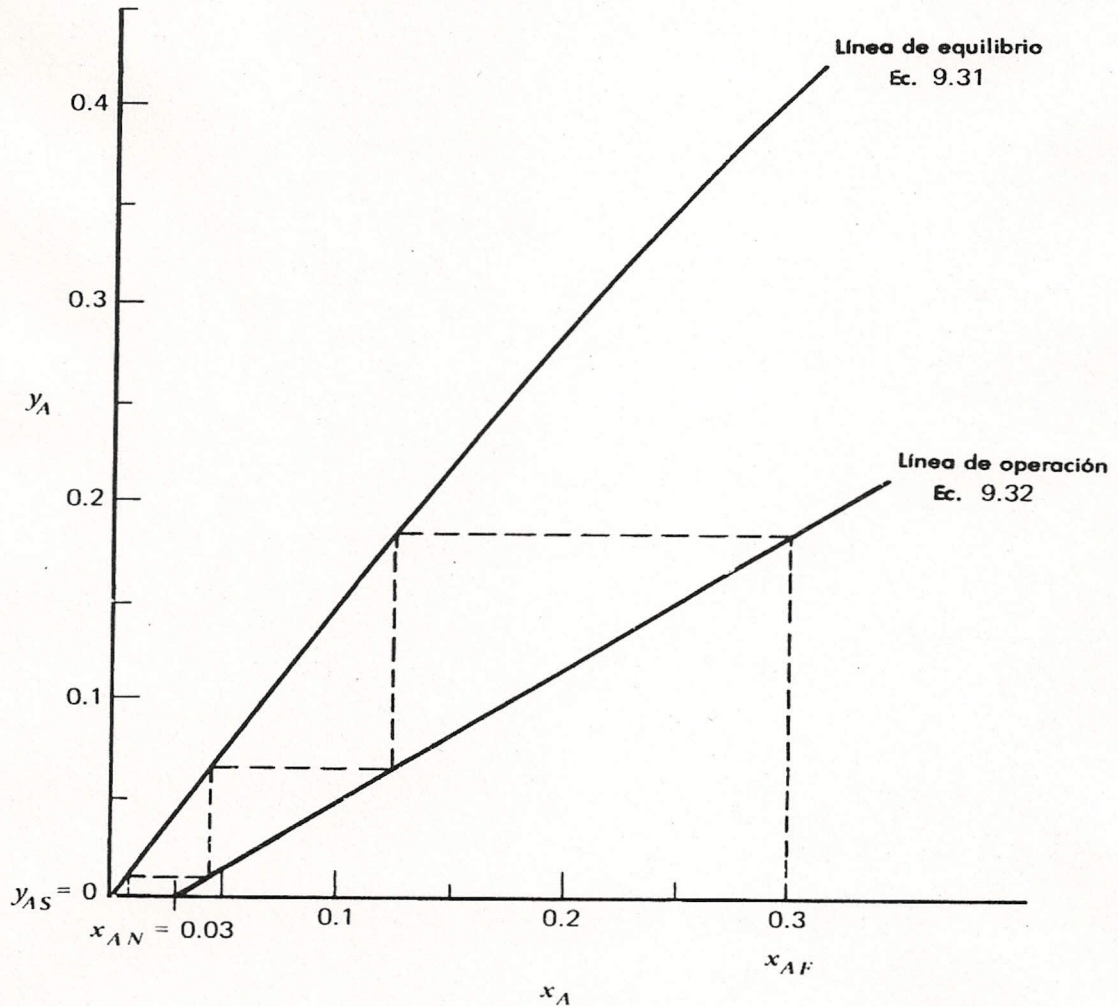


FIGURA 9.11 Cálculo del número de etapas requeridas para reducir x_A desde 0.3 hasta 0.03, utilizando $\Lambda = 0.68$, y los datos de equilibrio de la figura 9.3.

La construcción se muestra en la figura 9.11. Se necesitan entre dos y tres (y por lo tanto, tres) etapas. En este intervalo, la línea de equilibrio es casi lineal, de tal manera que la ecuación 9.29 proporcionará una aproximación muy cercana a la solución. En el ejemplo 9.6, se encontró que para una relación de separaciones de 0.10, se requieren 2.2 etapas (y por lo tanto, tres) para este sistema, utilizando un valor constante $K = 1.5$.

Ejemplo 9.8

¿Cuál es el flujo mínimo absoluto de disolvente puro que puede utilizarse para reducir la fracción masa de acetona de una fase acuosa desde 0.30 hasta 0.03?

La velocidad de flujo está contenida en la relación $\Lambda = F/S$, que es la pendiente de la línea de operación en el método McCabe-Thiele. A medida que S sea más pequeña, la pendiente será más grande. La figura 9.12 muestra una secuencia de línea de operación de pendiente cada vez mayor. A

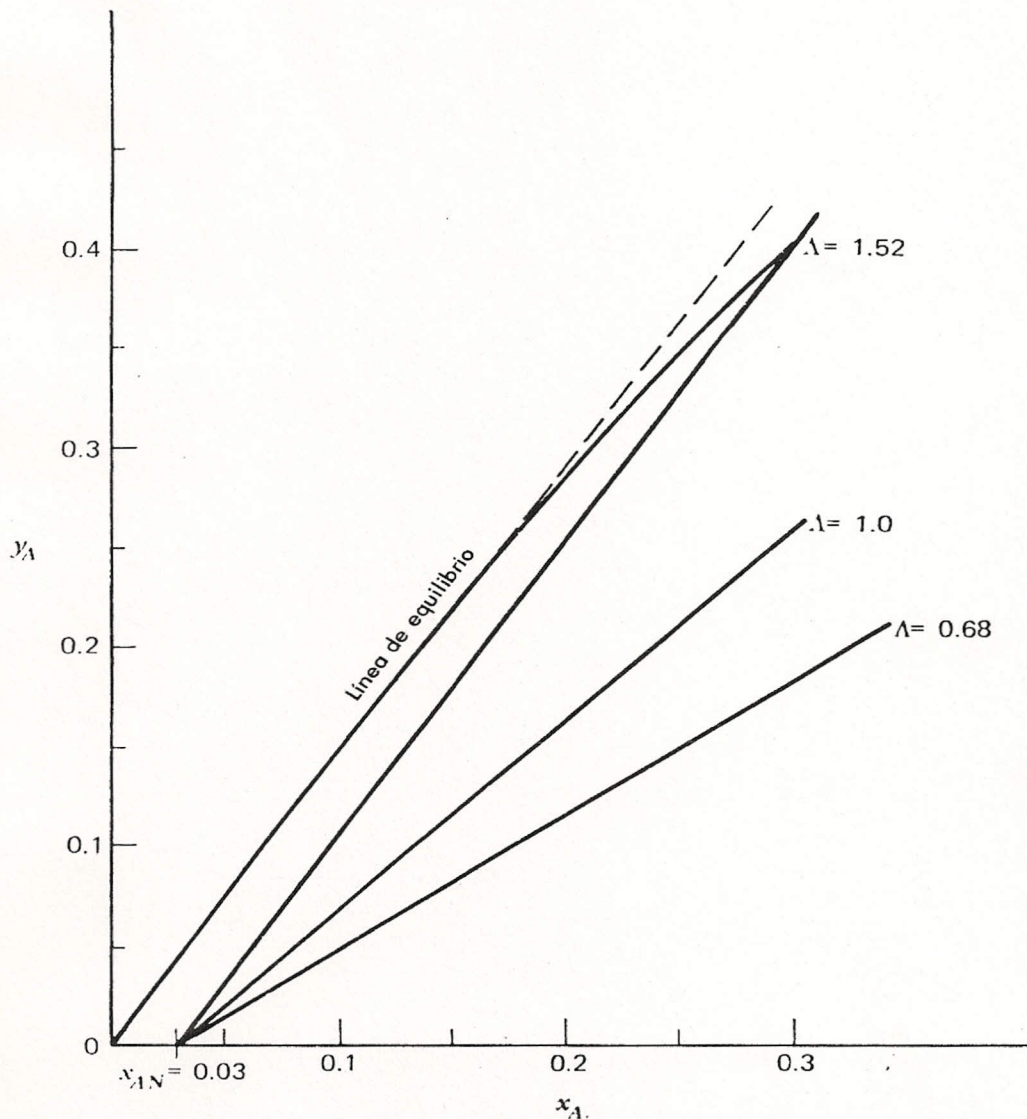


FIGURA 9.12 Cálculo de la velocidad de flujo mínima de disolvente necesaria para reducir x_A desde 0.30 hasta 0.03.

308 Procesos de equilibrio por etapas

medida que se incrementa Λ , el número de etapas también aumenta. El número de etapas llega al infinito cuando la línea de operación *intercepta* la línea de equilibrio en x_{AF} , y para Λ superior a este valor, la construcción no puede efectuarse.

En esta forma el flujo mínimo de disolvente corresponde a la pendiente $\bar{\Lambda}$ de tal forma que las dos líneas se interceptan en x_{AF} . Para los datos dados y para un sistema de tres componentes, esto es:

$$\Lambda = \frac{F}{S_{\min}} = 1.52$$
$$S_{\min} = 0.66F$$

La separación deseada no puede efectuarse nunca, a menos que S sea mayor de $0.66F$ más allá de ese punto deberá efectuarse un balance económico entre la inversión de capital para un mayor número de etapas y el costo de manejar volúmenes más grandes de disolvente en un número pequeño de etapas.

Si la línea de equilibrio es aproximadamente recta, como en el caso del sistema acetona-agua-tricloroetano, el cálculo puede efectuarse más fácilmente en forma algebraica. De las ecuaciones 9.31 y 9.32, las dos líneas se interceptan cuando:

$$y_A = Kx_{AF} = x_{AF} - x_{AN} + y_{AS}$$

$$\Lambda = \frac{K}{1 - s_{cN}} - \frac{y_{AS}}{x_{AF} - x_{AN}}$$

Para el caso $y_{AS} = 0$ igualando $1 - \mu + \mu s_{cN}$ a cero, se obtiene el mismo resultado a partir de la ecuación 9.29, de tal modo que N se hace infinita. Para $K = 1.5$, $s_{cN} = 0.1$, $y_{AS} = 0$ esto da un resultado $\Lambda = 1.67$, $S_{\min} = 0.60F$. Es evidente, según la figura 9.12, que al tomar la pendiente de equilibrio como una constante, siempre se obtendrá un estimado demasiado bajo de la velocidad de flujo mínima para el disolvente.

9.6 DIAGRAMAS TRIANGULARES

Todos los cálculos efectuados en este capítulo han sido hechos bajo la suposición de que los dos disolventes son totalmente inmiscibles y en la mayoría se ha supuesto una transferencia despreciable de soluto. Todas estas restricciones pueden omitirse sin dificultad, aun cuando las ecuaciones resultantes sean extremadamente complejas y pudiera ser necesario reunir

una gran cantidad de datos. En esta sección se realizará un estudio sobre los métodos gráficos rápidos para los sistemas generales de extracción con disolventes y de tres componentes, en los que deberá tenerse en cuenta la miscibilidad de todas las especies en cualquier cantidad. Este desarrollo se presenta someramente, y deberán consultarse textos más especializados para un tratamiento más completo.

A menudo, los sistemas de tres componentes en los que las especies son solubles entre sí se expresan mediante coordenadas triangulares equiláteras, que constituyen un medio conveniente de representar los datos y de efectuar un rápido cálculo gráfico. (Pueden utilizarse otros tipos de triángulos sólo con ligera modificación.) Según se muestra en la figura 9.13, cada vértice representa a una de las especies puras, y la fracción de masa de estas especies se mide a lo largo de la altitud a partir del vértice del lado opuesto. La forma geométrica del triángulo permite que la escala esté marcada a lo

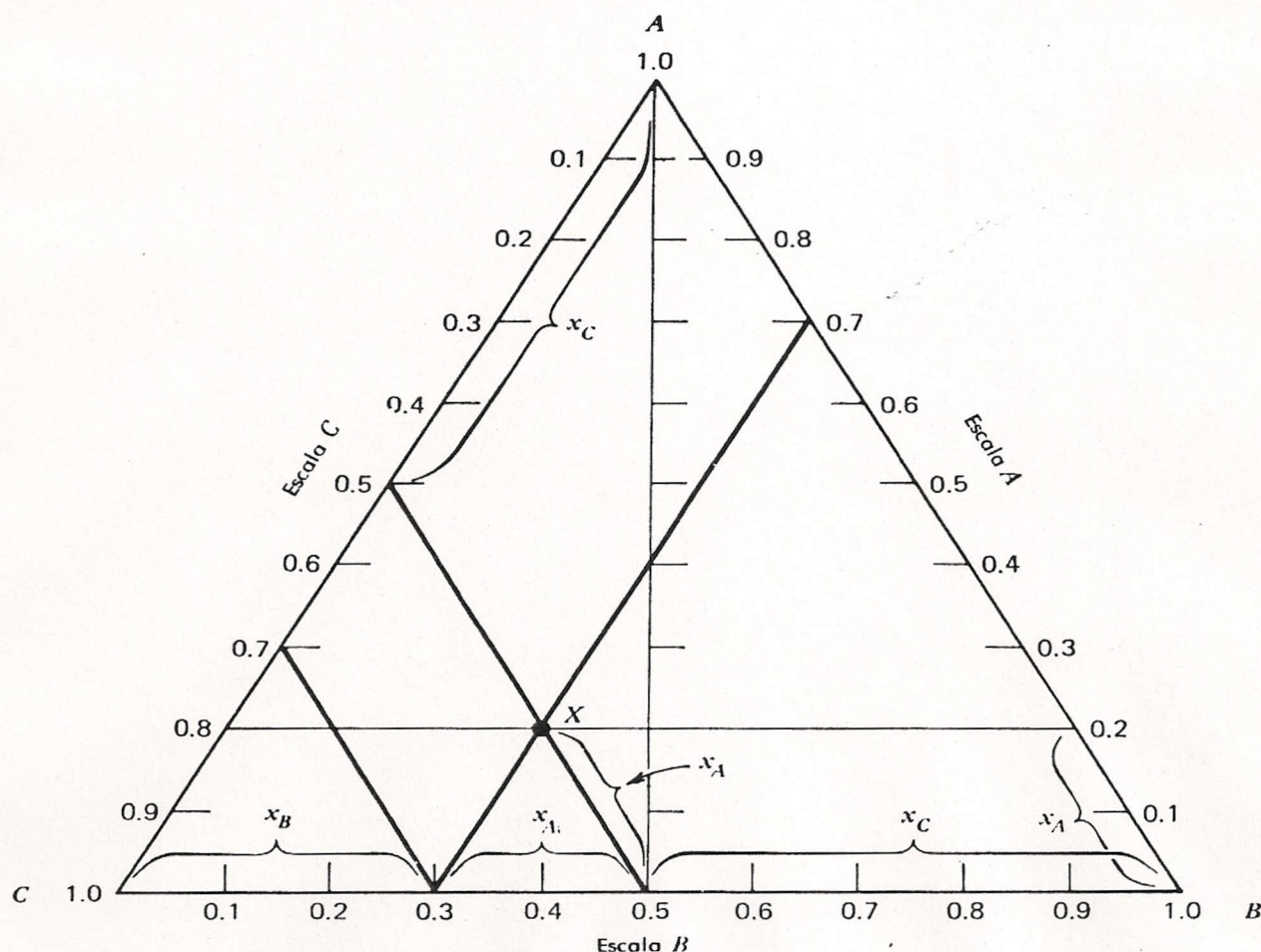


FIGURA 9.13 Diagrama triangular. Los vértices representan a las especies puras.- La fracción masa de cualquier especie, en cualquier punto, se encuentra dibujando una línea paralela al lado opuesto al vértice.

310 Procesos de equilibrio por etapas

largo de uno de los lados, en vez de la altitud, con objeto de disminuir la confusión dentro del triángulo. Esto se muestra en la figura para las especies A , donde se ve claramente que la escala A a lo largo de la altitud y su proyección a lo largo del lado AB . La fracción de masa de cada componente se encuentra dibujando la línea paralela al lado opuesto del vértice a la escala apropiada, a lo largo del lado del triángulo. El punto X en la figura tiene una fracción masa $x_A = 0.2$, $x_B = 0.3$, y $x_C = 0.5$.

Obviamente se necesita que cada punto del interior del triángulo tenga la propiedad de la suma de las fracciones de masa y que sea igual a la unidad. Esto es cierto, y puede observarse de nuevo refiriéndose a la figura 9.13 en el punto X . A lo largo del lado BC están marcadas las distancias x_A , x_B , y x_C , que entre si toman exactamente el lado de longitud igual a la unidad. El largo x_C es geoméricamente semejante al largo equivalente sobre la escala C , dado que la línea a través de X es paralela a la cara. La longitud x_A es la base en el triángulo equilátero cuyo lado derecho es el lado de un paralelogramo opuesto x_A sobre la escala A . La longitud de x_B está sobre la escala B . Sobre cualquier lado puede efectuarse una construcción semejante.

La propiedad del diagrama triangular que facilita el cálculo gráfico de las separaciones por etapas consiste en que si dos corrientes de composición diferente se mezclan entre sí, la composición de la mezcla deberá estar sobre la línea recta entre ellas, con la localización sobre la línea fija mediante las cantidades relativas en cada corriente. En forma equivalente, la misma relación se aplica si se fracciona una mezcla de composición dada en dos fases no-miscibles. Considere el proceso de extracción de una sola etapa que se muestra en la figura 9.1. El soluto es A , mientras que B y C son disolventes. B es soluble en una mezcla A - C y C es soluble en una mezcla A - B . Las ecuaciones de balance de masa, una de las cuales es redundante, pueden escribirse como:

$$\text{total:} \quad F + S = E + R \quad (9.33)$$

$$\text{componente } A: \quad Fx_{AF} + Sy_{AS} = Ey_A + Rx_A \quad (9.34a)$$

$$\text{componente } B: \quad Fx_{BF} + Sy_{BS} = Ey_B + Rx_B \quad (9.34b)$$

$$\text{componente } C: \quad Fx_{CF} + Sy_{CS} = Ey_C + Rx_C \quad (9.34c)$$

En la figura 9.14, X y Y se refieren a las corrientes de entrada (x_{AF} , x_{BF} , x_{CF} y y_{AS} , y_{BS} , y_{CS}) o bien, a las corrientes del efluente (x_A , x_B , x_C y y_A , y_B , y_C). Z es la composición que resultaría de la mezcla de las corrientes de alimentación si éstas fueran miscibles. Se demostrará que Z está sobre la línea YX .

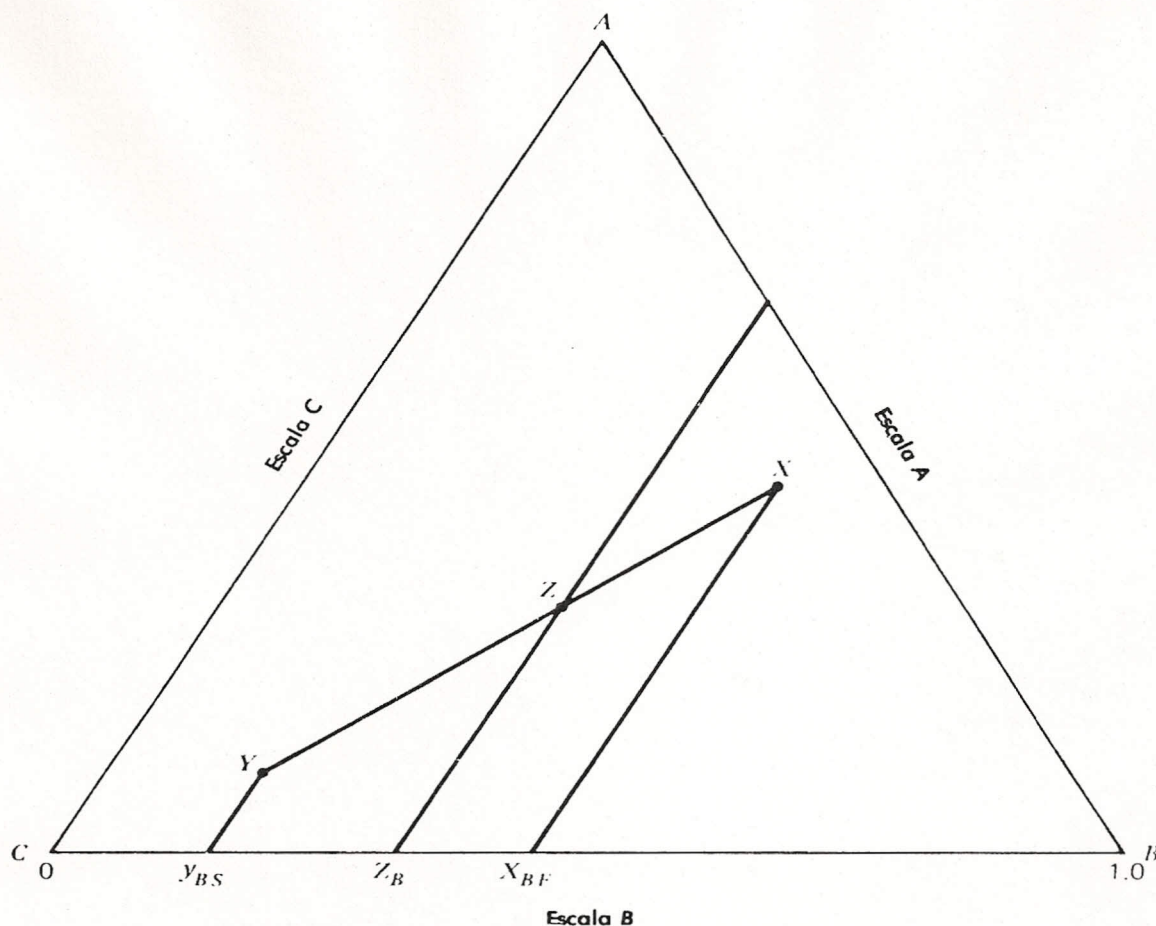


FIGURA 9.14 Gráfica en la que se muestra que la composición de una mezcla de X y Y está sobre la recta que une a X y Y .

Se efectuará la prueba para las corrientes de alimentación. Una prueba idéntica se aplica al efluente. Definiendo las fracciones de masa z_A , z_B , y z_C mediante:

$$Fx_{AF} + Sy_{AS} = [F + S]z_A \quad (9.35a)$$

$$Fx_{BF} + Sy_{BS} = [F + S]z_B \quad (9.35b)$$

$$Fx_{CF} + Sy_{CS} = [F + S]z_C \quad (9.35c)$$

Defina también $\xi = F/[F + S]$. Suponga que Z está sobre $\overline{YX}$. A partir de las propiedades de un trapezoide se tiene:

$$\frac{\overline{YZ}}{z_B - y_{BS}} = \frac{\overline{ZX}}{x_{BF} - z_B}$$

Substituyendo la ecuación 9.35, esto se convierte en:

312 Procesos de equilibrio por etapas

$$\begin{aligned}\frac{\overline{YZ}}{\overline{ZX}} &= \frac{\xi x_{BF} + [1 - \xi]y_{BS} - y_{BS}}{x_{BF} - \xi x_{BF} - [1 - \xi]y_{BS}} \\ &= \frac{\xi[x_{BF} - y_{BS}]}{[1 - \xi][x_{BF} - y_{BS}]} = \frac{\xi}{1 - \xi}\end{aligned}\quad (9.36)$$

Una construcción semejante muestra que la línea que pasa a través de z_A paralela al lado $\overline{CB}$ se interseca con $\overline{YX}$ en el mismo lugar, en la misma forma lo hace la línea que pasa a través de z_C paralela a $\overline{AB}$. De este modo, el punto Z está sobre $\overline{YX}$, como una fracción $F/[F + S]$ desde Y a X . En forma semejante, Z está sobre la línea entre y_A y x_A como una fracción $R/[R + E]$ desde y_A hasta x_A .

Se puede ver más claramente cómo se desarrolla el diagrama triangular y cómo se utiliza, si se considera el procedimiento experimental que se siguió para obtener los datos que se muestran en la figura 9.15 para el sistema, acetona, agua, y tricloroetano. Si una mezcla de 80 por ciento de acetona, 10 por ciento de agua, y 10 por ciento de tricloroetano está constituida, y se mezcla perfectamente bien durante cierto tiempo; entonces se obtiene como resultado una sola fase líquida homogénea. Esto se muestra en la figura 9.15 como el punto A .

Cualquier mezcla que contenga más de 60 por ciento de acetona, será una fase única, no importa cuánto tiempo permanezcan los tres materiales en contacto. Otros ejemplos de mezclas de una sola fase son los puntos B en que se tiene una mezcla de 60 por ciento de acetona, 30 por ciento de agua y 10 por ciento de tricloroetano, y C con mezcla de 70 por ciento de acetona 10 por ciento de agua y 20 por ciento de tricloroetano. Si se hace una mezcla de 20 por ciento de acetona, 50 por ciento de agua y 30 por ciento de tricloroetano y se la agita perfectamente bien durante un período de tiempo, y después se detiene el mezclado, se separarán dos fases, una fase acuosa y una fase de tricloroetano. El punto Z en la figura 9.15, representa la mezcla inicial para este experimento. Cada fase se analiza para cada uno de los tres componentes (si el agua y el tricloroetano son completamente inmiscibles, solamente es necesario hacer el análisis para la acetona). Se encuentra que con la mezcla inicial 20 - 50 - 30, la fase acuosa contiene tanto acetona como una cantidad pequeña de tricloroetano. Igualmente, la fase de tricloroetano contiene tanto acetona como una cantidad pequeña de agua; la composición de la fase acuosa se encuentra por mediciones y contiene aproximadamente 82 por ciento de agua, 17 por ciento de acetona, y 1 por ciento de tricloroetano. Se establece este punto sobre el diagrama triangular como el punto X . El punto Y indica la composición de la fase de

tricloroetano, es decir, una mezcla formada aproximadamente de 75 por ciento de tricloroetano, 25 por ciento de acetona, y 1 por ciento de agua. Se dibuja una *línea de unión* de tal manera que pase a través de los puntos X, Z, y Y. Relacione las composiciones de equilibrio sobre los lados opuestos de la línea de miscibilidad; la distancia $\overline{YZ}$ dividida por el largo total de la línea de unión $\overline{YX}$ representa la fracción de la mezcla total con composición X. Se puede recopilar un conjunto de datos semejantes, empezando con mezclas de composiciones iniciales diferentes y la línea curva y las líneas de unión que se muestran sobre la gráfica triangular

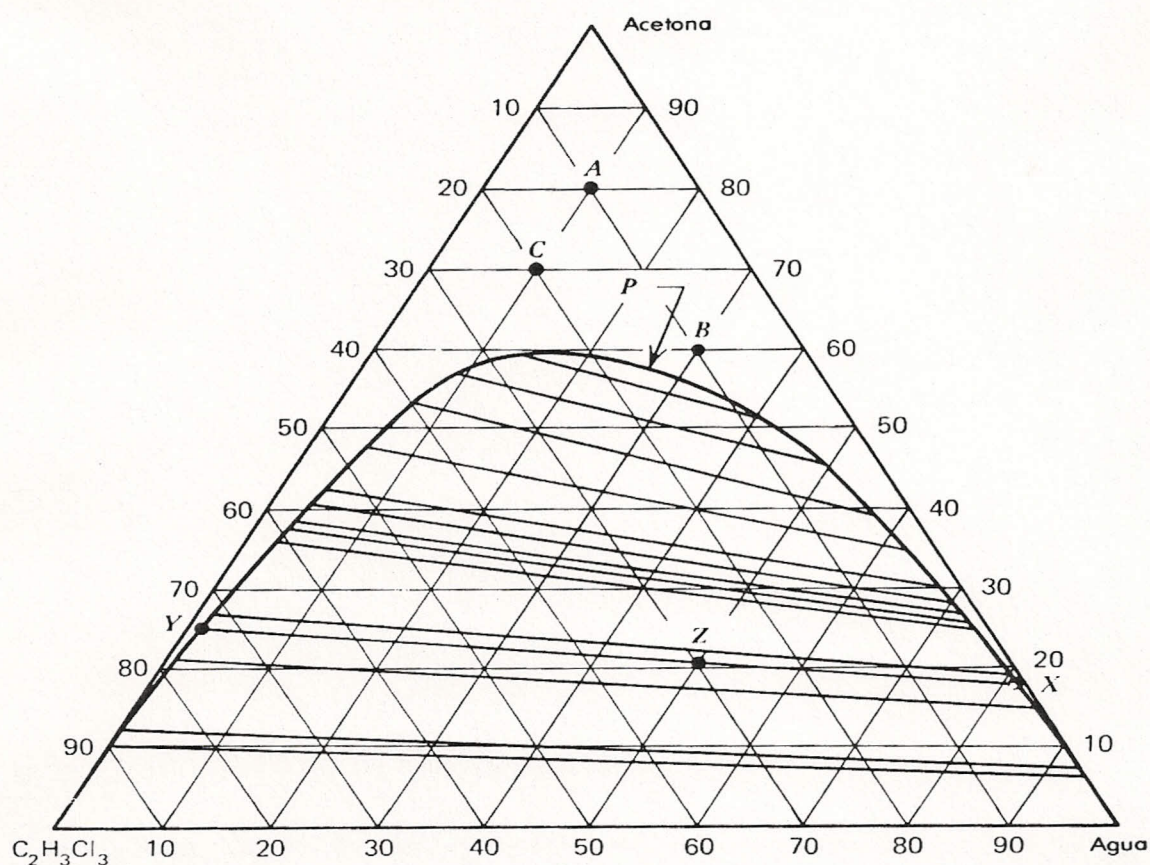


FIGURA 9.15 Gráfica de equilibrio correspondiente al sistema acetona-agua-1,1,2-tricloroetano. Las composiciones en las fases orgánica y acuosa están en equilibrio y aquí aparecen unidas mediante las líneas de unión [Tomado de Treybal y cols., *Ind. Eng. Chem.*, 38, 817 (1946); reproducido con permiso.]

establecida. Como el porcentaje de acetona en la mezcla se ha aumentado, se puede alcanzar una situación donde la composición de las dos fases se aproxime una a la otra (una línea de unión de longitud cero). Este punto se indica en la figura 9.15 como P y se refiere al *punto crítico*. Una vez que se ha establecido experimentalmente un número de líneas de unión, así como

314 Procesos de equilibrio por etapas

la línea curva que delimita la región de dos fases para cualquier sistema, será posible que otras personas utilicen el diagrama triangular para diseño. La aplicación para el cálculo de separación se demuestra en el siguiente ejemplo.

Ejemplo 9.9

En una corriente gaseosa de 9,700 g/min, que contiene 0.20 de fracción masa de acetona, se mezclan 14,300 g/min de 1, 1, 2-tricloroetano puro. Determine la composición y la cantidad de las corrientes del efluente. (Con una ligera aproximación, estos datos son los correspondientes a los ejemplos 9.1 y 9.2.)

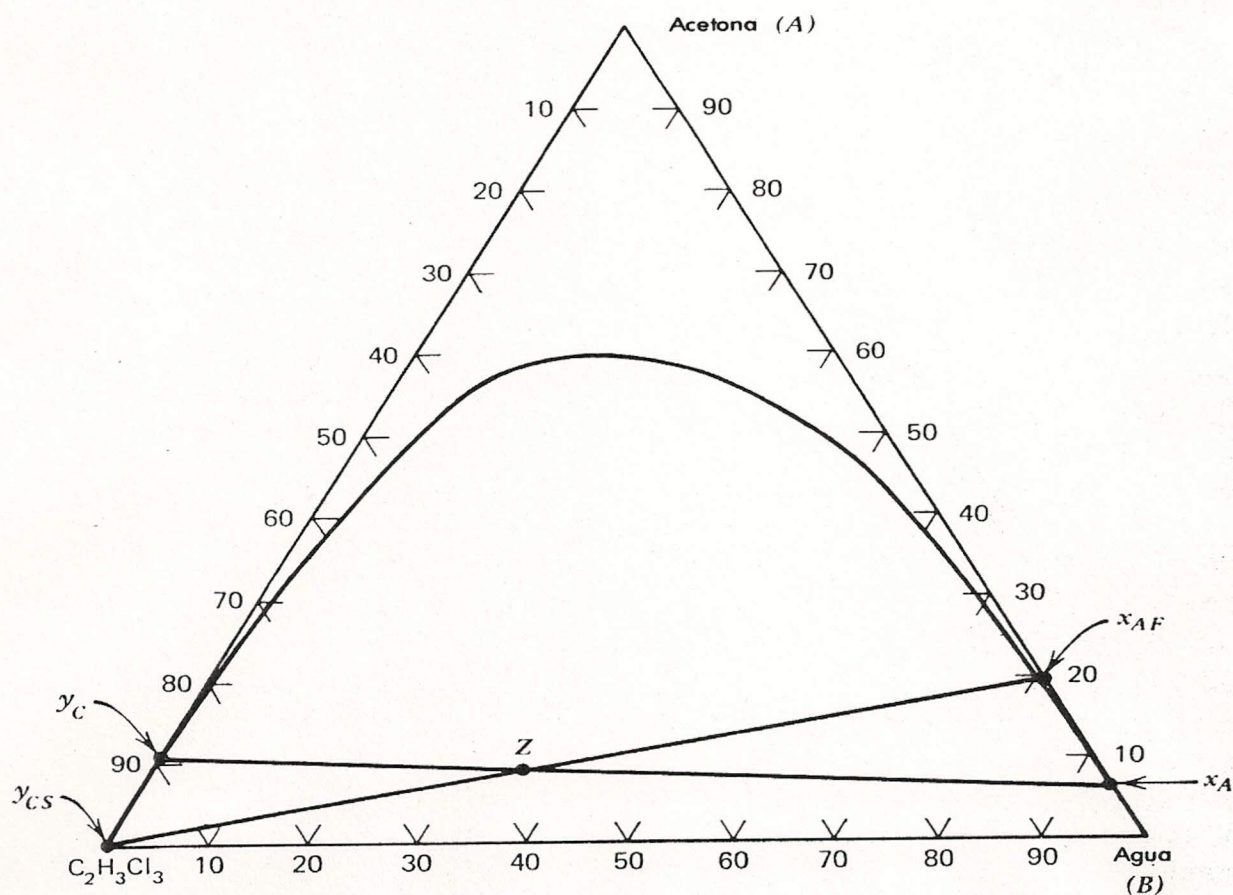


FIGURA 9.16 Cálculo de separación en un extracto de una etapa, alimentado con 0.20 de acetona en agua y 1,1,2-tricloroetano puro.

Para mayor claridad, el sistema aparece en la figura 9.16 con una sola línea de unión. La mezcla de la corriente de alimentación está a lo largo de la línea $y_{CS}x_{AF}$ (tricloroetano puro-0.20 de acetona en agua) con:

$$\frac{\overline{y_{CSz}}}{\overline{y_{CS}x_{AF}}} = \frac{F}{F + S} = \frac{9700}{9700 + 14,300} = 0.40$$

La línea de unión que pasa a través de Z corta la curva en x_A (acetona) $\simeq 0.07$, x_B (agua) $\simeq 0.92$, x_C ($C_2H_3Cl_3$) $\simeq 0.01$ para la fase rica en agua y $y_A \simeq 0.11$, $y_B \simeq 0$, $y_C \simeq 0.89$ en la fase orgánica. La relación $\overline{y_{Cz}}/\overline{y_{C}x_A}$ es de 0.37. En esta forma:

$$\frac{R}{R + E} = 0.37$$

$$R + E = F + S = 2400$$

$$R = 8900 \text{ g/mín}$$

$$E = 15,100 \text{ g/mín}$$

Esta separación es esencialmente igual a la calculada en los ejemplos anteriores.

La gráfica puede ampliarse para desarrollar un método de cálculo de sistemas con etapas múltiples a contra corriente para disolventes miscibles y con transferencia, que se pueda medir entre las fases, de una manera semejante al método McCabe-Thiele. No obstante, sobre este aspecto no se avanzará más.

9.7 EL PROBLEMA DEL DISEÑO

El uso de la etapa de equilibrio no es una restricción seria, dado que, empleando el concepto de *eficiencia* que se introdujo en la sección 8.4.2, todo lo que se realizó en este capítulo, puede formularse otra vez, casi en la misma forma, sistemas en los que no haya equilibrio. La esencia de la cuestión analítica del diseño se expresa en el ejemplo 9.8. Para una separación dada se requiere una cantidad mínima de disolvente. Más allá del mínimo se tendrán que considerar los costos relacionados con la adición de mayor número de etapas. Dados los costos de capital y de operación, el cálculo de un óptimo se hace en forma idéntica a la utilizada para los reactores del capítulo 7. El mismo comentario se aplica a otros procesos de separación tales como absorción de gas, intercambio iónico y destilación. Sin duda, si se hacen los cambios de nomenclatura apropiados para tomar en cuenta los diferentes procesos físicos, podrán aplicárseles las ecuaciones técnicas desarrolladas en las primeras cinco secciones de este capítulo, casi sin ningún cambio.

La actividad ingenieril en las operaciones de separación principia con la selección de un proceso y, en el caso de la extracción, la selección de un

316 Procesos de equilibrio por etapas

disolvente. Aquí no es posible tratar este aspecto crucial del diseño, pues está asociado con la experiencia específica. Para separaciones difíciles en las que se requiere un gran número de etapas, la incertidumbre en el cálculo puede compensarse por la adición de etapas adicionales a un costo mínimo, y esto proporciona un factor de seguridad útil, si posteriormente debe aumentarse el flujo total a causa de predicciones de mercado inexactas, por ejemplo. El diseño de la configuración de una etapa que proporcione equilibrio o, al menos, alta eficiencia, constituye un problema básico de ingeniería. Esto puede implicar el arreglo o instalación de mamparas (baffles) para inducir un contacto adecuado de las fases, así como la construcción de un sistema de agitación mecánica que sea barato y eficiente para proporcionar mayor área interfacial y el diseño de separadores de fase que disminuyan la mezcla entre las fases, y otros factores. Estas consideraciones quedan fuera de los objetivos analíticos de la obra, y dependen en primer lugar de las capacidades del diseñador y de la apreciación del sistema particular de que se trate.

9.8 CONCLUSIONES

Lo más importante que se introdujo en este capítulo es el concepto de un proceso a contracorriente en etapas múltiples. Es indispensable comprender el razonamiento en que se basa su empleo. La relación existente entre este capítulo y el capítulo 8 es esencialmente la misma que hay entre los capítulos 7 y 5. Los principios que se desarrollan en uno se aplican en el otro, aunque aquí la introducción a la parte económica puede haber sido sencilla. Sin embargo deben tomarse en cuenta los comentarios de la sección 9.7 en relación con el problema de diseño de separación. En este capítulo las manipulaciones algebraicas son a veces causadas y hay varios símbolos nuevos que deben aprenderse. Más aún, probablemente, el método gráfico para utilizar el comportamiento de las ecuaciones del sistema probablemente sea nuevo para el lector. En todos los casos evite detenerse en el detalle y note la simplicidad esencial de las ecuaciones básicas. En este punto, el lector debe ser capaz de modelar sistemas bastante complejos y de obtener un modelo con una estructura simple.

El diagrama triangular es de gran utilidad. A menudo, los datos se reportan en esa forma. En el capítulo 11 se introduce un procedimiento gráfico muy similar al que se utiliza en el diagrama triangular, de manera que es indispensable comprender totalmente los detalles de la construcción.

Hay varios textos en los que se tratan en detalle el diseño de sistemas en equilibrio y en etapas múltiples. Vea por ejemplo:

9.1 C. J. King, *Separation Processes*, McGraw-Hill, Nueva York, 1971.

9.2 W. L. McCabe and J. C. Smith, *Unit Operations of Chemical Engineering*, McGraw-Hill, Nueva York, 1965.

9.3 B. Smith, *Design of Equilibrium Stage Processes*, McGraw-Hill, Nueva York, 1963.

9.4 R. E. Treybal, *Liquid Extraction*, McGraw-Hill, Nueva York, 1951.

9.9 PROBLEMAS

9.1 Los siguientes datos de equilibrio se obtuvieron a 20°C para el sistema ácido acético-agua-éter isopropílico de Othmer et al., *Industrial & Engineering Chemistry*, 33, 1240 (1941). x_A es la fracción de masa del ácido en la fase acuosa y y_A es la fracción de masa del ácido en la fase del éter. (Note que x_A y y_A se multiplican por 100 para obtener los valores en la tabla.)

$100x_A$	0.7	1.4	2.9	6.4	13.3	25.5	36.7
$100y_A$	0.2	0.4	0.8	1.9	4.8	11.4	21.6

(a) Grafique los datos. Estime la K de los datos como una fracción de masa pequeña.

(b) *En una operación intermitente*, 1000 lb de una solución acuosa del 15% en peso de ácido acético, se van a poner en contacto con 1000 lb de éter isopropílico puro. Si se llega al equilibrio en esta operación ¿qué cantidad de ácido acético puede eliminarse? Utilice la suposición de que solamente se transfiere una pequeña cantidad de soluto. ¿Se justifica la suposición de un valor constante de K ?

(c) Si la mezcla acuosa resultante se extrae dos veces más, cada una con 1000 lb de éter isopropílico fresco, ¿qué cantidad de ácido se eliminará?

9.2 (a) Repita los cálculos en el problema 9.1 (b), (c) para

(i) metilciclohexano como disolvente $K = 1.0$.

(ii) di-isobutil cetona como disolvente $K = 0.23$.

(b) ¿Cuál de los tres disolventes extrae la mayor cantidad de ácido?

¿Qué otros factores se deben considerar en la selección del disolvente?

9.3 Es necesario procesar 1000 lb/min de agua que contiene 15% de ácido acético. ¿Qué cantidad de ácido puede extraerse, utilizando (a) ¿1000 lb/mín de éter isopropílico en una sola etapa? (b) ¿500 lb/mín? Suponga que hay una transferencia pequeña de soluto. (c) Repita los cálculos (a) y (b), utilizando metilciclohexano como disolvente. (Los datos de equilibrio se encuentran en los problemas 9.1 y 9.2).

318 Procesos de equilibrio por etapas

- 9.4 Repita el cálculo del problema 9.3, sin suponer que hay una transferencia pequeña de soluto.
- 9.5 Repita el cálculo del problema 9.3 para el caso en el que el éter contiene 1.5% de ácido acético.
- 9.6 La mezcla ácido acético-agua descrita en el problema 9.3 va a ser extraída en un equipo de dos etapas con metilciclohexano. Calcule la cantidad y la composición del refinado que puede producirse con:
- (a) 500 lb/min de disolvente fresco en cada etapa.
 - (b) Operación a contracorriente con 1000 lb/min de disolvente.
- 9.7 (a) ¿Cuál es la cantidad mínima de éter isopropílico que puede utilizarse en una operación a contracorriente para eliminar el 75% del ácido de la corriente de alimentación descrita en el problema 9.3?
- (b) Repita el cálculo para metilciclohexano.
- 9.8 ¿Cuántas etapas a contracorriente se requieren para eliminar el 75% del ácido de la corriente de alimentación descrita en el problema 9.3; utilizando el 50% más del disolvente mínimo calculado en el problema 9.7, para (a) éter isopropílico (b) metilciclohexano?
- 9.9 (a) Se va efectuar una separación en N etapas consecutivas, utilizando la misma relación corriente de alimentación/disolvente Λ en cada una de ellas. Entonces, la relación total corriente de alimentación-disolvente es Λ/N . Calcule la cantidad mínima de disolvente requerida para una relación de separación dada, s_N . (O sea, encuentre el límite a medida que $N \rightarrow \infty$. Es útil recordar que $\beta^{1/N} = \exp \{ [1/N] \ln \beta \} = 1 + [\ln \beta]/N + \dots$)
- (b) Repita los cálculos del problema 9.7 para este caso y compárelos con la cantidad mínima de disolventes que se requiere en una operación a contracorriente.
- 9.10 Consulte el problema 8.15. ¿Cuál es la cantidad mínima de xilol requerida para eliminar 90 y 99% del fenol? ¿Es factible utilizar como proceso de purificación la extracción con xilol?
- 9.11 Los siguientes datos de equilibrio se obtuvieron para la recuperación de metil etiacetona de agua por extracción de disolventes [Newman, Heyworth, y Treybal, *Industrial Engineering & Chemistry*, **41**, 2039 (1949)]. (Ver tabla de la pág. siguiente.)
- Se van a procesar 1000 libras por hora de una solución acuosa de cetona al 18% en peso, eliminando 170 lb/hr de cetona.
- (a) Encuentre la cantidad mínima de cada uno de los disolventes que se requieren para efectuar la separación. Indique cuidadosamente todas las suposiciones que se hagan.
 - (b) Encuentre el número de etapas que se requieren para cada disol-

Fase rica en agua. (Porcentaje en peso)			Fase rica en disolvente (Porcentaje en peso)		
Cetona	Disolvente	ρ (g/cm ³)	Cetona	Disolvente	ρ (g/cm ³)
Tricloroetileno como disolvente					
20.71	0.18	0.97	81.90	13.10	0.87
16.10	0.22	0.98	71.65	25.31	0.91
11.03	0.32	0.98	58.10	41.68	0.98
8.50	0.36	0.99	43.70	56.00	1.07
6.75	0.38	0.99	22.10	77.72	1.23
1,1,2 Tricloroetano como disolvente					
18.15	0.11	0.97	75.00	19.92	0.89
12.78	0.16	0.98	58.62	38.65	0.97
9.23	0.23	0.99	44.38	54.14	1.06
6.00	0.30	0.99	31.20	67.80	1.14
2.83	0.37	0.99	16.90	82.58	1.26
1.02	0.41	1.00	5.58	94.42	1.36
Clorobenceno como disolvente					
18.10	0.05	0.97	75.52	20.60	0.86
13.10	0.08	0.98	58.58	39.28	0.90
9.90	0.12	0.98	43.68	55.15	0.95
7.65	0.16	0.99	29.65	69.95	0.99
5.52	0.21	0.99	17.40	82.15	1.03
3.64	0.28	0.99	8.58	91.18	1.06

vente si van a usarse (i) 1.2 veces (ii) 1.5 veces la cantidad mínima de disolvente.

9.12 Obtenga el costo actual de cada uno de los disolventes considerados en el problema 9.11, y describa la forma en que se consideraría la parte económica del diseño.

9.13 Los siguientes datos de equilibrio para el sistema agua benceno alcohol etílico a 25°C, fueron reportados por Chang y Moulton [*Industrial Engineering Chemistry*, 45, 2350 (1953)]. (Ver tabla de la página siguiente.)

(a) Grafique los datos en un diagrama triangular.

(b) Localice los siguientes puntos en el diagrama triangular. Determine si la mezcla es de una o de dos fases. Si es de dos fases, determine la composición de cada una.

(i) 60% alcohol, 20% benceno, 20% agua

(ii) 70% alcohol, 10% benceno, 20% agua

(iii) 20% alcohol, 40% benceno, 40% agua

(iv) 50% alcohol, 20% benceno, 30% agua

320 Procesos de equilibrio por etapas

Fase rica en benceno (porcentaje en peso)		Fase rica en agua (porcentaje en peso)	
Alcohol etílico	Benceno	Alcohol etílico	Benceno
1.86	98.00	15.61	0.19
3.85	95.82	30.01	0.65
6.21	93.32	38.50	1.71
7.91	91.25	44.00	2.88
11.00	87.81	49.75	8.95
14.68	83.50	52.28	15.21
18.21	79.15	51.72	22.73
22.30	74.00	49.95	29.11
23.58	72.41	48.85	31.85
30.85	62.01	43.42	42.49
37.65	52.10	37.65	52.10

- 9.14** En una sola etapa van a purificarse 500 libras por minuto de una corriente que contiene 10% de etanol y 90% de benceno; se utilizarán 100 lb/min de agua para eliminar el alcohol. Calcule la separación por cada uno de los siguientes métodos y compare los resultados:
- Estime un valor constante para K y suponga que hay pequeña transferencia de soluto.
 - Elabore una curva $y-x$ y resuélvala gráficamente, suponiendo que hay pequeña transferencia de soluto.
 - Resuelva gráficamente sobre el diagrama triangular.
- 9.15** Repita todas las partes del problema 9.14, si la corriente de alimentación contiene 40% etanol, 60% benceno, y se usan 250 lb/min de agua.